

# 公路用玻璃钢夹砂管道径厚比优化

王清洲,梁 筱,魏连雨,汪 洋

(河北工业大学 土木与交通学院,天津 300401)

**摘 要:**为解决公路用玻璃钢夹砂管管壁厚度设计缺乏标准与依据的问题,通过对玻璃钢夹砂管道试样进行压缩性能试验、拉伸性能试验获得不同管壁厚度的基本力学参数;结合在役玻璃钢夹砂管道的现场静载试验,得到在车辆荷载作用下玻璃钢夹砂管的变形规律,采用 ABAQUS 软件建立玻璃钢夹砂管道在车辆荷载作用下的数值分析模型,以路面基层材料劈裂强度值及管道最大允许变形量为控制指标,研究不同管道内径、不同管道埋深 8 种工况下玻璃钢夹砂管道的径厚比的最优取值。研究结果表明:管道的最优径厚比与管道内径及管道覆土深度有关,当管道内径为 1.0 m,管道覆土深度分别为 1、1.5、2 m 时,管道的最优管壁厚度范围分别为 20~25、25~30、32~37 mm,最优径厚比范围分别为 40~50、33~40、27~31;当管道内径为 1.5 m,管道覆土深度分别为 1、1.5、2 m 时,管道的最优管壁厚度范围分别为 28~33、32~37、35~40 mm,最优径厚比范围分别为 45~53、40~46、37~42;当管道内径为 2.0 m,管道覆土深度分别为 1.5、2 m 时,管道的最优管壁厚度范围分别为 35~40、40~45 mm,最优径厚比范围分别为 50~57、37~44。在保证道路整体结构以及管涵自身结构安全的前提下,可根据管道内径以及管道覆土深度选择最经济的管壁厚度,从而节省管道原材料成本,减小玻璃钢夹砂管涵洞工程的造价。

**关键词:**道路工程;公路涵洞;玻璃钢夹砂管;径厚比;优化分析;管道埋深

**中图分类号:**U449.83;TB332

**文献标志码:**A

## Optimization of diameter to thickness ratio of glass fiber reinforced plastics mortar pipe for highway

WANG Qing-zhou, LIANG Xiao, WEI Lian-yu, WANG Yang

(School of Civil and Transportation Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of lacking the standard and basis for designing the wall thickness of glass fiber reinforced plastics mortar pipe for highway, the basic mechanical parameters of different pipe thickness were obtained through the compressive property test, tensile property test of pipe. Combined with in-service static load test of glass fiber reinforced plastics mortar pipe, the stress of pavement base and the deformation of pipe under the action of vehicle load were obtained. The numerical analysis model of glass fiber reinforced plastics mortar pipe under automotive load were established by ABAQUS software, the splitting strength value of the pavement base material and the maximum permissible deformation of the pipe were used as the control index, the optimal values of the ratio of pipe under nine different working conditions,

including the inner diameter of pipe and the depth of buried pipe were studied. The results show that the optimal diameter to thickness ratio of pipe is related to the inner diameter of pipe and the soil depth of pipe. When the inner diameter of pipe is 1.0 m, the soil depth of buried pipe is 1, 1.5 and 2 m, the optimal wall thickness of pipe is 20 to 25, 25 to 30 and 32 to 37 mm, and the optimum diameter to thickness ratio of pipe is 40 to 50, 33 to 40 and 27 to 31 respectively. When the inner diameter of pipe is 1.5 m, the soil depth of buried pipe is 1, 1.5 and 2 m, the optimal wall thickness of pipe is 28 to 33, 32 to 37 and 35 to 40 mm, and the optimum diameter to thickness ratio of pipe is 45 to 53, 40 to 46 and 37 to 42 respectively. When the inner diameter of pipe is 2.0 m, the soil depth of buried pipe is 1.5 or 2 m, the optimal wall thickness of pipe is 35 to 40 or 40 to 45 mm, and the optimum diameter to thickness ratio of pipe is 50 to 57 or 37 to 44. Under the premise of ensuring the overall structure of the load and the structural safety of the pipe itself, the most economical wall thickness can be selected according to the diameter of the pipe and the soil depth of the buried pipe, thereby saving the raw material cost of the pipe and reducing the cost of the culvert engineering of the glass fiber reinforced plastics mortar pipe. 6 tabs, 14 figs, 25 refs.

**Key words:** road engineering; highway culvert; glass fiber reinforced plastics mortar pipe; diameter to thickness ratio; optimization analysis; pipe depth

## 0 引言

中国涵洞数量约占桥涵总数的60%~70%,平原地区每km约有1~3座;山岭重丘区每km平均有4~6座,在现有涵洞中80%为水泥混凝土涵洞<sup>[1]</sup>。受混凝土管道材料的自身特点和涵洞所处的恶劣环境条件限制,部分涵洞在投入使用2~3年后,混凝土管道就出现裂缝、浅表面破损、破坏等各类问题<sup>[2]</sup>。玻璃钢夹砂管(FRPM)作为新型管道的代表,凭借其自重轻、耐久性好、施工工期短等卓越的性能,在市政、道路工程等领域的应用越来越广泛<sup>[3]</sup>。半刚性基层沥青路面强度高、抗疲劳性能好,加之水泥稳定碎石基层板整体性好,其已经成为中国公路路面结构的主要形式<sup>[4]</sup>。随着半刚性基层路面的大量使用,研究者发现其存在严重裂缝的问题。经调查发现,造成水泥稳定碎石基层开裂的一个重要因素就是道路运营过程中,在填土及车辆等荷载作用下,基层层底产生的拉应力远大于材料的容许拉应力<sup>[5]</sup>。

国内外学者对不同结构的公路用玻璃钢夹砂管的力学性能、埋地管道受力特性及结构优化等方面进行了相关研究,具有了一定的研究基础。石华旺等对管道的环刚度试验及疲劳性能试验进行了分析,建立了玻璃钢夹砂管疲劳寿命的预测公式,揭示

管道环刚度与纤维体积的关系<sup>[6]</sup>;Lee等提出了可以预测等效管刚度系数、管刚度、等效弹性模量之间的关系方程,并采用有限元法预测管的刚度<sup>[7]</sup>;Yang等研究了管道不同截面的应力以及管道环形挠度<sup>[8]</sup>;张济源等通过开展玻璃钢夹砂管涵洞现场试验,得到了管道在不同荷载作用下的管土相互作用规律、管道内侧各测点的应变和位移变化力学特征以及各填土高度情况下管道轴向任意位置的挠曲变形变化趋势的推算公式<sup>[9-11]</sup>;Rafiee研究了玻璃钢夹砂管道的破坏机理,提出了连续失效破坏模型(SFM),通过不同铺层结构的玻璃钢夹砂管力学性能试验,对该模型的有效性进行验证<sup>[12]</sup>;陈涛通过试验和数值模拟,研究了FRPM刚度、强度等力学性能的影响因素,对铺层顺序、缠绕角度及夹砂层厚度进行了优化,得到了FRPM的最优结构模型<sup>[13]</sup>。

综上,已有研究对玻璃钢夹砂管道力学性能、受力和结构优化等方面的研究比较单一,综合考虑管道力学参数、上覆层路面基层材料劈裂强度、管道内径以及埋深等因素对公路用玻璃钢夹砂管道径厚比的优化研究鲜有报道。为此,本文通过开展埋地管道现场车辆荷载试验和数值模拟,在保证道路整体结构以及涵管自身结构安全的前提下,减少管道管壁厚度的安全裕量,优化管壁厚度,以期降低公路用玻璃钢夹砂管道的成本。

1 FRPM 的力学参数

1.1 FRPM 简介

FRPM 是一种以不饱和聚酯树脂等为基体材料,玻璃纤维等为增强材料,石英砂等颗粒材料为填料,采用定长缠绕、离心浇铸、连续缠绕等方法制成柔性复合材料管道<sup>[14]</sup>。其管壁从内到外依次为内衬层、内玻璃纤维缠绕层、树脂加砂层、外玻璃纤维缠绕层和外保护层<sup>[15]</sup>。中间层形成的夹层结构可称为结构层,并且结构层的层数依据管壁厚度确定<sup>[16]</sup>。内缠绕层及外缠绕层主要由环向纤维和螺旋纤维承受轴向弯曲荷载引起的拉、压应力。管壁结构如图 1 所示。

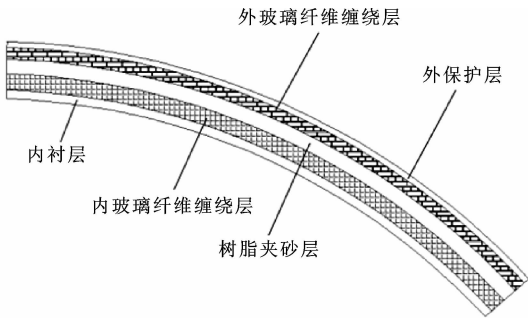


图 1 管壁结构示意图  
Fig. 1 Schematic of pipe wall structure

1.2 FRPM 力学指标参数

FRPM 允许的最大变形量取管道计算直径的 3%<sup>[17]</sup>。缠绕层中纤维交叉缠绕角为 57.52°,铺层顺序为[90°/57.52°/-57.52°](90°为环向缠绕,57.52°/-57.52°为交叉缠绕)。每层环向缠绕的纤维厚度为 0.4 mm,每个交叉缠绕的纤维厚度为 0.8 mm。不同管壁厚度下,纤维缠绕层厚度及夹砂层的厚度见表 1。

采用微机控制电液伺服万能试验机 WAW-1000 对不同管壁厚度的 FRPM 试样进行压缩性能试验、拉伸性能试验,通过对试验数据整理得到玻璃钢夹砂管的基本力学参数如表 2 所示。

2 现场试验

2.1 试验概况

现场试验路段选取承德市塞长线(S214)的一个在役玻璃钢夹砂管道作为试验对象,已投入使用半年,如图 2 所示。路面设计宽度 8.0 m,管道覆土深度 1.5 m,路面结构层中:基层为 20 cm 水泥稳定碎石,上面层为 4 cm 细粒式沥青混凝土 AC-10,下面层为 6 cm 粗粒式沥青混凝土 AC-20<sup>[18]</sup>。玻璃钢

表 1 不同管壁厚度下的纤维缠绕层厚度及夹砂层厚度组成

Tab. 1 Thickness of fiber winding layer and sand layer under different pipes wall thickness mm

管壁厚度	厚度组成						
	纤维缠绕层厚度	夹砂层厚度	纤维缠绕层厚度	夹砂层厚度	纤维缠绕层厚度	夹砂层厚度	纤维缠绕层厚度
50	2.4	14.2	1.2	14.2	1.2	14.4	2.4
45	2.4	12.6	1.2	12.6	1.2	12.6	2.4
40	2.4	17.0	1.2	17.0	2.4		
35	2.4	14.5	1.2	14.5	2.4		
32	2.4	13.0	1.2	13.0	2.4		
30	2.4	12.0	1.2	12.0	2.4		
25	2.4	9.5	1.2	9.5	2.4		
20	2.4	7.0	1.2	7.0	2.4		
18	2.4	13.2	2.4				

表 2 FRPM 基本力学参数

Tab. 2 Basic mechanical parameters of FRPM

管壁厚度/mm	环向抗压强度值/MPa	轴向抗压强度值/MPa	环向弹性模量/GPa	轴向弹性模量/GPa	环向拉伸强度/MPa	轴向拉伸强度/MPa
50	49.93	40.79	4.84	3.04	84.63	7.48
45	47.15	38.04	5.03	3.33	83.41	7.29
40	43.20	36.15	5.41	3.82	79.32	7.01
35	41.59	35.56	5.72	4.05	76.38	6.92
32	40.01	33.42	5.86	4.22	75.01	6.77
30	39.74	32.93	6.10	4.36	74.20	6.64
25	37.31	30.37	6.55	4.89	71.05	6.37
20	34.79	28.30	6.89	5.27	69.30	6.03
18	33.90	26.20	7.00	5.31	68.54	5.90



图 2 试验涵洞  
Fig. 2 Test culvert

夹砂管道内径 1.5 m,壁厚 0.05 m,管长 10 m,接头处采用承插式连接方式,双 O 形橡胶圈密封。

2.2 试验测试元件布设

(1)应变片布设

应变测试元件采用 BX120-80AA 铂式电阻应变片和静态应变采集仪观测,应变测试截面位于距管口 6 m 位置处,共布置了 12 个应变测点,每个测点按 T 形环向和轴向布设<sup>[18]</sup>,应变测点布置如图 3 所示。

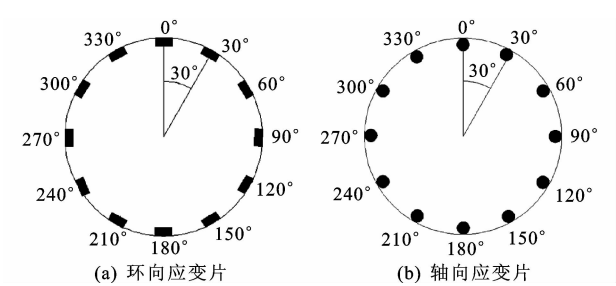


图 3 应变测点布置  
Fig. 3 Layout of strain gauges

(2)位移传感器布置

为测试玻璃钢夹砂管道在荷载作用下的变形规律,分别在水平和竖向布置位移计,具体布置如图 4 所示。

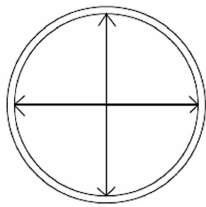


图 4 位移测点布置  
Fig. 4 Arrangement of displacement measuring points

2.3 加载车辆参数及加载位置

(1)加载车辆参数

加载车辆选取施工现场的自卸工程运输车,加载车辆的前轴为单轴单轮组,后轴为双轴双轮组,车型为斯泰尔王 290 自卸车。试验车辆装载后参数如表 3 所示。

表 3 车辆信息 Tab. 3 Vehicle Information			
参数	参数值	参数	参数值
轮胎宽度/mm	250	双侧车轮最外侧距离/mm	2 400
双轮总宽度/mm	600	同轴轮胎的中心距/mm	1 850
轮胎接地面积/mm <sup>2</sup>	77 000	双联轴轴心距/mm	1 450
后轴单轴轴载/t	16.45		

(2)加载位置

加载工况为该车中后轴中心位于管道轴线正上

方,应变片位于两侧车轮中心处。车辆加载位置如图 5 所示。

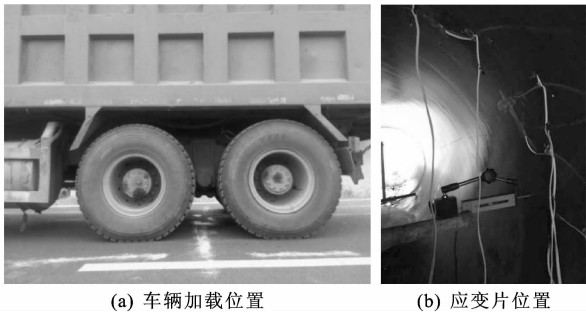


图 5 加载工况  
Fig. 5 Loading position

2.4 试验结果分析

玻璃钢夹砂管道测试断面上各测点环向应变与轴向应变如图 6、图 7 所示。

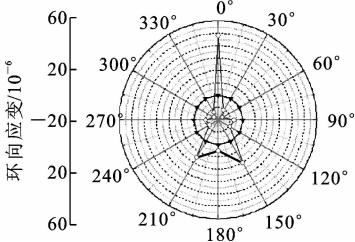


图 6 环向应变  
Fig. 6 Hoop strain of inner ring

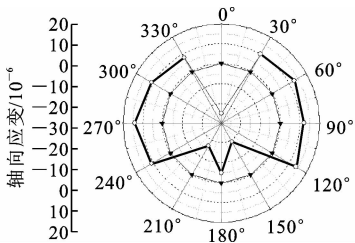


图 7 轴向应变  
Fig. 7 Axial strain of inner ring

由图 6、图 7 可知,在车辆荷载作用下,FRPM 管道的环向与轴向应变关于管道中心轴线呈左右对称分布,在管道环向应变中最大拉应变值出现在管顶位置,最大压应变出现在 60°、300°处;管道轴向应变的拉压状态与环向应变呈相反趋势,在 0°、150°、180°、210°处均为压应变,0°处压应变值最大,轴向应变整体上略小于环向应变。玻璃钢夹砂管道水平向变形为一 3.5 mm,径向变形为 4 mm。试验结果表明,在车辆荷载及填土荷载作用下,管顶位置为变形最薄弱点,并且 FRPM 在水平方向挤压两侧土体,顶部受压并沿径向方向收缩,管道的实际径向变形量远小于管道允许径向变形值,管道还远未进入塑

性变形阶段,整体受力状况较好<sup>[19]</sup>。

3 数值模型建立

3.1 模型的建立及参数的选取

试验路段中基层为 4%水泥剂量的水泥稳定碎石,对 5 组室内养生条件下试件 7 d 劈裂强度进行测试,最小劈裂强度为 0.5 MPa,考虑到野外环境、变异性等因素将水泥稳定碎石劈裂强度的安全系数取为 1.15,即水泥稳定碎石劈裂强度最小值取为 0.43 MPa,将其作为水泥稳定碎石基层层底最大拉应力的阈值。试验路段地区土壤组成主要为普通黄土,在 ABAQUS 中土体回弹模量的选取参照陈开圣等的研究<sup>[20-22]</sup>。将玻璃钢夹砂管道中夹砂层定义为各向同性弹性材料,玻璃纤维层定义为正交各向异性弹性材料<sup>[23]</sup>。土体参数如表 4 所示。

表 4 管道周边土体计算参数

Tab. 4 Peripheral soil calculation parameters					
参数	弹性模量/GPa	泊松比	密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	凝聚力/kPa	内摩擦角/(°)
原土	0.018	0.36	1 773	40	28
回填土	0.013	0.31	1 682	14	37

针对路面-管道-土基整体采用 ABAQUS 有限元的方法建立模型,按照主从面网格密度要求进行网格划分<sup>[24]</sup>,整体道路结构如图 8 所示。

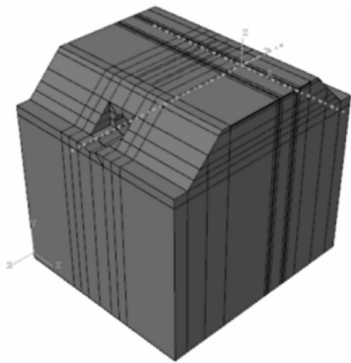


图 8 计算模型

Fig. 8 Calculation model

3.2 路面材料强度破坏准则

形状改变比能理论(又称第四强度理论)认为形状改变比能是引起材料流动破坏的主要因素。只要满足形状比能达到某一极限,材料就发生流动破坏,其相应的强度条件为 $\{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]/2\}^{1/2} \leq f_{ts}$ ,其中  $f_{ts}$  为基层材料的劈裂强度<sup>[25]</sup>。在 ABAQUS 软件中 $\{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]/2\}^{1/2}$  对应 Mises 应力,可直接读取。

4 数值模拟及结果

4.1 对比分析

试验结果与模拟结果对比如图 9、图 10 所示。

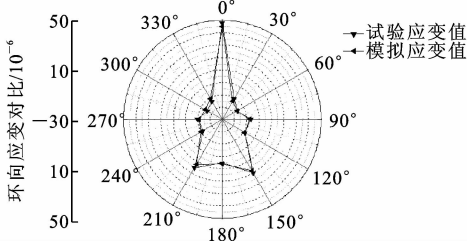


图 9 环向应变对比

Fig. 9 Hoop strain contrast

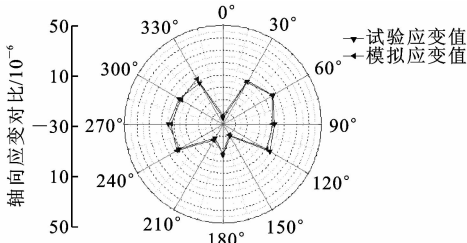


图 10 轴向应变对比

Fig. 10 Axial strain contrast

从图 9、图 10 可知,数值模拟得到管道内侧环向应变以及轴向应变与试验结果变化趋势相同,二者相对误差为 8%。模拟结果基本能反映管道的受力及变形情况,因此所建数值模型具有较好可靠性。数值分析模型中路面基层层底拉应力及管道径向变形如图 11、图 12 所示。

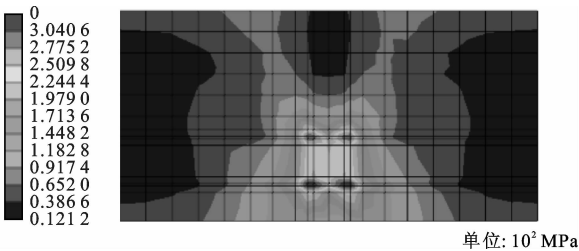


图 11 路面基层层底拉应力

Fig. 11 Stress on bottom of pavement base

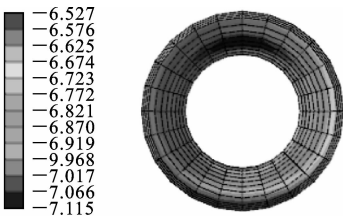


图 12 管道径向变形

Fig. 12 Radial deformation of pipe

此时路面基层层底拉应力约为 0.33 MPa,尚未达到水泥稳定碎石材料的劈裂强度,管道径向变形在允许变形范围内,表明管道有足够的强度,具有可优化的空间。

4.2 不同工况下管道径厚比的优化分析

参照实际工况要求,管道内径为 2 m 的 FRPM 管最小埋深为 1.5 m。表 5 为数值模拟软件 ABAQUS 分析的 8 种不同工况。

表 5 不同工况  
Tab. 5 Different conditions

工况	工况条件	工况	工况条件
1	管径 1 m,管道埋深 1 m	5	管径 1.5 m,管道埋深 1.5 m
2	管径 1 m,管道埋深 1.5 m	6	管径 1.5 m,管道埋深 2 m
3	管径 1 m,管道埋深 2 m	7	管径 2 m,管道埋深 1.5 m
4	管径 1.5 m,管道埋深 1 m	8	管径 2 m,管道埋深 2 m

图 13、图 14 分别为 8 种工况下,以水泥稳定碎石劈裂强度及管道变形量为控制指标,在管壁优化过程中不同管壁厚度对应的路面基层层底拉应力及管道径向变形量。

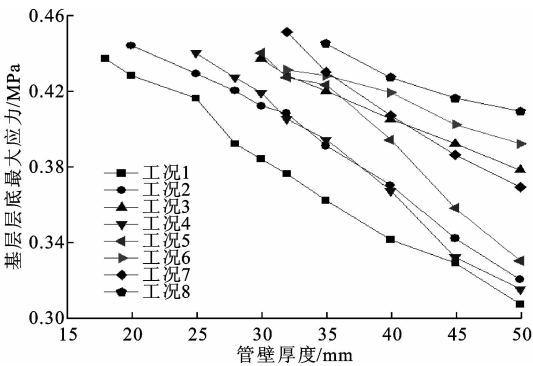


图 13 不同工况下的基层层底应力

Fig. 13 Stress of pavement base under different conditions

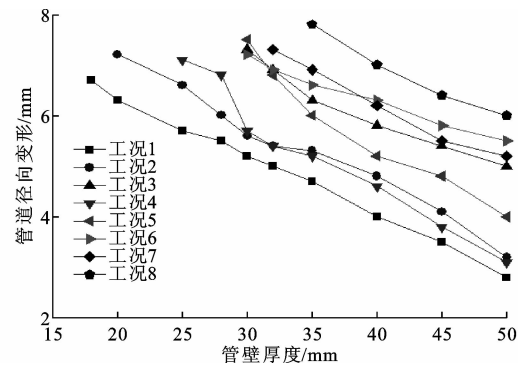


图 14 不同工况下的管道径向变形

Fig. 14 Radial deformation under different conditions

由图 13、图 14 可知,当管径及管壁厚度保持一定时,随着管道覆土深度的增加,管道径向变形及路面基层层底拉应力呈增加趋势,说明管道受力是荷

载与管道上方填土共同作用的结果。当管道覆土深度保持一定时,路面基层层底拉应力随着管径增大而增加,其中工况 1 对应的路面基层层底拉应力最小,这是由于模拟试验加载位置是车载中后轴中心作用于管顶的情况。对于内径 1 m 的管道,其轴间距大于管道内径,车辆荷载传递至管顶时的作用力较小,因此路面基层层底拉应力也较小,即管径越小车辆荷载作用下管道受力越有利,管道壁厚可越薄。因此,在保证管道受力安全的前提下,可减小管道壁厚降低成本。

工况 1 中当将管壁厚度优化至 20 mm 时,相对应的路面基层层底拉应力为 0.428 MPa,接近水稳碎石基层的劈裂强度,管道径向变形在允许范围内;当管壁厚度为 18 mm 时,路面基层层底拉应力为 0.437 MPa,已超过水稳碎石基层的劈裂强度。故将 FRPM 管的管壁厚度极限值取为 20 mm,考虑到安全系数、加工工艺及土体参数等因素影响,将管道壁厚增加 5 mm,即最优管壁厚度范围为 20~25 mm,最优径厚比范围为 40~50。同理,工况 2~工况 8 的最优管壁厚度及最优径厚比取值见表 6。

表 6 不同工况下管道的最优管壁厚度及最优径厚比

Tab. 6 Optimum pipe wall thickness and optimal ratios of diameter to thickness under different conditions

参数	最优壁厚/mm	最优径厚比
工况 1	20~25	40~50
工况 2	25~30	33~40
工况 3	32~37	27~31
工况 4	28~33	45~53
工况 5	32~37	40~46
工况 6	35~40	37~42
工况 7	35~40	50~57
工况 8	40~45	37~44

5 结 语

(1)本文结合在役 FRPM 管道的野外实测试验与数值模拟软件 ABAQUS,综合考虑路面基层材料劈裂强度、管道变形等因素,在保证道路整体结构以及涵管自身结构安全的前提下,对 8 种不同工况下 FRPM 的管壁厚度进行优化分析。以期根据管道内径和覆土深度选择最经济的管壁厚度,从而降低工程成本。

(2)经优化分析,8 种不同工况下 FRPM 的最优径厚比为:当管道内径为 1.0 m,管道埋深分别为 1、1.5、2 m 时,管道最优径厚比分别为 40~50、33~40、27~31;当管道内径为 1.5 m,管道埋深分

别为 1、1.5、2 m 时,管道最优径厚比分别为 45~53、40~46、37~42;当管道内径为 2.0 m,管道埋深分别为 1.5、2 m 时,管道最优径厚比分别为 50~57、37~44。

(3)不同管壁厚度的玻璃钢夹砂管施工工艺相同,管壁厚度减小主要是玻璃钢夹砂管夹砂层及纤维缠绕层厚度减小,玻璃钢夹砂管原材料成本也会随之减小。就本文试验涵洞而言,所用玻璃钢夹砂管的管径为 1.5 m、管长 10 m、管壁厚度为 50 mm,其生产成本约为 2 850 元;通过本文的优化分析可知,当将管壁厚度减小至 37 mm 时,已经满足使用要求,其生产成本约为 2 350 元。因此在满足道路整体结构以及管道自身结构安全的前提下,该管道可节省约 500 元。

(4)由于玻璃钢夹砂管中夹砂层和玻璃纤维缠绕层性能差异较大,不同铺层的夹砂管性能差异也很大,因此所得结论只适用于本文所用管道,其他铺层仅做参考。纤维缠绕角度、纤维强度及弹性模量、土体模量等参数对于管道受力及变形特性的影响是后续研究的主要方向。

## 参考文献:

## References:

- [1] 徐 湘.公路涵洞常见病害分析与防治措施[J]. 中华建设,2008(9):138-139.  
XU Xiang. Analysis on common diseases of highway culverts and preventive measures[J]. China Construction,2008(9):138-139.
- [2] 吉训刚.山区公路涵洞病害成因分析与防治[J]. 交通科技,2017(4):115-118.  
JI Xun-gang. Damage causes and control measures of culvert in mountainous highway[J]. Transportation Science & Technology,2017(4):115-118.
- [3] 薛忠民.中国玻璃钢/复合材料发展回顾与展望[J]. 玻璃钢/复合材料,2015(1):5-12.  
XUE Zhong-min. Retrospect and prospect of development of FRP/CM in China[J]. Fiber Reinforced Plastics/Composites,2015(1):5-12.
- [4] 徐华东,王 磊,刘真国.半刚性基层沥青路面开裂成因及处治措施[J]. 中外公路,2008(5):84-86.  
XU Hua-dong, WANG Lei, LIU Zhen-guo. Causes and treatment of cracking in semi-rigid base asphalt pavement[J]. Journal of China and Foreign Highway, 2008(5):84-86.
- [5] 谭学政.水泥稳定碎石多指标质量控制方法研究

[D]. 西安:长安大学,2013.

TAN Xue-zheng. Study on the multiple indicator quality control method of the cement stabilized macadam base[D]. Xi'an:Chang'an University,2013.

- [6] 石华旺,魏连雨,陈兆南,等.玻璃纤维增强塑料夹砂管涵疲劳性能试验研究[J]. 玻璃钢/复合材料,2017(3):21-24.  
SHI Hua-wang, WEI Lian-yu, CHEN Zhao-nan, et al. Experimental study of fatigue performance for FRPM pipe buried in highway[J]. Fiber Reinforced Plastics/Composites,2017(3):21-24.
- [7] LEE J H, CHOI J S, OK D M, et al. Pipe stiffness of buried glass fiber reinforced polymer plastic (GFRP) and polymer mortar pipe with symmetrical cross-section [J]. Key Engineering Materials, 2017, 730: 496-501.
- [8] YANG Fan, SUN Yu-zhou, CHEN Bo. Performance assessment on the plastic mortar culvert reinforced by glass fiber [J]. Applied Mechanics and Materials, 2013,256:565-569.
- [9] 张济源,郑彦军,石华旺,等.荷载作用下埋地玻璃钢夹砂管受力特征分析[J]. 玻璃钢/复合材料,2016(5):80-84,22.  
ZHANG Ji-yuan, ZHENG Yan-jun, SHI Hua-wang, et al. Analysis of the stress characteristics of the buried glass fiber reinforced FRP pipe under load[J]. Fiber Reinforced Plastics/Composites, 2016 (5): 80-84,22.
- [10] 郑彦军,陈兆南,魏连雨,等.玻璃钢夹砂管涵洞力学性能试验研究[J]. 特种结构,2016,33(6):66-70.  
ZHENG Yan-jun, CHEN Zhao-nan, WEI Lian-yu, et al. Experimental study on mechanical properties of glass fiber reinforced plastic mortar pipe culvert[J]. Special Construction,2016,33(6):66-70.
- [11] 张济源,魏连雨,张国盘,等.公路埋地玻璃钢夹砂管车辆荷载下挠曲变形特性[J]. 玻璃钢/复合材料,2016(10):56-59.  
ZHANG Ji-yuan, WEI Lian-yu, ZHANG Guo-pan, et al. The deformation of FRPM pipe buried in highway under vehicle load[J]. Fiber Reinforced Plastics/Composites,2016(10):56-59.
- [12] RAFIEE R. Experimental and theoretical investigations on the failure of filament wound GRP pipes[J]. Composites Part B:Engineering,2013,45(1):257-267.
- [13] 陈 涛.基于有限元分析的玻璃钢夹砂管道的强度分析与优化设计[D]. 南昌:南昌大学,2015.  
CHEN Tao. Finite analysis and optimization design of

- glass fiber reinforced plastics mortar pipes[D]. Nanchang: Nanchang University, 2015.
- [14] 陈兆南,魏连雨,裴亚男,等. 玻璃钢夹砂管树脂砂浆强度优化试验研究[J]. 玻璃钢/复合材料, 2017(9): 78-81.
- CHEN Zhao-nan, WEI Lian-yu, PEI Ya-nan, et al. Experimental study on strength optimization of FR-PM pipes resin mortar[J]. Fiber Reinforced Plastics/Composites, 2017(9): 78-81.
- [15] 郭婷婷,顾安全. 减荷措施下涵洞土压力与填土变形数值计算[J]. 交通运输工程学报, 2010, 10(5): 12-16, 29.
- GUO Ting-ting, GU An-quan. Numerical simulation of soil pressure and deformation for culvert with load-reducing measures[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2010, 10(5): 12-16, 29.
- [16] 宋奇巨,李琛. 简述埋地玻璃钢夹砂管道工程结构设计[J]. 特种结构, 2007(3): 37-41.
- SONG Ji-po, LI Chen-yu. Brief description of underground FRP sand pipe engineering structure design [J]. Special Structures, 2007(3): 37-41.
- [17] 汪 准,邓京兰,王继辉,等. 玻璃钢夹砂管道的环刚度有限元分析及应用[J]. 玻璃钢/复合材料, 2014 (11): 16-20.
- WANG Zhun, DENG Jing-lan, WANG Ji-hui, et al. Ring stiffness finite element analysis and application of GRP pipes[J]. Fiber Reinforced Plastics/Composites, 2014(11): 16-20.
- [18] 魏连雨,陈兆南,郑彦军,等. 公路路基 FRPM 管涵洞受力变形特性研究[J]. 中外公路, 2018(1): 34-37.
- WEI Lian-yu, CHEN Zhao-nan, ZHENG Yan-jun, et al. Study on stress and deformation characteristics of highway subgrade FRPM pipe culverts[J]. Journal of China and Foreign Highway, 2018(1): 34-37.
- [19] 魏连雨,张国盘,张济源,等. FRPM 管涵力学特性试验与数值模拟研究[J]. 玻璃钢/复合材料, 2016(8): 73-77.
- WEI Lian-yu, ZHANG Guo-pan, ZHANG Ji-yuan, et al. Research of force mechanic characteristics tests and numerical simulation of FRPM pipe[J]. Fiber Reinforced Plastics/Composites, 2016(8): 73-77.
- [20] 陈开圣,沙爱民. 压实黄土变形特性[J]. 岩土力学, 2010, 31(4): 1023-1029.
- CHEN KAI-sheng, SHA Ai-min. Study of deformation characteristics of compacted loess[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(4): 1023-1029.
- [21] 陈开圣,沙爱民. 压实黄土回弹模量试验研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(3): 748-752, 759.
- CHEN Kai-sheng, SHA Ai-min. Research on resilient modulus test of compacted loess[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(3): 748-752, 759.
- [22] 司海宝,蔡正银. 基于 ABAQUS 建立土体本构模型库的研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(2): 599-603.
- SI Hai-bao, CAI Zheng-yin. Development of static constitutive model library for soils based on ABAQUS[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(2): 599-603.
- [23] 段佳利. 埋地玻璃钢夹砂管道力学性能的数值模拟 [D]. 重庆: 重庆大学, 2013.
- DUAN Jia-li. Numerical simulation on the mechanical properties of buried GRP pipe [D]. Chongqing: Chongqing University, 2013.
- [24] 贾 哲. 基于有限元分析的玻璃钢夹砂管道的强度分析和数值模拟辅助设计[D]. 南昌: 南昌大学, 2016.
- JIA Zhe. Strength analysis and numerical simulation for glass fiber reinforced plastics mortar [D]. Nanchang: Nanchang University, 2016.
- [25] 丁少梅,赵忠虎,王宁宁,等. 岩石强度理论的分类评述[J]. 水利与建筑工程学报, 2017, 15(1): 95-102.
- DING Shao-mei, ZHAO Zhong-hu, WANG Ning-ning, et al. Distortion energy criterion for mixed mode crack propagation[J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2017, 15(1): 95-102.