

文章编号:1671-8879(2018)03-0064-07

RC 空间框架结构竖向倒塌分析模型及验证

潘亮^{1,2}, 刘伯权¹, 雷拓¹, 吴涛¹

(1. 长安大学 建筑工程学院, 陕西 西安 710061; 2. 西北农林科技大学 基建规划处, 陕西 杨凌 712100)

摘要:为研究钢筋混凝土(RC)空间有板框架结构竖向倒塌机制,探索该类结构竖向倒塌的数值模拟方法,在已完成的一个 1:3 缩尺 RC 空间有板框架结构试件拟静力加载试验的基础上,建立该框架的有限元精细化模型,采用 ABAQUS 有限元软件完成了结构竖向倒塌全过程模拟。混凝土的本构关系采用 ABAQUS 提供的损伤塑性模型,钢筋材料采用弹塑性模型并引入延性损伤断裂准则,考虑钢材的损伤演化规律;材料参数根据材性试验数据确定,考虑单元之间的约束条件;按照试验加载方式进行模拟,通过能量时间历程保证求解结果的稳定性;采用显式算法进行求解,通过定义合理时间步长、定义光滑幅值曲线加载、采用瑞雷阻尼降低计算结果振荡、采用质量放大命令来加速计算等措施达到模拟计算静力问题的目标;并将模拟结果与试验结果进行对比。结果表明:ABAQUS 混凝土损伤塑性模型和钢筋延性损伤断裂准则的引入能够较好地模拟结构竖向倒塌试验全过程;在措施合理的前提下,显式求解算法用于求解静力问题具有较高的计算效率和精度;模拟结果与试验结果的框架荷载-位移曲线、破坏特征、钢筋应力等吻合良好。建立的倒塌分析模型可为研究 RC 框架结构竖向倒塌破坏机理和倒塌模拟提供参考。

关键词:结构工程;RC 框架结构;损伤塑性模型;延性损伤断裂;显式算法;倒塌模拟

中图分类号:TU311.3 **文献标志码:**A

Vertical collapse modeling and verification of spatial RC frame structures

PAN Liang^{1,2}, LIU Bo-quan¹, LEI Tuo¹, WU Tao¹

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, Shaanxi, China; 2. Infrastructure Department, Northwest A & F University, Yangling 712100, Shaanxi, China)

Abstract: For the research of the vertical collapse mechanism of the reinforced concrete (RC) space frame structure, a numerical simulation method for the vertical collapse of such structures was explored. Based on the completed pseudo-static loading test of a 1:3 scale RC space frame structure specimen, the finite element refinement model of the framework was established, and the vertical collapse process simulation of the structure was completed using the ABAQUS finite element software. The constitutive relation of concrete adopts the damage plasticity model by ABAQUS. The elastoplastic model was used for the steel material, and the ductile damage fracture criterion was introduced. Moreover, the damage evolution rule of the steel was taken into consideration. The material parameters were determined according to the wood property test data, and the constraints between the units were considered. The simulation was performed

收稿日期:2017-12-09

基金项目:国家自然科学基金项目(51578077,51778060);陕西省自然科学基金基础研究计划(2016JM5037)

作者简介:潘亮(1982-),男,陕西华阴人,长安大学工学博士研究生,E-mail:panliang19820225@nwafu.edu.cn.

通讯作者:刘伯权(1956-),男,甘肃定西人,教授,博士研究生导师,E-mail:bqliu@chd.edu.cn.

according to the test loading method. The energy history was used to guarantee the stability of the solution, and an explicit algorithm was used to solve the problem. By defining a reasonable time step, defining the smooth amplitude curve loading, using Rayleigh damping to reduce the calculation result oscillation, and using quality commands to amplify commands for the acceleration of calculations, among other measures, the goal of the simulation of static problem was achieved, and the simulation results were compared with the test results. The results show that the damage plasticity model of the ABAQUS concrete and the damage criterion of the steel ductile damage can better simulate the entire process of the vertical collapse test. The simulation results and the test results agree well with the frame load-displacement curve, failure characteristics, and steel stress. The collapse analysis model established in this paper can provide a reference for the study of the vertical collapse failure mechanism and collapse simulation of RC frame structures. 2 tabs, 14 figs, 24 refs.

Key words: structural engineering; RC frame structures; damage plasticity model; ductile damage-fracture; explicit algorithm; collapse simulation

0 引言

近年来,由偶然荷载引发的土木工程结构的破坏甚至倒塌对人民生命和财产安全造成损失,并产生了恶劣的社会影响。结构倒塌问题可分为竖向连续倒塌和侧向地震倒塌两大类,关于结构倒塌的研究已成为土木工程领域研究的热点之一^[1]。框架结构连续倒塌研究中,现浇板的存在是不容忽视的,国内外学者在有板结构的竖向连续倒塌试验研究、数值模拟、理论分析等方面取得了一系列研究成果^[2]。Qian 等对板柱结构的连续倒塌性能进行了研究,证明有托板的板柱结构抵抗连续倒塌破坏的能力随板配筋率的提高而提高^[3-4];Xiao 等对大比例 RC 框架在柱突然失效情况下的结构动力响应进行研究,结果表明,现浇板的拉结能力在柱失效时起到巨大作用^[5];Keyvani 等对 1 个 3 层三跨板柱结构中板的压膜效应进行研究,结果表明,板内若配有穿过柱的、锚固良好的贯通钢筋可有效提高板的冲切后强度,提高结构抗连续性倒塌能力^[6];高佳明等设计了 1 榀 1:3 比例的 2 层两跨带板 RC 空间框架结构并进行了竖向连续倒塌拟静力试验,结果表明,现浇板对结构整体受力性能和变形能力改善明显,框架梁破坏后现浇板仍能提供达极限荷载 84.9% 的抗力^[7]。综上,现有成果对现浇板在 RC 结构连续倒塌中发挥的作用机制认识尚不完整、不深入,因此进一步探索带板框架的倒塌机理具有重要的研究价值。

整体结构倒塌试验周期长、费用较高,且理论分析中的各种简化假设不能完全反映其真实情况,因

此,数值模拟成为研究的重要手段。结构倒塌模拟不仅涉及结构大变形引起的几何非线性,同时还需要考虑构件材料损伤和失效的非线性,以及结构倒塌后构件间接触、碰撞的非线性问题^[8]。用于结构倒塌模拟的数值方法主要有有限元^[9]、离散元^[10-11]、向量式有限元^[12-13]等。鉴于倒塌问题的复杂性^[14-17],为了准确把握结构倒塌破坏机理,在试验研究的基础上,建立可靠的结构倒塌分析模型成为数值模拟的关键问题和难点问题^[18-19]。

本文在一个已完成的 1:3 缩尺 RC 空间有板框架结构试件拟静力加载试验的基础上,建立其有限元精细化模型,采用 ABAQUS 有限元软件对结构进行竖向连续倒塌全过程模拟,探索准确合理的数值模拟方法,以期为该类结构竖向倒塌破坏机理研究提供参考。

1 试件设计及制作

试件以 1 栋 8 层钢筋混凝土框架结构为背景,以底部 2 层为研究对象,设计制作了 1 个 2 层 1:3 缩尺空间子结构模型(图 1)。梁截面尺寸 100 mm×200 mm,柱截面尺寸 200 mm×200 mm,板厚 40 mm,基础梁截面尺寸 300 mm×350 mm,纵横向跨长均为 1 800 mm,层高 1 200 mm。采用 C30 混凝土(150 mm 立方体抗压强度 40.3 MPa),梁、柱纵筋采用 HRB400 钢筋,箍筋选用 HPB400 钢筋,保护层厚度 15 mm;板筋选用 HPB400 钢筋,单层双向布置,位于板底,保护层厚度 10 mm。试验中,抽除 1 层中柱,采取 4 点加载方式进行拟静力连续倒塌试验^[7]。模型钢筋材料力学性能见表 1。

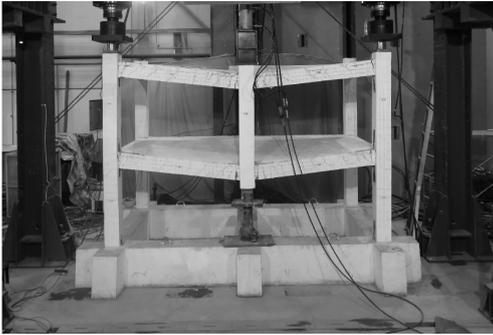


图1 结构模型

Fig. 1 Structure model

表1 钢筋材料力学性能

Tab. 1 Mechanical properties of reinforcement

材料类别	屈服强度/ MPa	极限抗拉 强度/MPa	延伸率/%	弹性模量/ MPa
梁、柱纵筋 (HRB400)	491.6	626.8	26	1.95
箍筋、板筋 (HPB400)	449.2	541.4	24	2.00

2 有限元模型的建立

2.1 混凝土材料模型

混凝土采用 ABAQUS 程序的损伤塑性模型^[20],模型的塑性参数定义:膨胀角取 30° ^[21],其他参数均取默认值。混凝土受拉、压应力-应变曲线选用《建筑抗震设计规范》(GB 50011—2010)中的应力-应变表达式,计算 30% 棱柱体抗压强度点的割线刚度作为混凝土初始弹性模量^[22]。为了更好地模拟倒塌全过程中混凝土的拉(压)软化行为,混凝土极限拉(压)应变的取值不应过小,本文中根据拉(压)损伤因子的限值(0.99)反算混凝土的极限拉(压)应变。关于混凝土拉(压)损伤因子,目前还没有公认的计算公式。参考张劲等的研究^[21,23],采用式(1)、式(2)计算受拉(压)损伤因子 d_k ,即

$$\beta = \epsilon^{pl} / \epsilon^{in} \quad (1)$$

$$\epsilon^{in} = \epsilon - \sigma_k E_0^{-1} \quad (2)$$

$$d_k = \frac{(1-\beta)\epsilon^{in} E_0}{\sigma_k + (1-\beta)\epsilon^{in} E_0} \quad (3)$$

式中: β 为塑性应变与非弹性应变的比例系数,本文受压取 0.7,受拉取 0.95; ϵ^{in} 、 ϵ^{pl} 分别为混凝土拉(压)时的非弹性应变和塑性应变; σ_k 为混凝土应变 ϵ 对应的抗拉、抗压应力, k 取 t 、 c 分别为混凝土拉伸和压缩; E_0 为混凝土初始弹性模量。

2.2 钢筋材料模型

对于一般弹塑性分析,钢筋材料模型选用两折

线或三折线的经典弹塑性理论模型分析;对于本文倒塌模型,这种近似处理显然是不合适的,主要原因是经典弹塑性理论无法描述倒塌全过程中钢筋达极限强度之后的劲缩和断裂行为。因此,有必要考虑钢筋的损伤失效问题。ABAQUS 提供的多种判别金属塑性材料开始发生损伤的准则,其可分为 2 类^[20]:金属损伤破坏导致的断裂准则,有延性断裂和剪切 2 种;金属片损伤破坏的颈缩失稳准则。为了描述倒塌过程中钢筋的损伤和拉断效应,本文在钢筋弹塑性模型基础上,引入钢筋的延性断裂准则和演化规律。

本文定义的考虑钢材损伤和刚度退化的应力-应变曲线 $abcde$ 如图 2 所示,图中 f_u 、 f_y 分别为钢材的抗拉强度和屈服点, ϵ_0^{pl} 为损伤起点 d 对应的等效塑性应变。曲线 $abcde'$ 表示未考虑损伤情况下钢筋的三折线应力-应变关系。钢筋损伤发生后,材料应力 σ 与无损伤应力 $\bar{\sigma}$ 之间关系为 $\sigma = (1-D)\bar{\sigma}$;在损伤起点 d 时损伤变量 D 取 0;在拉断破坏点 e 时损伤变量 D 取 1。损伤后材料刚度是初始刚度 E 的 $(1-D)$ 倍。损伤演化法则描述了损伤变量 D 的发展规律。材料破坏时等效塑性应变 ϵ^{pl} 依赖于单元特征长度,为了消除单元网格划分对计算结果的影响,本文采用基于等效塑性位移 \bar{u}^{pl} 的损伤演化法则。损伤起点 d 对应的等效塑性位移 \bar{u}^{pl} 定义为 0,损伤失效点 e 对应的等效塑性位移 \bar{u}^{pl} 定义为 1。考虑钢筋在极限抗拉强度之后的延性断裂,损伤变量 D 随等效塑性位移 \bar{u}^{pl} 变化可按表格形式、线性方式、指数方式进行定义,本文选择线性方式,见图 3。

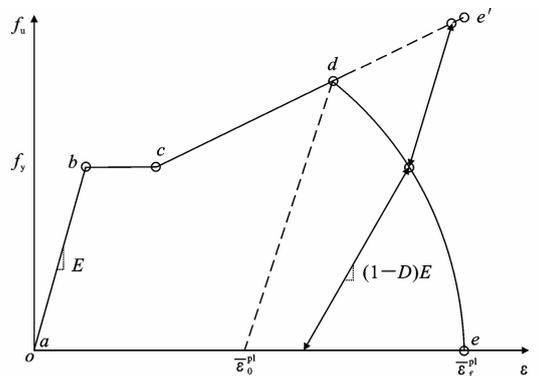


图2 考虑损伤的钢筋应力-应变关系

Fig. 2 Stress-strain relationships of reinforcement considering damage

2.3 建模过程

梁柱混凝土采用 C3D8R 实体有限元模拟,钢筋采用 T3D2 桁架单元模拟,将钢筋单元嵌入混凝土实体单元中。建模时,将底座梁按固定端处理;A、

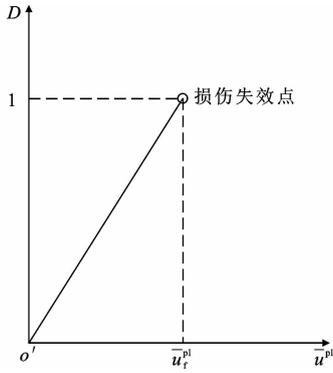


图 3 线性损伤演化规律

Fig. 3 Linear damage evolution law

C、D 柱上端各建立 1 个参考点和刚性面耦合约束,通过参考点施加恒定荷载;B 柱上端建立 1 个参考点和刚性面耦合约束,通过参考点进行位移加载;B 柱下端建立 1 个参考点和刚性面耦合约束,通过参考点监控位移。建立的有限元模型中:混凝土单元尺寸控制在 20~30 mm,共 76 288 个;钢筋单元尺寸 20 mm,共 25 754 个。

3 求解算法及步骤

求解算法及其稳定性是保证获得可靠的计算结果的关键。ABAQUS 有 2 种求解算法:ABAQUS/Standard 为隐式分析求解器,能广泛适用于各种线性及非线性、静力和动力分析问题。然而,对于倒塌全过程分析而言,计算收敛性和效率问题十分突出。ABAQUS/Explicit 为显式动力分析求解器,主要用于求解高速碰撞、冲击、爆炸以及复杂接触问题,由于显式分析不需要集成单元刚度矩阵迭代计算,计算结果不受收敛性问题的困扰。ABAQUS/Explicit 可用于求解(准)静态问题,并获得可靠计算结果^[24]。

本文分 2 个荷载步求解:在 A、C、D 柱顶施加恒定轴力;在 B 柱顶位移加载,目标位移 380 mm。通过模态分析求得试验模型的一阶频率为 20.575 Hz,根据文献[20],每个荷载步加载时间取 1 s,并按光滑荷载曲线模式加载。提取计算过程中的能量历史,见图 4。由图 4 可见,动能与内能相比始终较小,总能量保持为 0,说明了计算过程的稳定性。

4 模拟计算与试验结果对比

4.1 荷载-位移曲线

图 5 为模拟和试验所得荷载-位移曲线 OAB-CD 对比。由图 5 和表 2 可知,模拟结果与试验结果吻合较好,二者的极限承载力接近,模拟的极限承载

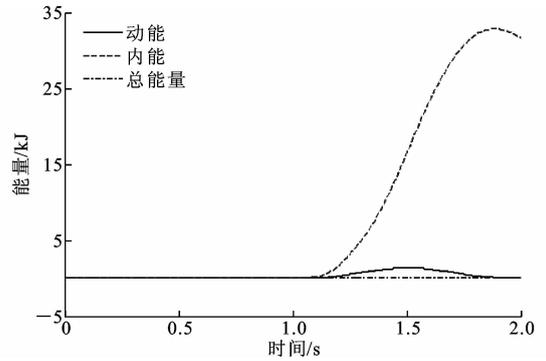


图 4 模型加载过程能量历史

Fig. 4 Energy history of load procedure model

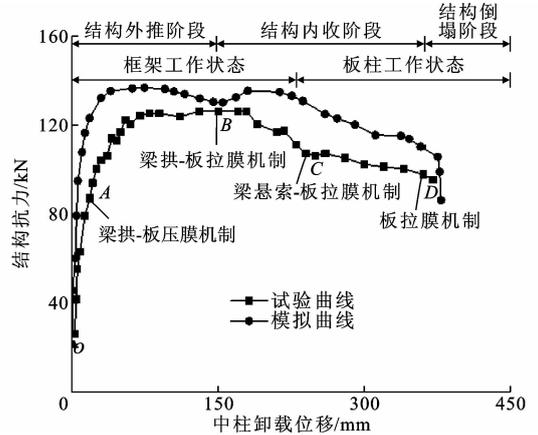


图 5 荷载-位移曲线

Fig. 5 Load-deflection curves

能力为 133 kN,相应位移为 190 mm。进一步比较发现,计算得到的荷载-位移曲线的初始刚度偏大。试验和数值模拟的结果显示相同的规律:试验框架竖向承载能力呈现上升期、平台期、退化期直至倒塌临界点。

表 2 试验结果与模拟结果对比

Tab. 2 Comparison of test results with simulation results

受 力 阶 段	外推阶段				内收阶段				倒塌 阶段
	梁拱板压膜		梁拱板拉膜		梁悬索板拉膜		板拉膜		
	卸载 位移/ mm	结构 抗力/ kN	卸载 位移/ mm	结构 抗力/ kN	卸载 位移/ mm	结构 抗力/ kN	卸载 位移/ mm	结构 抗力/ kN	
试验值	18	87	179	126	234	107	360	98	380
模拟值	11	99	190	133	287	127	354	107	377

4.2 混凝土破坏现象

通过提取受拉损伤因子 DAMAGET,可以近似反映混凝土受拉开裂情况。图 6 为竖向位移 $\Delta = 120$ mm 时,计算获得的首次梁端受拉损伤出现位置;图 7 为试验拍摄第 1 层 BC 梁端部首次混凝土开裂位置,可知其损伤区域与试验拍摄的受拉开裂位移基本吻合。

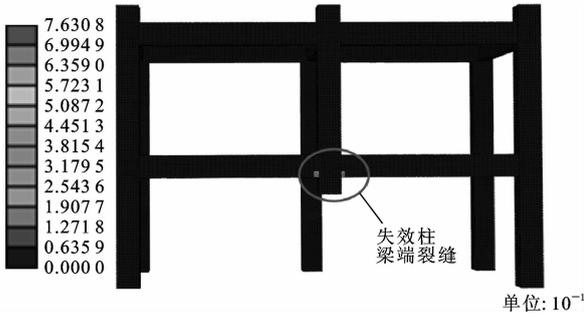


图6 第1层 AB、BC 梁端下侧混凝土受拉损伤

Fig. 6 Concrete tensile damage at end of beam AB and BC

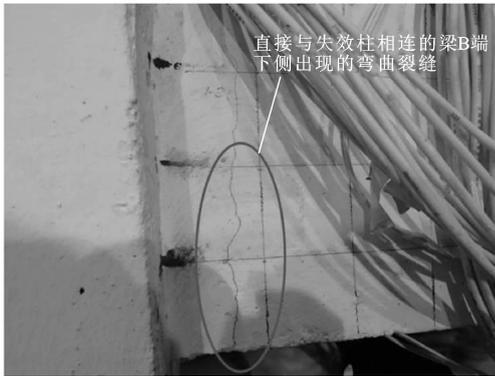


图7 第1层 BC 梁 B 端下侧弯曲裂缝

Fig. 7 Flexural crack at B end of beam BC

图 8 为竖向位移 $\Delta=120\text{ mm}$ 时,梁端受拉损伤情况;图 9 为试验拍摄第 1 层 BC 梁端部混凝土开裂,可知其损伤值最大区域正好为梁弯曲变形形成的混凝土开裂最严重的部位。

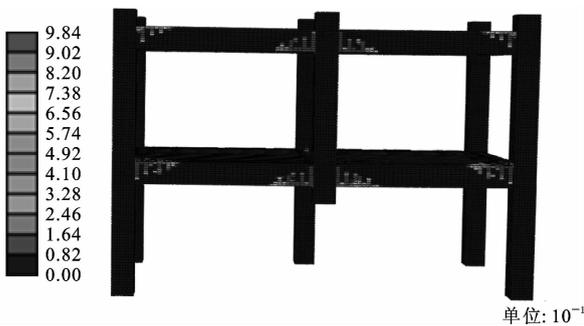


图8 梁端混凝土受拉损伤

Fig. 8 Concrete tensile damage at beam end

图 10 为试验最终板面受拉损伤分布云图,可见其最大损伤区域连通形成塌落区。图 11 为试验最终板面裂缝分布情况。对比图 10、图 11 发现,二者吻合良好。

图 12 为试验加载结束时框架的变形和受拉等效塑性应变,可见,塑性变形最大的区域仍是 B 柱框架一侧梁端位置,梁具有明显弯曲破坏特征。图 13 为试验加载结束时的框架整体破坏形态,可见其

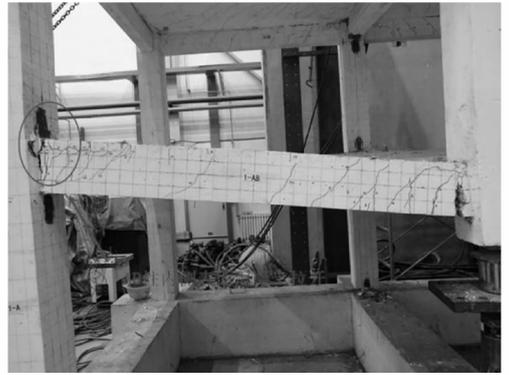


图9 第1层 BC 梁 B 端下侧弯曲裂缝

Fig. 9 Flexural cracks at B end of beam 1-BC

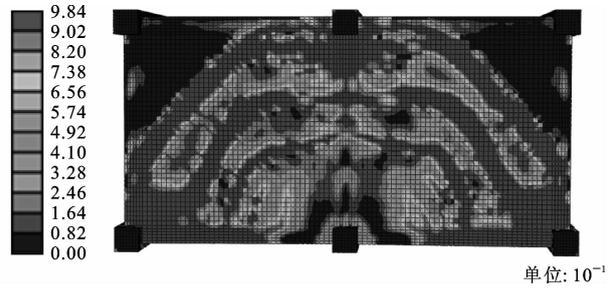


图10 板面受拉损伤

Fig. 10 Tensile damage on plate surface

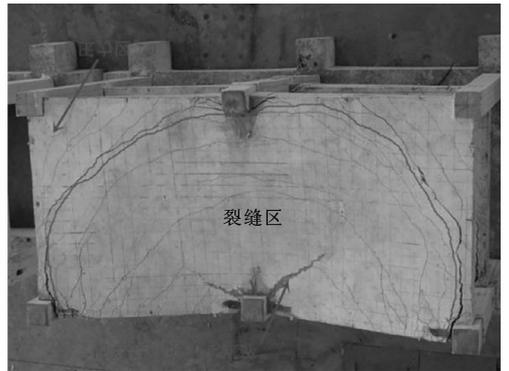


图11 板面裂缝分布

Fig. 11 Cracks distributions on plate surface



图12 第1层 AB、BC 梁端下侧混凝土受拉损伤

Fig. 12 Concrete tensile damage at end of beam AB and BC 与数值模拟结果基本一致。



图13 最终破坏形态

Fig. 13 Failure mode

4.3 钢筋应力历史

在弹塑性理论基础上,结合钢筋延性损伤失效准则,可以跟踪试验加载过程中钢筋的应力发展及损伤失效过程,如图14所示。

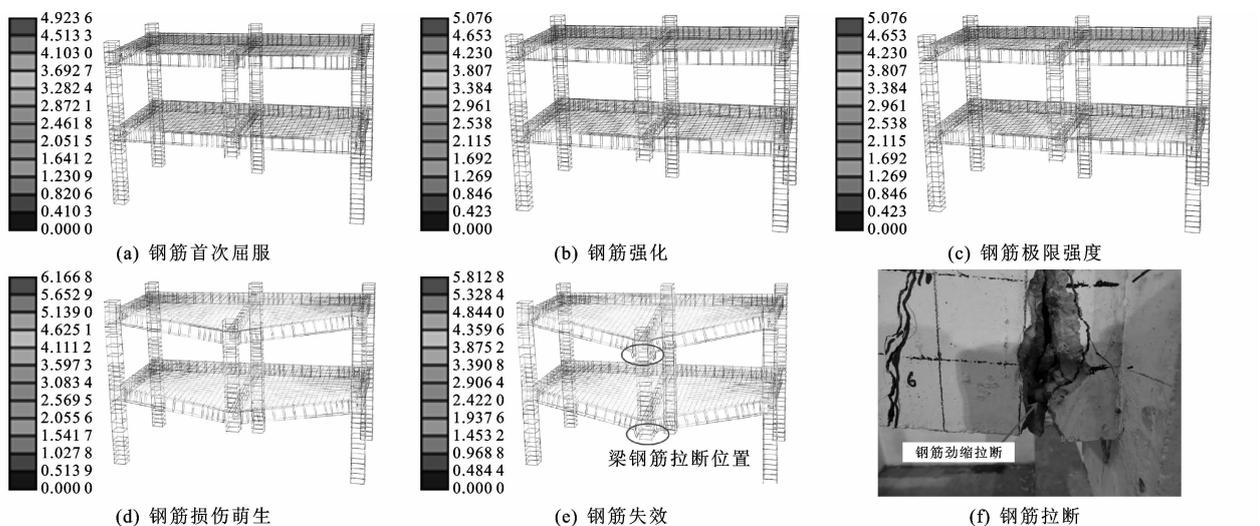


图14 试验框架钢筋应力历史

Fig. 14 Reinforcement strain history of test frame

5 结语

(1)在完成的1:3缩尺空间框架结构竖向倒塌加载试验的基础上,建立了该试验框架的精细化有限元模型。通过模拟计算结果与试验结果比较,验证了其结果的可靠性。本文混凝土损伤塑性模型、钢筋材料损伤和失效准则能够较好地描述结构倒塌试验的累积损伤和失效过程。

(2)显式求解算法能够用于(准)静态问题的求解,在控制加载速率的前提下,可大大提高计算效率并获得可靠的计算结果。对于倒塌模拟这类高度非线性问题,显式求解算法的优越性尤为显著。

(3)本文模型仅针对部分结构进行了试验验证,考虑相邻结构或整体结构的影响,在单个或多个柱

由图14(a)可知,钢筋首次屈服发生在连接B柱的纵向框架梁近端底部。由图14(b)可知,钢筋应力率先进入强化的位置为连接B柱的框架梁近端底部、连接B柱的纵向框架梁远端顶部。由图14(c)可知,钢筋应力率先达到极限抗拉强度的位置为连接B柱的纵向框架梁近端底部。由图14(d)可知,连接B柱的纵向框架梁近端底部钢筋达到极限强度后,应力又开始降低,即开始发生损伤。由图14(e)可知,试验最终结束时刻,连接B柱的纵向框架梁近端底部钢筋拉断失效。由图14(f)可知,试验拍摄到的连接B柱纵梁近端下部钢筋的颈缩拉断现象。可见,钢筋损伤断裂准则的引入,能够很好地再现倒塌过程中钢筋的弹性-屈服-强化-颈缩-断裂力学行为。

失效下的竖向连续倒塌破坏计算时,本文模型的准确性和计算效率有待进一步试验验证。另外,本文定义钢筋损伤演化取简化的线性损伤形式,其他形式损伤演化的参数定义需开展精细的钢筋拉伸试验来确定。

参考文献:

References:

- [1] 王少杰,刘福胜,徐赵东. RC空间框架结构竖向倒塌全过程试验研究与理论分析[J]. 工程力学, 2015, 32(5):162-167,177.
- WANG Shao-jie, LIU Fu-sheng, XU Zhao-dong. Experimental and theoretical analyses on entire course of vertical progressive collapse of spatial RC frame structures[J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(5):

- 162-167,177.
- [2] 杨涛,陆艺. 建筑结构连续倒塌性能研究进展[J]. 力学与实践,2016,38(6):612-618,623.
YANG Tao,LU Yi. Research advances of progressive collapse of building structures[J]. Mechanics in Engineering,2016,38(6):612-618,623.
- [3] QIAN Kai,LI Bing. Performance of three-dimensional reinforced concrete beam-column substructures under loss of a corner column scenario[J]. Journal of Structural Engineering,2012,139(4):584-594.
- [4] QIAN Kai, LI Bing, MA Jia-xing. Load-carrying mechanism to resist progressive collapse of RC buildings[J]. Journal of Structural Engineering,2014,141(2):04014107.
- [5] XIAO Y,KUNNATH S,LI F W, et al. Collapse test of three-story half-scale reinforced concrete frame building[J]. ACI Structural Journal,2015,112(4):429-438.
- [6] KEYVANI L,SASANI M,MIRZAEI Y. Compressive membrane action in progressive collapse resistance of RC flat plates[J]. Engineering structures,2014,59:554-564.
- [7] 高佳明,刘伯权,黄华,等. 考虑现浇板作用的钢筋混凝土框架结构抗连续倒塌性能试验[J]. 长安大学学报:自然科学版,2017,37(6):54-62.
GAO Jia-ming, LIU Bo-quan, HUANG Hua, et al. Experiment on anti-progressive collapse performance of RC space frame considering the effect of cast-in-place slabs[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition,2017,37(6):54-62.
- [8] 孔祥雄,史铁花,程绍革. 基于材料损伤和失效准则的钢结构在强震下倒塌模拟分析方法[J]. 土木工程学报,2014,47(9):38-44.
KONG Xiang-xiong, SHI Tie-hua, CHENG Shao-ge. A numerical simulation method for steel structure collapse under rare earthquake based on the material damage and failure laws[J]. China Civil Engineering Journal,2014,47(9):38-44.
- [9] 卢啸,陆新征,张万开,等. 特大地震下超高层建筑的倒塌模拟[J]. 中国科学:技术科学,2011,41(11):1405-1416.
LU Xiao,LU Xin-zheng,ZHANG Wan-kai, et al. Collapse simulation of a super high-rise building subjected to extremely strong earthquakes[J]. Scientia Sinica: Technologica,2011,41(11):1405-1416.
- [10] 顾祥林,印小晶,林峰,等. 建筑结构倒塌过程模拟与防倒塌设计[J]. 建筑结构学报,2010,31(6):179-187.
GU Xiang-lin, YIN Xiao-jing, LIN Feng, et al. Simulation of collapse process and design method to resist collapse for building structures[J]. Journal of Building Structure,2010,31(6):179-187.
- [11] 张富文,吕西林. 框架结构不同倒塌模式的数值模拟与分析[J]. 建筑结构学报,2009,30(5):119-125.
ZHANG Fu-wen, LU Xi-lin. Numerical simulation and analysis of different collapse patterns for RC frame structure[J]. Journal of Building Structure,2009,30(5):119-125.
- [12] 喻莹,罗尧治. 基于有限质点法的结构倒塌破坏研究 I:基本方法[J]. 建筑结构学报,2011,32(11):17-26.
YU Ying, LUO Yao-zhi. Structural collapse analysis based on finite particle method I: Basic approach[J]. Journal of Building Structure,2011,32(11):17-26.
- [13] 喻莹,罗尧治. 基于有限质点法的结构倒塌破坏研究 II:关键问题与数值算例[J]. 建筑结构学报,2011,32(11):27-35.
YU Ying, LUO Yao-zhi. Structural collapse analysis based on finite particle method II: Key problems and numerical examples[J]. Journal of Building Structure,2011,32(11):27-35.
- [14] 史奉伟,王来,董硕. 基于楼板薄膜效应的钢框架抗连续倒塌研究[J]. 工业建筑,2016,46(3):113-118.
SHI Feng-wei, WANG Lai, DONG Shuo. Progressive collapse analysis of steel frame structure based on membrane action of composite floor slabs[J]. Industrial Construction,2016,46(3):113-118.
- [15] 李雁军,吕大刚,王震宇,等. 钢筋混凝土框架结构拟静力倒塌试验数值模拟[J]. 工程力学,2012,29(增2):205-210.
LI Yan-jun, LU Da-gang, WANG Zhen-yu, et al. Numerical simulation for quasi-static collapse test of RC frame[J]. Engineering Mechanics,2012,29(S2):205-210.
- [16] DAT P X, HAI T K. Membrane actions of RC slabs in mitigating progressive collapse of building structures[J]. Engineering Structures,2013,55:107-115.
- [17] 钱稼茹,胡晓斌. 多层钢框架连续倒塌动力效应分析[J]. 地震工程与工程振动,2008,28(2):8-14.
QIAN Jia-ru, HU Xiao-bin. Dynamic effect analysis of progressive collapse of multi-story steel frames[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration,2008,28(2):8-14.
- [18] 胡晓斌,钱稼茹. 单层平面钢框架连续倒塌动力效应分析[J]. 工程力学,2008,25(6):38-43.