

李洁,张萌佳,陈思妤. 基于期望-超额行程时间与有限理性的城市交通分配模型[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2024, 44(3): 125-137.  
LI Jie, ZHANG Meng-jia, CHEN Si-yu. Urban traffic assignment model based on mean-excess travel time and bounded rationality[J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition), 2024, 44(3): 125-137.

DOI: 10.19721/j.cnki.1671-8879.2024.03.011

## 基于期望-超额行程时间与有限理性的 城市交通分配模型

李洁, 张萌佳, 陈思妤

(湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

**摘要:** 为完善现有交通分配方法, 综合考虑路网与出行者两方面不确定性因素对随机出行行为的影响, 建立基于代理的城市路网交通分配模型。首先, 采用期望-超额行程时间反映路网行程时间的客观不确定性, 并构建通行能力随机退化条件下的出行成本函数。随后, 引入出行者对路径成本的感知更新过程, 采用有限理性理论描述出行者的主观不确定性, 并结合 Logit 公式确定路径决策算法。接着, 采用轮盘赌随机算法生成出行者每日出行选择, 完成城市交通分配模型构建。最后, 将所建立的模型分别应用于双路径网络、九点网络与 Sioux-Falls 网络, 分析模型优势及参数变化对路网性能的影响。研究结果表明: 路网达到稳定所需的天数随路网退化程度、出行者对成本差异的敏感程度和经验学习能力的提高而变长; 稳定状态下的路网总成本随路网退化程度、出行者对行程时间可靠度要求的升高而变大; 追求个人行程时间的可靠性会导致稳定状态下的路网总成本升高, 可靠度越高, 所需的缓冲时间越多; 路网退化越剧烈, 这种“升高”越明显, 因为超额时间也在增大; 相比于用户均衡(UE)模型、有限理性(BR)模型和期望-超额行程时间(METT)模型, 所建模型兼顾主客观不确定性, 能有效克服传统模型低估较长路径上流量的状况, 分配结果更加贴合实际; 该模型适用于城市大型交通路网的交通分配, 其不确定性参数可通过相关交通管理政策的制定而改变, 从而实现缓解交通拥堵、提升路网整体运行效率的目的。

**关键词:** 交通工程; 交通分配; 有限理性; 期望-超额行程时间; 城市道路网; 主客观不确定性

中图分类号: U491

文献标志码: A

文章编号: 1671-8879(2024)03-0125-13

### Urban traffic assignment model based on mean-excess travel time and bounded rationality

LI Jie, ZHANG Meng-jia, CHEN Si-yu

(College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, Hunan, China)

**Abstract:** An agent-based traffic assignment model of the urban road network was established to refine current traffic assignment methods, considering the influence of uncertain factors of the road network and travelers on random travel behavior. Firstly, the concept of mean-excess travel time was employed to encapsulate the objective uncertainty of travel time in the road network.

收稿日期: 2023-12-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(51878264); 湖南省科学技术厅重点研发项目(2022SK2096); 河南省交通运输厅科技项目(2020G11)

作者简介: 李洁(1972-), 女, 湖南株洲人, 副教授, 工学博士, E-mail: lijie\_civil@hnu.edu.cn.

The travel cost function under the condition of random capacity degradation was constructed. Then the bounded rationality theory was used to describe travelers' subjective uncertainty, considering the updating process of travelers' perception of route cost. The route decision algorithm was determined by combining the Logit formula. Subsequently, the stochastic roulette algorithm was used to generate travelers' daily travel choices, and the urban traffic assignment model was constructed. Finally, the established model was applied to the dual-route, nine-point, and Sioux-Falls networks to analyze model advantages and the influence of parameter changes on the network performance. The results show that the number of days required for the road network to reach stability increases with the enhancement of road network degradation degree, travelers' sensitivity to cost differences and experiential learning ability. The total cost of the road network under stable conditions increases with the increase of road network degradation degree and travelers' requirement for travel time reliability. Pursuing individual travel time reliability can expand the network's total cost under stable conditions because the higher the reliability, the more buffer time. The more severe the degradation of the road network, the more noticeable this lift is, as the excess time also increases. Compared to the UE, BR and METT models, the established model considers both subjective and objective uncertainties can effectively overcome the limitation of traditional models, such as underestimating the traffic on a long route, making the results more accurate. Moreover, the proposed model is suitable for assigning traffic to the large urban road network. Its parameters regarding uncertainty can be changed by formulating relevant traffic management policies to alleviate traffic congestion and improve the overall operating efficiency of the road network. 2 tabs, 10 figs, 24 refs.

**Key words:** traffic engineering; traffic assignment; bounded rationality; mean-excess travel time; urban road network; subjective and objective uncertainty

## 0 引言

交通分配作为四阶段交通预测的最后一个阶段,需将各 OD 对间的预测交通量分配于实际路网,经多次迭代后趋向均衡。交通分配有 2 个广为接受的 Wardrop 均衡原则,即用户均衡原则和系统最优原则。当前多数交通分配模型在此基础上改进与发展,最常见的是用户均衡(UE)模型与随机用户均衡(SUE)模型。杨扬等假设出行者能理性地选择效用最大的出行路径,据此构建了电动汽车混入条件下的随机用户均衡分配模型<sup>[1]</sup>。刘诗序等在随机用户均衡框架下,采用分层 Logit 模型描述出行者的交通方式和路径联合选择行为<sup>[2]</sup>。胡文君等通过采用交叉巢式 Logit 模型来克服多项式 Logit 模型的不相关备选方案独立属性,构建了多用户多模式随机用户网络均衡模型<sup>[3]</sup>。兆雪等采用二项 Logit 模型构建了驾驶人路径选择行为决策模型,据此研究可变信息标志对出行者路径选择行为的影响<sup>[4]</sup>。但此类模型高估了用户的计算和判断能力,没有考虑到经验学习能力、出行惯性等主观因素的影响,与出

行者的现实选择行为存在较大偏差。

美国经济学家赫伯特·西蒙认为人的理性程度受自身条件及外部环境影响,是一种介于完全理性与非理性之间的“有限理性(BR)”,该理论于 1980 年代被引入交通分配。交通分配模型中的 BR 常被模拟为一个无差别化阈值,用于度量预备选择的预期成本与所有选择中最小预期成本之间的可接受差异。当该差异不超过阈值时,出行者出于惯性和熟悉度等主观原因不会更改出行选择。部分学者将 BR 引入用户均衡模型,并将 BR 表征为一个预设的确定参数<sup>[5-7]</sup>。Yu 等将无差别化阈值引入多项 Logit 模型与嵌套 Logit 模型中,并集成出行信息共享模型,建立了不完全信息条件下基于 BR 的日交通分配模型<sup>[8]</sup>。但在现实中,由于出行者个体差异和不同 OD 对间交通状态的差别,出行者不可能具有一致的理性程度。对此,一些学者认为 BR 参数并非固定不变,出行者对成本差异感知敏感程度会随交通状态的不同而不同,他们通过内生化 BR 参数,分别将其表述为“同一 OD 对间路径成本最大差值”“路径偏移率函数”和“参考路径行程时间函

数”<sup>[9-11]</sup>。龙雪琴等假设无差别化阈值服从正态分布,其参数与路段自由流阻抗相关,并结合后悔理论构建了不同理性程度下的拥堵交通流分配方法<sup>[12]</sup>。关宏志等设置 BR 参数服从均匀分布来描述出行者对成本差异容忍程度的异质性,并分析了不同占比的 BR 出行者对路网流量与性能的影响;相对于固定常数,将 BR 参数设置为一个随道路条件和交通状态而变化的变量更加符合实际<sup>[13]</sup>。但这些模型仅从出行者角度考虑主观不确定性对随机出行行为的影响,忽略了路网中存在的客观不确定性。

出行者的随机出行行为不仅受限于信息获取能力与计算能力,且与路网自身呈现的不确定性密切相关。路径行程时间受随机因素的影响具有两方面的不确定性:①道路供应能力不确定,主要表现为通行能力降低;②交通需求不确定。目前,衡量不确定性对路径决策的影响常用到行程时间预算(TTB)和期望-超额行程时间(METT)。部分学者基于 TTB 提出考虑可靠性要求的用户平衡模型,不同程度的可靠性需求反映出行者不同的风险取向<sup>[14-15]</sup>。Chen 等基于 METT 建立了交通平衡模型,反映出行者对行程时间可靠性与不可靠性两方面的关注<sup>[16]</sup>。吕彪等同时考虑路段通行能力和交通需求的随机性,基于 UE 框架建立了预算-超额用户平衡模型并以不同可靠度的行程时间预算为依据,将出行者划分为不同的风险取向类别,同时考虑估计误差、需求量变化及路网拓扑等因素,建立了随机路网中的混合用户平衡模型<sup>[17-18]</sup>。黄合来等基于事故机会和事故风险定义路段和交叉口的事故风险成本分布,据此提出路径出行安全可靠性的概念,构建了考虑事故风险和出行时间的多类用户交通分配模型<sup>[19]</sup>。这些模型仅关注路网供需不确定性对行程时间可靠性造成的影响,没有考虑出行者的主观特性。

也有学者综合主客观不确定性建立了交通分配模型。Xu 等采用 Weibit 模型模拟出行者对成本差异感知的主观不确定性,利用 METT 衡量路网供应能力可变条件下行程时间的客观不确定性,并据此建立了交通分配模型<sup>[20]</sup>。Sun 等通过将 BR 置信水平定义为在“最短预算行程时间与可变阈值”内成功完成出行的概率,来反映出行的可靠性与出行者的 BR<sup>[21]</sup>。赵磊等通过假设路径走行时间服从以路径自由流时间为下界的截断正态分布,构建了供需不确定条件下的出行时间预算模型,进而提出了考虑可靠性与 BR 的交通分配均衡模型<sup>[22]</sup>。此类模型

同时关注出行者主观特性与行程时间客观特性对出行行为的影响,考虑的因素比较全面,分配结果与实际较接近,有利于路网功能的客观、准确评估;但在描述主客观不确定性时,没有同时考虑经验学习能力的迭代过程和行程时间的不可靠性。

综上,已有交通分配模型较少同时考虑主客观不确定性,且尚未有研究将 BR 理论与 METT 同时引入至城市路网交通建模。本文以城市小汽车路网为研究对象,基于 METT 构建路径成本函数,借助出行者对路径的感知成本与路径实际成本的差额表达 BR,分别采用 Logit 公式和轮盘赌算法计算路径选择概率并生成出行者每日出行选择,据此构建同时考虑主客观不确定性、基于代理的城市路网交通分配模型。为了全面描述出行者的主观不确定性,本文从以下两方面建模:①借助路径感知成本的更新过程表征出行者的经验学习能力;②采用 BR 理论表征出行者对成本差异感知的敏感程度。此外,模型采用 METT 的概念计算路径成本,从可靠性与不可靠性 2 个角度描述路网的客观不确定性,弥补多数考虑主客观不确定性模型仅关注行程时间可靠性的不足。

## 1 供应不确定条件下路径成本函数的确定

对出行者随机出行行为的准确描述是保证交通分配结果客观、合理的基础。出行行为的随机性一方面来源于出行者本身的主观不确定性,如基于出行经验的学习能力、出行惯性和非完全理性等;另一方面来源于路网行程时间本身的客观不确定性,如可变的交通需求与路网供应能力等。

### 1.1 METT 的定义

交通事故、恶劣天气和路面损坏等外部因素均易导致道路供应能力随机变化,由于这种不确定性的存在,出行者无法准确预估总行程时间。本文假定出行者能够获知行程时间的分布,这可以通过长期出行积累经验或先进的出行者信息系统得到。在行程时间随机变化的情况下,出行者在进行出行决策时,一方面通过设置行程时间预算来保证成功到达的可靠性,提高出行可靠性;另一方面在行程时间预算基础上再增加超额时间以应对突发情况的出现,减少出行的不可靠性。因此,本文将通行能力不确定条件下路径的 METT 作为出行者进行路径选择的依据。

期望-超额行程时间  $M_k^w$  等于 OD 对  $w$  间路径

$k$  上的行程时间  $t_k^w$  满足其值大于行程时间预算  $B_k^w(\alpha)$  时的条件期望, 即

$$M_k^w(\alpha) = E(t_k^w | t_k^w > B_k^w(\alpha)) \quad \omega \in W, k \in K_w \quad (1)$$

式中:  $E(\cdot)$  为求均值运算;  $K_w$  为 OD 对  $w$  间的路径集合;  $W$  为 OD 点对集合;  $B_k^w(\alpha)$  为 OD 对  $w$  间路径  $k$  上可靠度为  $\alpha$  的行程时间预算。

$B_k^w(\alpha)$  可表示为

$$B_k^w(\alpha) = \min[B | P_r(t_k^w \leq B) \geq \alpha] = E(t_k^w) + H_k^w(\alpha) \quad (2)$$

式中:  $P_r(\cdot)$  为求概率运算;  $H_k^w(\alpha)$  为当出行者选择 OD 对  $w$  间路径  $k$  时, 为使其能以可靠度  $\alpha$  到达目的地所设置的缓冲时间。

根据式(1), 若已知  $t_k^w$  的概率密度函数  $f_{t_k^w}^w(y)$ , 则  $M_k^w(\alpha)$  可表示为

$$M_k^w(\alpha) = \int_{B_k^w(\alpha)}^{+\infty} \frac{y f_{t_k^w}^w(y)}{P_r(t_k^w \geq B_k^w(\alpha))} dy = \frac{1}{1-\alpha} \int_{B_k^w(\alpha)}^{+\infty} y f_{t_k^w}^w(y) dy \quad (3)$$

式中:  $y$  为积分运算中间变量。

## 1.2 路段行程时间的均值与方差

采用 BPR 函数描述路段性能, 路段  $l$  上的行程时间  $t_l$  可表示为

$$t_l(x_l, C_l) = t_l^0 \left[ 1 + \beta \left( \frac{x_l}{C_l} \right)^n \right] \quad l \in A \quad (4)$$

式中:  $t_l^0$  为路段  $l$  的自由流行程时间;  $C_l$  为路段  $l$  的通行能力;  $x_l$  为路段  $l$  的流量;  $\beta, n$  均为确定性参数;  $A$  为路段集。

与传统分析不同, 式(4)中的  $C_l$  被设置为一个随机变量以模拟路段通行能力随机变化的性质。因此, 路段行程时间  $t_l$  也为随机变量, 其被描述为一个概率分布。故  $t_l$  的均值  $E(t_l)$  和方差  $V_{ar}(t_l)$  见式(5)~式(6), 即

$$E(t_l) = E(t_l^0) + \beta t_l^0 E \left[ \left( \frac{x_l}{C_l} \right)^n \right] \quad l \in A \quad (5)$$

$$V_{ar}(t_l) = V_{ar}(t_l^0) + \beta^2 (t_l^0)^2 V_{ar} \left( \left( \frac{x_l}{C_l} \right)^n \right) \quad l \in A \quad (6)$$

假设路段通行能力  $C_l$  服从上界为设计能力  $\bar{c}_l$ 、下界为最低能力的均匀分布即  $C_l \sim U(\theta \bar{c}_l, \bar{c}_l)$ , 其中  $\theta$  为通行能力退化系数; 同时假定自由流行程时间为常数, 随机变量  $C_l$  独立于相应路段上的交通量。故  $E(1/C_l^n)$  和  $V_{ar}(1/C_l^n)$  可表示为

$$E\left(\frac{1}{C_l^n}\right) = \frac{1-\theta^{1-n}}{\bar{c}_l^n(1-\theta)(1-n)} \quad l \in A \quad (7)$$

$$V_{ar}\left(\frac{1}{C_l^n}\right) = \frac{1-\theta^{1-2n}}{\bar{c}_l^{2n}(1-\theta)(1-2n)} - \left[ \frac{1-\theta^{1-n}}{\bar{c}_l^n(1-\theta)(1-n)} \right]^2 \quad l \in A \quad (8)$$

综上, 路段  $l$  行程时间的均值  $E(t_l)$  与方差  $V_{ar}(t_l)$  可表示为

$$E(t_l) = t_l^0 + \beta t_l^0 x_l^n \frac{1-\theta^{1-n}}{\bar{c}_l^n(1-\theta)(1-n)} \quad l \in A \quad (9)$$

$$V_{ar}(t_l) = \beta^2 (t_l^0)^2 x_l^{2n} \left\{ \frac{1-\theta^{1-2n}}{\bar{c}_l^{2n}(1-\theta)(1-2n)} - \left[ \frac{1-\theta^{1-n}}{\bar{c}_l^n(1-\theta)(1-n)} \right]^2 \right\} \quad l \in A \quad (10)$$

## 1.3 路径行程时间的 METT 计算

根据路径-路段之间的关联关系, 路径行程时间的计算见式(11), 即

$$t_k^w = \sum_{l \in A} \delta_{lk} t_l \quad \omega \in W, k \in K_w \quad (11)$$

式中:  $\delta_{lk}$  为路径-路段关联变量, 若路段  $l$  在路径  $k$  上, 则取 1, 否则取 0。

为简化问题, 本文假定路段之间不存在相互影响, 彼此独立, 故路径出行成本的均值  $E(t_k^w)$  与方差  $V_{ar}(t_k^w)$  见式(12)~式(13), 即

$$E(t_k^w) = \sum_{l \in A} \delta_{lk} \left[ t_l^0 + \beta t_l^0 x_l^n \frac{1-\theta^{1-n}}{\bar{c}_l^n(1-\theta)(1-n)} \right] \quad k \in K_w, \omega \in W \quad (12)$$

$$V_{ar}(t_k^w) = \sum_{l \in A} \delta_{lk} \beta^2 (t_l^0)^2 x_l^{2n} \left\{ \frac{1-\theta^{1-2n}}{\bar{c}_l^{2n}(1-\theta)(1-2n)} - \left[ \frac{1-\theta^{1-n}}{\bar{c}_l^n(1-\theta)(1-n)} \right]^2 \right\} \quad k \in K_w, \omega \in W \quad (13)$$

据中心极限定理, 由于路径由许多相互独立的路段组成, 故认为路径出行时间  $t_k^w$  近似服从均值为  $E(t_k^w)$ 、方差为  $V_{ar}(t_k^w)$  的正态分布。 $t_k^w$  的概率密度函数  $f_{t_k^w}^w(y)$  见式(14), 即

$$f_{t_k^w}^w(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi V_{ar}(t_k^w)}} \cdot \exp\left(-\frac{(y-E(t_k^w))^2}{2V_{ar}(t_k^w)}\right) \quad -\infty < y < +\infty \quad (14)$$

根据式(3)、式(14), 可得路径的期望-超额行程时间  $M_k^w(\alpha)$  见式(15), 即

$$M_k^w(\alpha) = \frac{1}{1-\alpha} \int_{B_k^w(\alpha)}^{+\infty} \frac{y}{\sqrt{2\pi V_{ar}(t_k^w)}} \cdot \exp\left(-\frac{(y-E(t_k^w))^2}{2V_{ar}(t_k^w)}\right) dx = B_k^w(\alpha) + \frac{\sqrt{V_{ar}(t_k^w)}}{\sqrt{2\pi}(1-\alpha)} \exp\left(-\frac{(\Phi^{-1}(\alpha))^2}{2}\right)$$

$$\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{V_{ar}(t_k^w)} \quad (15)$$

式中: $\Phi^{-1}(\cdot)$ 为标准正态分布函数的逆函数;根据文献<sup>[14]</sup>, $B_k^w(\alpha)$ 按式(16)计算

$$B_k^w(\alpha) = E(t_k^w) + \Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{V_{ar}(t_k^w)} \quad (16)$$

将式(16)代入式(15),得到 OD 对  $w$  间路径  $k$  的 METT 成本  $M_k^w(\alpha)$ ,即

$$M_k^w(\alpha) = E(t_k^w) + \frac{\sqrt{V_{ar}(t_k^w)}}{\sqrt{2\pi}(1-\alpha)} \cdot \exp\left(-\frac{(\Phi^{-1}(\alpha))^2}{2}\right) \quad k \in K_w, w \in W \quad (17)$$

从式(17)可以看出, METT 由两部分组成:①为保证出行者以可靠度  $\alpha$  成功到达目的地所设置的预算行程时间  $B_k^w(\alpha)$ ,反映行程时间随机变化条件下的可靠性方面;②为应对极端情况(行程时间超过预算行程时间)的发生而在预算行程时间上额外增加的超额行程时间  $\sqrt{V_{ar}(t_k^w)}/\sqrt{2\pi}(1-\alpha) \cdot \exp\left(-\frac{(\Phi^{-1}(\alpha))^2}{2}\right) - \Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{V_{ar}(t_k^w)}$ ,反映行程时间随机变化条件下的不可靠性方面。

## 2 主客观不确定性交通分配模型的构建

本文将通行能力随机变化作为路网行程时间客观不确定性的影响因素,将路径 METT 作为出行决策依据。除路网的客观不确定性外,交通分配还应考虑出行者的主观不确定性。本文从出行者经验学习能力和其对路径成本差异感知的敏感程度两方面描述出行者的主观特性。其中,经验学习能力体现于出行者前一天的出行选择对当天出行决策的影响程度;成本感知敏感性则采用 BR 理论中的无差别化阈值来反映。

### 2.1 路径成本的感知更新

由于人类有限的计算能力与信息获取能力,出行者无法精确获取每条路径的出行成本,故可以认为出行者依据所感知到的路径成本做出路径选择而非依据实际成本。假设出行者  $i$  第  $t$  天对路径  $k$  的感知成本  $\bar{M}_t^{ik}$  仅受其先前感知和最近一天该路径的经验出行成本的共同影响,采用文献<sup>[23]</sup>中的感知成本可得

$$\bar{M}_t^{ik} = \bar{M}_{t-1}^{ik} + \lambda Y_{t-1}^{ik} (M_{t-1}^k - \bar{M}_{t-1}^{ik}) \quad (18)$$

式中: $\bar{M}_{t-1}^{ik}$ 为出行者  $i$  在第  $t-1$  天对路径  $k$  的感知成本; $\lambda Y_{t-1}^{ik} (M_{t-1}^k - \bar{M}_{t-1}^{ik})$ 表示出行者  $i$  根据第  $t-1$

天的实际驾驶经验来更新其对同一路径的感知成本的自我修正过程; $\lambda$ 为  $0 \sim 1$  的常数,衡量第  $t-1$  天出行经验对出行者  $i$  第  $t$  天成本感知的影响,代表出行者的经验学习能力,其值越大,表示学习能力越强; $Y_{t-1}^{ik}$ 为二元变量,若第  $t-1$  天出行者  $i$  选择路径  $k$ ,取 1,否则取 0; $M_{t-1}^k$ 为第  $t-1$  天路径  $k$  的实际成本。

这种学习过程完全依赖于出行者自身的出行体验,而不考虑与他人的交流。

### 2.2 基于有限理性的路径选择模型

传统交通分配模型假定出行者完全理性,但在实际中,出行者不太可能获取路网全部信息;即使能够计算出所有路径的出行成本,他们也并非总选择最短路径,这是因为出行惯性等主观因素的存在。本文采用 BR 来描述出行者的这种主观不确定性:如果第  $t-1$  天路径  $k$  的实际成本  $R_{t-1}^k$  与第  $t$  天出行者  $i$  对相应 OD 对间所有路径感知成本的最小值  $\min_k \bar{R}_t^{ik}$  之差低于预设阈值 BR 参数,则出行者  $i$  在第  $t$  天将坚持第  $t-1$  的路径选择;否则,按式(19)~式(21)所示的 Logit 模型计算相应路径的选择概率。在数学上,假设出行者  $i$  在第  $t-1$  天选择了路径  $k$ ,即  $Y_{t-1}^k = 1$ ,那么可将城市道路网路径选择中的 BR 表达为

$$Y_t^{ik} = 1 \quad \forall R_{t-1}^k - \min_k \bar{R}_t^{ik} \text{ 小于 BR 参数} \quad (19)$$

否则,

出行者  $i$  在第  $t$  天选择路径  $k$  的概率为

$$P(Y_t^{ik} = 1) = \frac{\min_k \bar{R}_t^{ik} - R_{t-1}^k}{R_{t-1}^k - \min_k \bar{R}_t^{ik}} \cdot \frac{\exp(-\varphi \bar{R}_t^{ik})}{\sum_{k \in K} \exp(-\varphi \bar{R}_t^{ik})} \quad (20)$$

出行者  $i$  在第  $t$  天选择 OD 对间除路径  $k$  外的其他路径  $k'$  的概率为

$$P(Y_t^{ik'} = 1) = \frac{R_{t-1}^k - \min_k \bar{R}_t^{ik}}{R_{t-1}^k} \cdot \frac{\exp(-\varphi \bar{R}_t^{ik'})}{\sum_{k \in K} \exp(-\varphi \bar{R}_t^{ik'})} \quad (21)$$

式中: $Y_t^{ik} = 1$ 表示出行者  $i$  在第  $t$  天选择路径  $k$ ; $Y_t^{ik'} = 1$ 表示出行者  $i$  在第  $t$  天选择路径除路径  $k$  外的其他路径  $k'$ ; $\bar{R}_t^{ik}$ 为第  $t$  天出行者  $i$  对路径  $k$  的感知成本; $R_{t-1}^k$ 为第  $t-1$  天路径  $k$  的实际成本; $\varphi$ 为出行者路径选择的随机程度,与行程时间随机项相

关,其值越小表示出行者路径选择的随机程度越大。

在仿真时,本文采用轮盘赌方法随机生成出行者的每日路径具体选择:假设出行者  $i$  有  $m$  条可选路径,通过式(19)~式(21)计算出其对每条路径的选择概率  $p_1, p_2, \dots, p_m$ ,运用计算机的随机数发生器产生随机数  $a$ ,若  $\sum_{j=1}^{k-1} p_j \leq a \leq \sum_{j=1}^k p_j$ ,出行者  $i$  选择路径  $k$ ,即路径  $k$  的流量增加 1 个单位。

### 2.3 路网收敛状态

由于本文基于 Logit 模型建立了路径选择模型,且每位出行者在每天的实际路径选择由轮盘赌算法生成,具有较强的随机性,故很难对模型的收敛进行定性分析。为准确描述模型在随机噪声下的收敛状态,本文采用文献[24]中提出的近似收敛性依据。随着迭代的进行,某个通用状态变量如路径流量尽管在最终仍存在轻微的局部震荡(由于随机路径选择的存在),但其值将稳定在某个范围内。考虑一个长度为  $\delta$ 、宽度为  $\epsilon$  的区域,如果各条路径在第  $t$  次迭代(相当于第  $t$  天)至第  $t+\delta$  次迭代中的最大流量与最小流量之差小于  $\epsilon$ ,则认为模型达到收敛状态。收敛标准见式(22)

$$\max_{(t,t+\delta)} f_k^w - \min_{(t,t+\delta)} f_k^w < \epsilon \quad w \in W, k \in K_w \quad (22)$$

式中:  $f_k^w$  为 OD 对  $w$  间路径  $k$  上的流量;  $\max_{(t,t+\delta)} f_k^w$  为  $f_k^w$  在第  $t$  次迭代至第  $t+\delta$  次迭代过程中的最大值;  $\min_{(t,t+\delta)} f_k^w$  为  $f_k^w$  在第  $t$  次迭代至第  $t+\delta$  次迭代过程中的最小值;  $\delta$  与  $\epsilon$  均为预设参数。

### 2.4 交通分配模型的求解

以单个 OD 点对为例,基于期望-超额行程时间与有限理性的城市路网交通分配模型的工作流程与求解步骤见图 1。具体可以表述为:

- (1) 令  $t=0$ ,进行初始参数设置;将“路段流为 0”条件下的路径行程时间作为所有出行者对各路径的初始感知成本;依照 Logit 公式计算每位出行者选择各条路径的概率。
- (2) 基于路径选择概率,采用轮盘赌算法生成每位出行者的路径选择,得到初始路径流量与路段流量;依据初始流量更新路径成本均值、方差,求得初始路径实际成本。
- (3) 令  $t=t+1$ ,按式(18)更新每位出行者对各条路径的感知成本。
- (4) 基于第  $t$  天出行者对各路径的感知成本与第  $t-1$  天各路径的实际成本,依据本文提出的有限理性及 Logit 模型计算每位出行者第  $t$  天的路径选择概率。

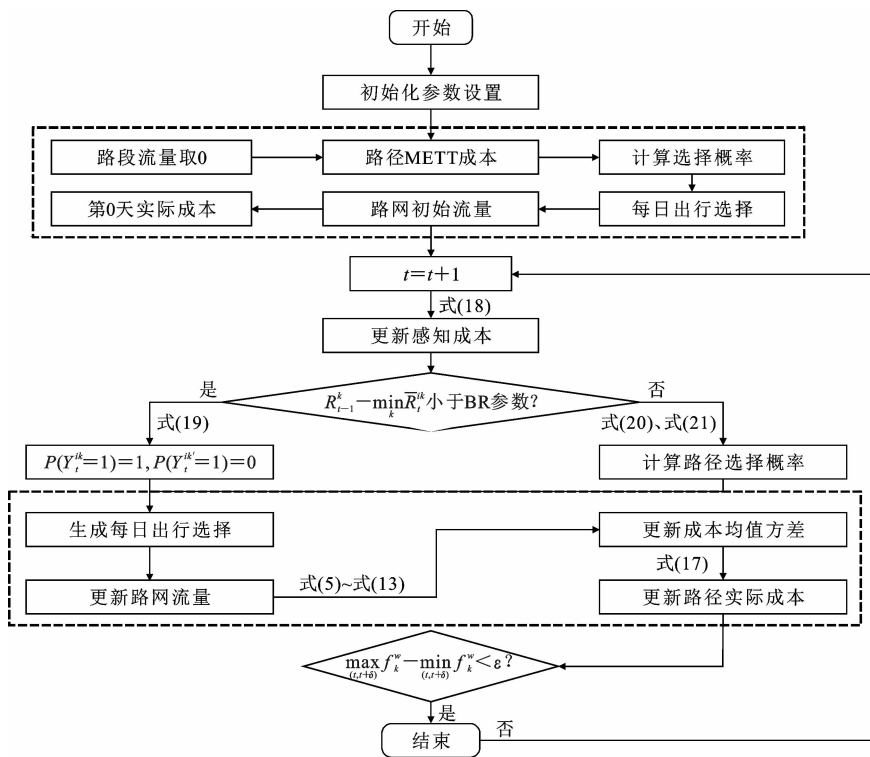


图 1 交通分配模型的求解流程

Fig. 1 Solution process of traffic assignment model

(5)依据得到的路径选择概率,采用轮盘赌算法生成出行选择,完成路网流量加载;更新路段成本均值、方差,更新路径成本均值、方差,进而计算第  $t$  天的实际出行成本。

(6)收敛判断:如果连续  $\delta$  次迭代中各路径流量的最大值与最小值之差均小于预设阈值  $\epsilon$ ,则收敛,迭代结束;否则,返回(3)。

### 3 算例分析

本文采用 3 个交通网络来验证所提模型的性质。第 1 个网络为双路径网络,由 2 条独立的路径构成,每条路径仅包含 1 条路段,见图 2;设置 OD 需求为 100 pcu/h,2 条路段的自由流行程时间分别为 20、18 min,设计通行能力均为 100 pcu/h;该网络用于对比分析不同交通模型的配流结果,进而说明所建立交通分配模型的优势。第 2 个网络为九点网络,见图 3;仅含 1 个 OD 对(1,9),设置 OD 需求为 1 500 pcu/h,所有路段的自由流行程时间均为 15 min,设计通行能力均为 800 pcu/h;该网络用于验证交通分配结果的合理性并分析主客观不确定性参数对路网性能的影响。第 3 个网络为 Sioux-Falls 网络,用于进一步验证所建模型在大型城市交通路网中的适用性。图 2 中:路径 1[20,100]表示该路径自由流行程时间为 20 min;设计通行能力为 100 pcu/h,其他同。



图 2 双路径网络  
Fig. 2 Dual-route network

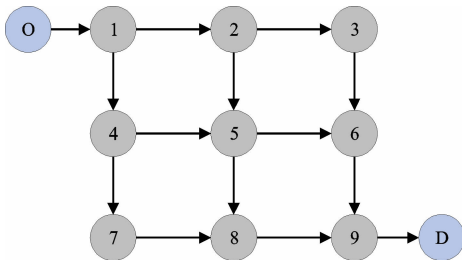


图 3 九点网络  
Fig. 3 Nine-points network

#### 3.1 双路径网络

采用图 2 所示的双路径网络对比分析 UE、BR、

METT 和 METT-BR 四个模型的配流结果。4 个模型的主要区别在于:UE 模型既不考虑主观不确定性,也不考虑客观不确定性;BR 模型仅考虑主观不确定性,采用如式(4)所示的 BPR 函数计算路径出行成本,将其作为出行决策依据,但基于有限理性框架确定选择概率,BR 模型与已有多数仅考虑主观不确定性的交通分配模型本质相同,属于目前研究中的有限理性模型;METT 模型将期望-超额行程时间作为出行决策依据,仅考虑客观不确定性并基于传统 Logit 公式确定路径选择概率,代表目前研究中考虑行程时间可靠性的交通分配模型;METT-BR 模型即为本文所建模型,同时关注了主客观不确定性。将 4 个模型应用于图 2 所示的双路径网络,路径 1 和路径 2 的流量与成本演化过程见图 4。其中,设置 BR 和 METT-BR 两个模型中的 BR 参数取 1,METT 与 METT-BR 两个模型中的通行能力退化参数  $\theta=0.7$ ,可靠性  $\alpha=0.9$ ;同时设置 2 条路径初始流量均为 50 pcu/h。

图 4 显示,由于路网简单,4 个交通分配模型均在短时间内达到各自的稳定状态,但在稳定状态下的结果明显不同,结果的差异可解释为:

(1)UE 模型由于不考虑主客观不确定性,认为出行者具备完全理性,故将绝大部分的交通需求(93 pcu/h)分配到较短路径(路径 2)上,该模型往往会低估较长路径上的流量。

(2)式(10)显示,路径行程时间的不确定性主要取决于其上的流量,流量越大,行程时间的方差越大,不确定性越高,路径的 METT 就越大。迭代初期,METT 模型为短路径 2 分配了较多的流量,但路径的 METT 也随之增大,故稳定状态下,METT 模型在短路径 2 上分配了相对最少的流量(60 pcu/h),其分配给路径 1 和路径 2 的流量差异最小;该模型说明路网客观不确定性的存在会对交通分配结果产生较大影响。

(3)尽管 BR 模型在短路径 2 上分配了比 UE 模型少的流量,但差异很小,其仍没有考虑到行程时间的不确定性,不足以矫正传统 UE 模型的弊端。

(4)无论是路径 1 还是路径 2,METT-BR 模型所分配的流量均在 BR 模型与 METT 模型之间。该模型既考虑了对随机出行行为具有重要影响的路网客观不确定性,也兼顾了出行者的主观有限理性,得到的交通分配结果更具合理性,更符合实际。

考虑到算法具有随机性,本文将 4 个模型分别运行 20 次,取平均值作为双路径网络在稳定状态下

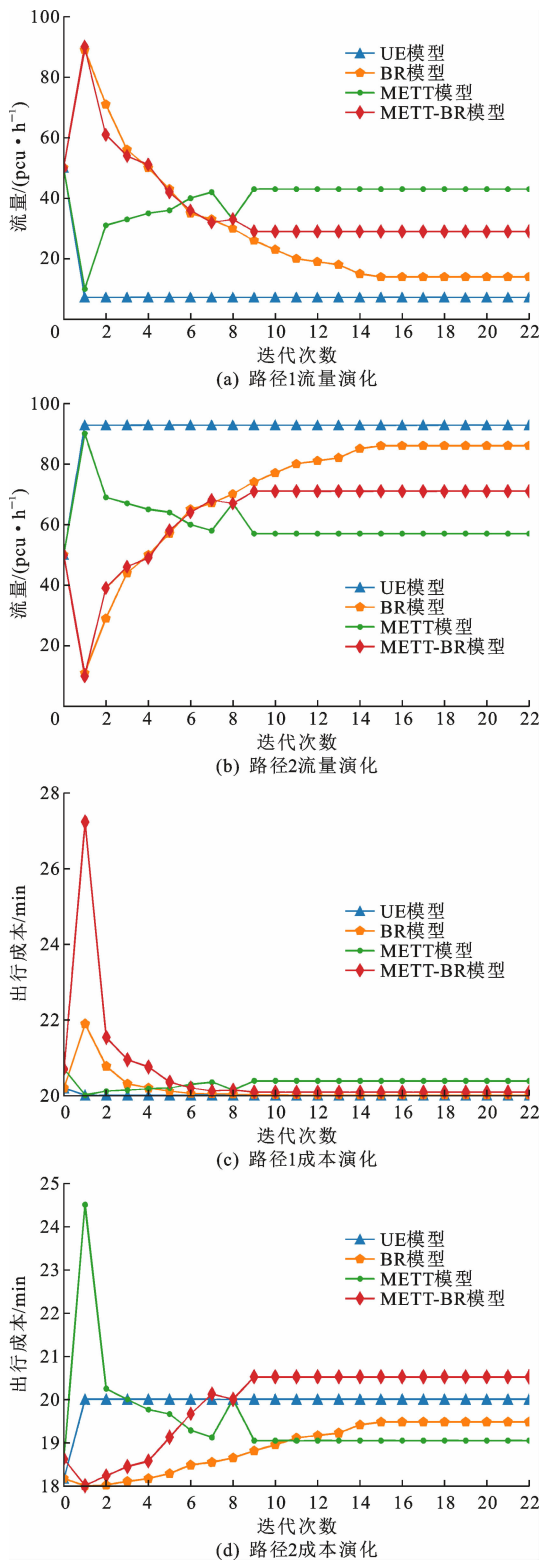


图4 路径1与路径2的流量与成本演化

Fig. 4 Flow and cost evolution of route1 and route 2

的流量。采用式(4)所示的BPR函数计算路网在不同模型配流条件下的总出行成本,同时计算各模型与BR-METT模型的相对偏差,结果见表1。

表1显示,UE模型倾向于高估路网总行程时

表1 四种交通分配模型分配结果的路网总成本

Tab. 1 Total road network cost of distribution results of four traffic assignment models

模型	METT-BR	METT	BR	UE
路网总成本/min	1 903.86	1 907.76	1 955.03	2 000.00
相对偏差/%		0.20	2.69	5.05

间,可能导致路网性能评估偏低。BR模型与METT-BR模型结果的相对偏差为UE模型与METT-BR模型相对偏差的一半,说明与BR模型类似于现有有限理性模型也存在高估路网出行成本的风险。采用METT-BR模型与METT模型进行交通分配时,路网总成本非常接近,说明将行程时间可靠性与不可靠性纳入出行者路径决策,将使交通分配结果更加客观、准确。

### 3.2 九点网络

#### 3.2.1 配流结果的合理性

将所建立的模型应用于九点网络,设置可靠度 $\alpha=0.9$ ,通行能力退化参数 $\theta=0.7$ ,BR参数为2,学习能力参数 $\lambda=0.25$ ,收敛宽度 $\epsilon=2$ ,路径1和路径3流量与实际成本演化过程见图5。如图3所示,路径1用节点可表示为1-2-3-6-9,路径3用节点可表示为1-2-5-8-9。

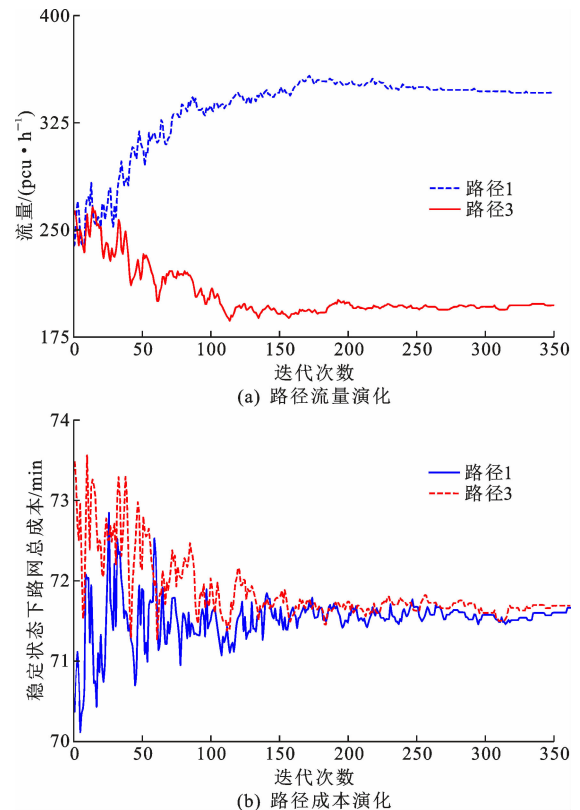


图5 九点网络路径流量与成本演化

Fig. 5 Flow and cost evolution of routes in nine-points network

由图 5 可知,各路径的流量与成本最终趋于稳定,说明路网达到稳定状态。稳定状态下,各路径流量之和为 1 500 pcu/h,满足路径流量与 OD 需求的守恒关系。稳定状态下的路径实际成本并不相等,是因为生成出行者每日路径具体选择的轮盘赌算法存在随机性,故稳定状态下的路径实际成本在小范围内波动合理。

3.2.2 主客观不确定性参数对路网性能的影响

本文所建模型中的参数包括通行能力退化参数  $\theta$ 、可靠度  $\alpha$ 、学习能力参数  $\lambda$  和 BR 参数。现分析这

些参数对路网稳定速度、稳定状态下的路网总成本的影响。路网稳定速度用路网达到稳定所需的天数即迭代次数衡量,稳定状态下的路网总成本  $T$  的计算见式(23),即

$$T = \sum \tilde{f}_k^w \tilde{M}_k^w \quad w \in W, k \in K_w \quad (23)$$

式中: $\tilde{f}_k^w$ 、 $\tilde{M}_k^w$  分别为路网稳定状态下 OD 对  $w$  间路径  $k$  的流量和出行成本。

通行能力退化参数  $\theta$ 、可靠度  $\alpha$ 、学习能力参数  $\lambda$  和 BR 参数两两组合对路网性能的影响见图 6。

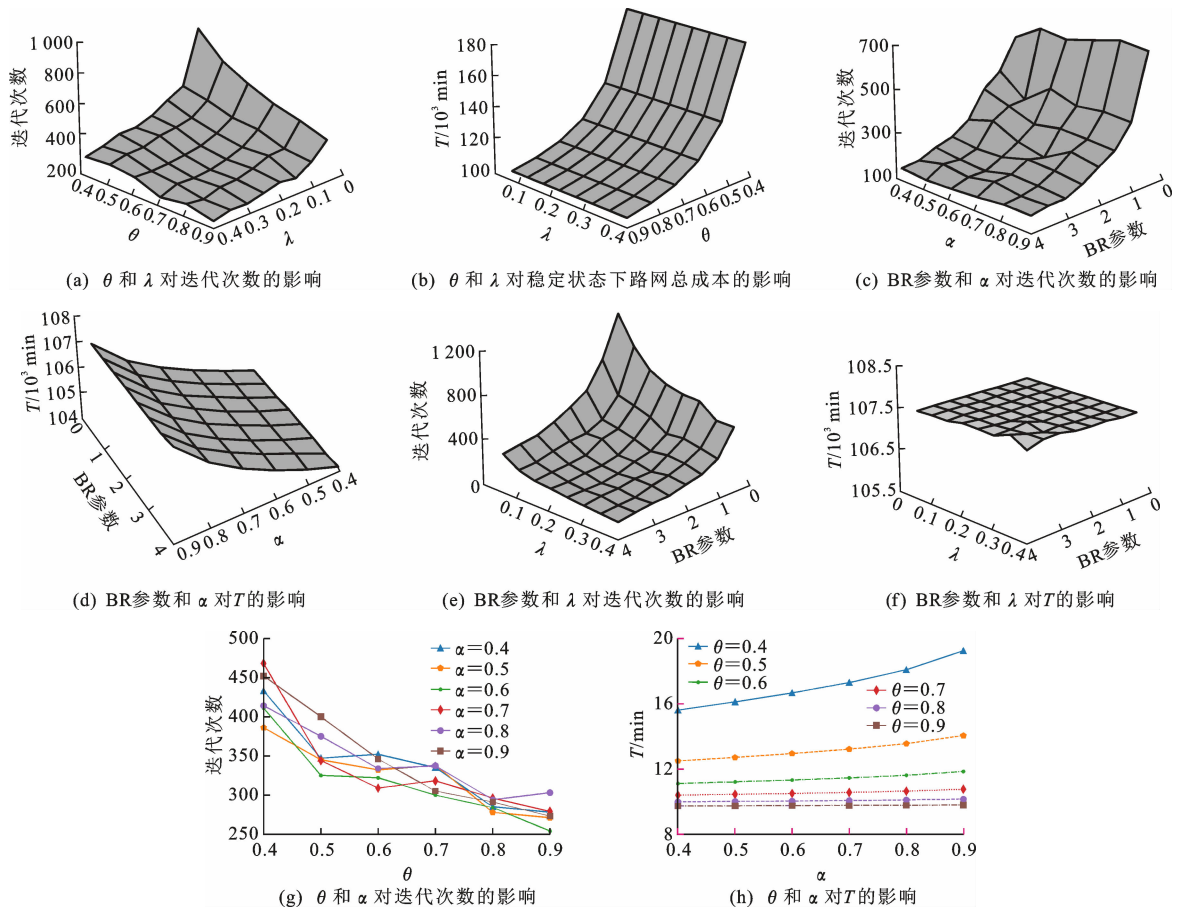


图 6 参数对九点路网性能的影响

Fig. 6 Influence of parameters on nine-points network performance

从图 6(a)、图 6(g)可以看出,迭代次数随  $\theta$  的增大而减小。从图 6(b)、图 6(h)可以看出:稳定状态下路网总成本随  $\theta$  的增大而减小;说明通行能力退化程度越剧烈即路网行程时间不确定性越高,路网达到稳定所需的天数越长,路网稳定状态下的路网总成本越高。这是因为[式(15)]在同样的可靠度  $\alpha$  下, $\theta$  越小即行程时间不确定性越大,其方差越大,为应对极端情况发生而添加的超额时间就越大。

从图 6(c)、图 6(g)可以看出,尽管迭代次数随  $\alpha$

的不同而有所变化(因为轮盘赌算法具有随机性),但变化幅度小,较为稳定,故可认为路网稳定速度不受  $\alpha$  的影响。从图 6(d)、图 6(h)可以看出:稳定状态下路网总成本随  $\alpha$  的增大而升高,即出行者对出行时间可靠性的要求越高,路网总成本则越高;说明在单模式小汽车路网中,追求个人行程时间的可靠性可能会导致稳定状态下路网总成本升高;这是因为路径的 METT 不仅包括不变的期望行程时间,还包括了缓冲时间与超额时间[式(2)和式(15)], $\alpha$  越高,需要增加的缓冲时间就越多,故稳定状态下路网

总成本随  $\alpha$  的增大而升高;且图 6(b) 显示,  $\theta$  越小即行程时间不确定性越大,这种“升高”越明显,因为其增加的超额时间也在增大。

由图 6(c)、图 6(e) 可知,迭代次数随 BR 参数的增大而减小,说明出行者对路径成本差异的感知越敏感,路网达到稳定所需的天数越长。由图 6(d)、图 6(f) 可知,稳定状态下路网总成本并不随 BR 参数不同发生变化。由图 6(a)、图 6(c) 可知,迭代次数随  $\lambda$  的增大而减小,说明前一天实际出行经验对出行者当天感知成本的影响越大,即出行者学习能力越强,路网收敛速度越快。由图 6(b)、图 6(f) 可知,稳定状态下路网总成本不随  $\lambda$  的变化而变化。因为路径成本的计算仅涉及  $\alpha$  和  $\theta$ ,  $\alpha$  和  $\theta$  一旦确定,那么稳定状态下路网各路径的出行成本也确定; $\lambda$  和 BR 参数尽管会影响路网收敛速度,但不影响路径之间的流量分配,故稳定状态下路网总成本不随  $\alpha$  和  $\theta$  变化。

综上,交通管理者可以实际路网状态为基础,采取设置智能化交通指示标志、借助先进的出行者系统发布实时路网信息等措施,通过改变出行者主观不确定性参数来引导驾驶人合理出行,从而达到优化路网性能的目的。

### 3.3 Sioux-Falls 网络

采用 Sioux-Falls 网络验证所建模型在大型城市实际交通网络中的适用性。Sioux-Falls 网络由 24 个节点、76 条路段和 552 个 OD 对构成,拓扑结构见图 7。路段自由流行程时间、通行能力与 OD 需求等数据取自网站 <https://github.com/bstabler/TransportationNetworks>。采用 K 短路算法为每个 OD 对寻找 10 条最短路径作为路径集,共得到 5 330 条路径。

#### 3.3.1 METT-BR 模型与 UE 模型配流结果

将 UE 模型与所建的 METT-BR 模型应用于 Sioux-Falls 网络。Sioux-Falls 网络各路段的流量分配结果见表 2,其中,“流量 1”表示采用 UE 模型进行交通分配时的路段流量,“流量 2”表示 METT-BR 模型的交通分配结果。由表 2 可知,2 种模型在多数路段上的交通分配结果存在较大差异,这是由于 METT-BR 模型同时考虑了路网与出行者的随机特性。

选取 2 个 OD 点对 (23,16) 和 (7,14) 为例,分别绘制 METT-BR 模型的路径配流结果,见图 8。如图 7 所示:OD 点对 (23,16) 间路径 1 所经过的路段为 70-67-45-58-52;OD 点对 (7,14) 间路径 1

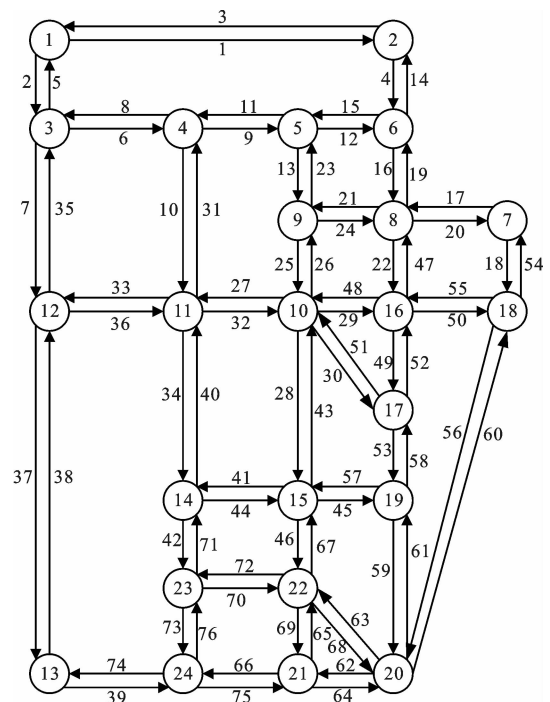


图 7 Sioux-Falls 网络结构

Fig. 7 Sioux-Falls network structure

所经过的路段为 18-55-49-53-57-41;其他路径类似查取。OD 点对 (23,16) 和 (7,14) 的各路径流量之和分别等于相应 OD 需求 500、200 pcu/h,配流结果正确。

#### 3.3.2 路径使用数量

通过分析“路径使用数量”变化特征,进一步掌握出行者在 METT-BR 模型框架下的路径决策过程。统计稳定状态下各 OD 点对间的路径使用数(图 9)。图 9 中:频数是指稳定状态下,使用某路径条数的 OD 对数量,如最大频数值为 165,表示稳定状态下,有 165 个 OD 对间被使用的路径数为 2 条。统计稳定状态下各 OD 点对间的最短路径出行成本,以“40 min”为一个区间进行分类,计算各类(出行成本接近)OD 点对的平均路径使用数,见图 10。

由图 9 可知:在稳定状态下,METT-BR 模型并非为所有路径均分配流量,路径使用数呈偏态分布;有 24 个 OD 点对的交通需求为 0,故其路径使用数为 0;多数 OD 点对的路径使用数处于 1~5 条;只有 16 个 OD 对的路径使用数超过 7 条。由图 10 可知,稳定状态下,随着最短路径成本的升高,OD 对间的平均路径使用数先增大后降低。当最短路径成本超过 320 min 时,平均路径使用数骤增,然后呈降低趋势。这可以解释为:长路径出行成本因具有大方差,行程时间不确定性更高,致使出行者的路径

表 2 UE 模型与 METT-BR 模型在 Sioux-Falls 网络上的交通分配结果  
Tab. 2 Traffic assignment results of UE model and METT-BR model on Sioux-Falls network

pcu · h<sup>-1</sup>

路段	流量 1	流量 2	路段	流量 1	流量 2	路段	流量 1	流量 2	路段	流量 1	流量 2
1	4 494	3 423	20	12 041	14 612	39	11 121	12 700	58	9 942	18 182
2	8 119	10 503	21	6 882	8 040	40	9 814	11 688	59	8 687	12 020
3	4 519	5 317	22	8 388	8 003	41	9 036	10 374	60	18 993	13 211
4	5 967	4 168	23	15 797	16 192	42	8 400	9 232	61	8 710	10 999
5	8 094	8 610	24	6 836	9 480	43	23 192	20 083	62	6 301	6 377
6	14 007	15 793	25	21 744	27 859	44	9 079	12 439	63	7 000	9 670
7	10 023	9 311	26	21 814	24 514	45	19 083	21 467	64	6 240	5 833
8	14 032	13 314	27	17 726	16 743	46	18 409	19 276	65	8 619	11 071
9	18 007	22 523	28	23 126	23 722	47	8 406	11 308	66	10 302	10 933
10	5 200	8 595	29	11 047	18 438	48	11 075	20 025	67	18 385	20 175
11	18 031	18 461	30	8 100	6 718	49	11 693	17 325	68	7 000	8 913
12	8 798	8 069	31	5 300	10 278	50	15 279	14 916	69	8 607	10 975
13	15 781	21 076	32	17 604	16 742	51	8 100	5 326	70	9 661	9 534
14	5 991	6 061	33	8 365	8 427	52	11 683	20 269	71	8 394	9 293
15	8 806	8 891	34	9 776	9 562	53	9 952	16 630	72	9 625	9 579
16	12 492	9 700	35	9 975	9 897	54	15 855	15 564	73	7 902	9 105
17	12 101	12 582	36	8 404	8 083	55	15 334	16 864	74	11 102	12 943
18	15 794	17 594	37	12 289	13 013	56	18 978	13 393	75	10 259	10 485
19	12 525	12 415	38	12 380	13 355	57	19 116	18 894	76	7 861	9 211

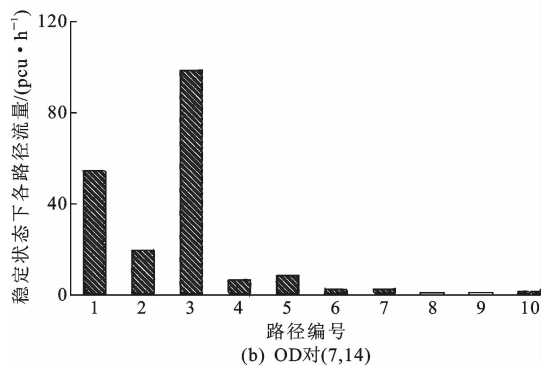
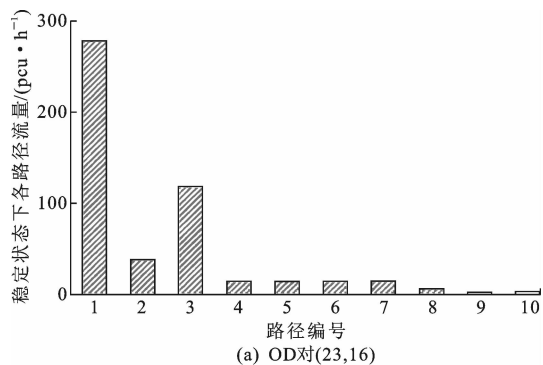


图 8 稳定状态下不同 OD 对间各路径的流量

Fig. 8 Flow of routes between OD pairs in stable state  
决策更分散。

### 4 结 语

(1) 相比于 UE 模型、METT 模型和 BR 模型，

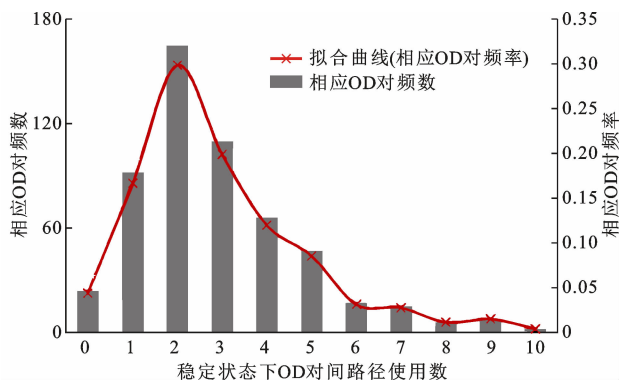


图 9 路径使用数分布

Fig. 9 Distributions of number of routes used

本文建立的 METT-BR 模型综合考虑了主客观不确定性因素,交通分配结果更合理,适用于大型城市交通路网。

(2) 路网行程时间的不确定性程度越高,出行者对路径成本差异的敏感程度越高,出行者对前一天出行经验的学习能力越强,路网达到稳定所需的天数就越长。出行者对行程时间的可靠度要求对路网稳定速度没有影响。

(3) 路网行程时间不确定性程度越高,出行者对行程时间可靠度要求越高,路网稳定状态下的总出行成本就越大。出行者对路径成本差异的敏感程度及其对前一天出行经验的学习能力对稳定条件下路网总成本没有影响。

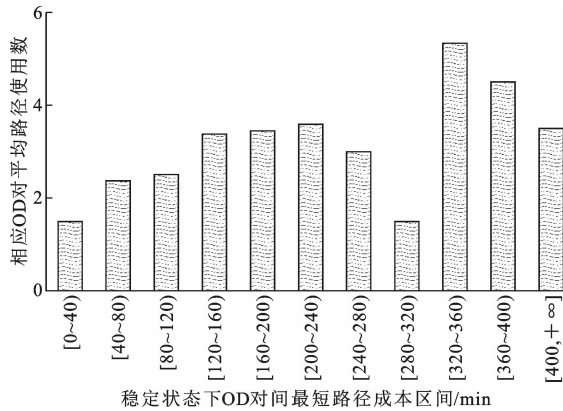


图10 不同类别OD对的平均路径使用数

Fig. 10 Average number of routes used by different categories of OD pairs

(4)追求个人行程时间的可靠性可能会导致稳定状态下路网总成本升高,这是因为可靠度越高,需要增加的缓冲时间就越多。且行程时间不确定性越大,这种“升高”越明显,是因为其上增加的超额时间也在增大。

(5)在实际应用中,交通管理者应通过相应的出行调查来确定模型参数,进而掌握不同路径流量的演化轨迹。基于当前路网状态,交通管理者可以通过发布相关信息或实行相关政策来改变出行者的主观不确定性参数,引导其合理出行,从而达到最大化路网整体运行效率的目的。

(6)随着交通运输系统的不断完善与发展,公交、地铁出行方式在城市交通中占据越来越大的比重,但本文仅关注小汽车单模式路网,且所建立的模型假定所有出行者具有相同的主观不确定性参数,没有考虑到无差别化阈值等主观参数在不同个体中的异质性分布。未来的研究将关注路网客观不确定性因素与出行者异质特性对城市多模式路网流量演变及性能的影响。

#### 参考文献:

#### References:

- [1] 杨 扬,姚恩建,王梅英,等. 电动汽车混入条件下的随机用户均衡分配模型[J]. 中国公路学报,2015,28(9):91-97.  
YANG Yang, YAO En-jian, WANG Mei-ying, et al. Stochastic user equilibrium assignment model for electric vehicle under hybrid traffic condition[J]. China Journal of Highway and Transport, 2015, 28(9): 91-97.
- [2] 刘诗序,池其源,阎 昊,等. 基于分层 Logit 的多方

式随机用户均衡分配模型[J]. 长安大学学报(自然科学版),2018,38(5):114-122.

LIU Shi-xu, CHI Qi-yuan, YAN Hao, et al. Multimodal stochastic user equilibrium model based on nested Logit[J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition), 2018, 38(5): 114-122.

- [3] 胡文君,周溪召. 基于交叉巢式 Logit 的多用户多模式随机用户均衡模型[J]. 中国公路学报,2012,25(4):133-140.

HU Wen-jun, ZHOU Xi-zhao. Multi-user and multi-mode stochastic user equilibrium model based on cross-nested Logit[J]. China Journal of Highway and Transport, 2012, 25(4): 133-140.

- [4] 兆 雪,赵文静,马壮林,等. 基于 VMS 信息差异的驾驶人路径选择行为[J]. 长安大学学报(自然科学版),2020,40(3):91-99.

ZHAO Xue, ZHAO Wen-jing, MA Zhuang-lin, et al. Driver's route choice behavior based on variable message sign (VMS) information differences[J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition), 2020, 40(3): 91-99.

- [5] WU J J, SUN H J, WANG D, et al. Bounded-rationality based day-to-day evolution model for travel behavior analysis of urban railway network [J]. Transportation Research Part C, 2013, 31: 73-82.

- [6] YE H B, YANG H. Rational behavior adjustment process with boundedly rational user equilibrium[J]. Transportation Science, 2017, 51(3): 968-980.

- [7] 李 涛,关宏志,梁科科. 有限理性视野下网络交通流逐日演化规律研究[J]. 物理学报,2016,65(15): 17-27.

LI Tao, GUAN Hong-zhi, LIANG Ke-ke. Day-to-day dynamical evolution of network traffic flow under bounded rational view[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(15): 17-27.

- [8] YU Y, HAN K, OCHIENG W. Day-to-day dynamic traffic assignment with imperfect information, bounded rationality and information sharing[J]. Transportation Research Part C, 2020, 114: 59-83.

- [9] GE Y E, ZHOU X Z. An alternative definition of dynamic user optimum on signalised road networks[J]. Journal of Advanced Transportation, 2012, 46(3): 236-253.

- [10] HAN K, SZETO W Y, FRIESZ T L. Formulation, existence, and computation of boundedly rational dy-

- dynamic user equilibrium with fixed or endogenous user tolerance[J]. *Transportation Research Part B*, 2015, 79:16-49.
- [11] ZHANG W Y, HE Z B, GUAN W, et al. Day-to-day rerouting modeling and analysis with absolute and relative bounded rationalities[J]. *Transportmetrica A: Transport Science*, 2018, 14(3):256-273.
- [12] 龙雪琴,王瑞璇,王 晗. 考虑出行者不同理性程度的拥堵交通流分配方法[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2023, 23(1):216-223.
- LONG Xue-qin, WANG Rui-xuan, WANG Han. Traffic flow assignment method considering travelers' different rational degree under congestions[J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2023, 23(1):216-223.
- [13] 关宏志,龙雪琴,秦焕美. 突发事件下机动车出行者路径选择行为[J]. *长安大学学报(自然科学版)*, 2016, 36(5):88-94.
- GUAN Hong-zhi, LONG Xue-qin, QIN Huan-mei. Drivers' route-choice behavior under emergency[J]. *Journal of Chang'an University (Natural Science Edition)*, 2016, 36(5):88-94.
- [14] LO H K, LUO X W, SIU B W Y. Degradable transport network: Travel time budget of travelers with heterogeneous risk aversion[J]. *Transportation Research Part B*, 2006, 40(9):792-806.
- [15] SIU B W Y, LO H K. Doubly uncertain transportation network; Degradable capacity and stochastic demand [J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 191(1):166-181.
- [16] CHEN A, ZHOU Z. The  $\alpha$ -reliable mean-excess traffic equilibrium model with stochastic travel times[J]. *Transportation Research Part B*, 2010, 44(4):493-513.
- [17] 吕 彪,蒲 云,刘海旭. 供需不确定条件下的预算-超额用户平衡模型[J]. *中国公路学报*, 2012, 25(2):113-120.
- LU Biao, PU Yun, LIU Hai-xu. Budget-excess user equilibrium model under uncertain supply and uncertain demand [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2012, 25(2):113-120.
- [18] 吕 彪,蒲 云,刘海旭. 考虑风险取向差异的混合用户平衡模型[J]. *中国公路学报*, 2014, 27(6):98-108.
- LU Biao, PU Yun, LIU Hai-xu. Mixed user equilibrium model considering travelers' difference in risk taking behaviors [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2014, 27(6):98-108.
- [19] 黄合来,蒋梦曦,韩春阳,等. 基于安全可靠性的多类用户交通分配模型[J]. *中国公路学报*, 2018, 31(4):312-321.
- HUANG He-lai, JIANG Meng-xi, HAN Chun-yang, et al. Traffic assignment method for multiclass users considering safety reliability [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2018, 31(4):312-321.
- [20] XU X D, QU K, CHEN A, et al. A new day-to-day dynamic network vulnerability analysis approach with weibit-based route adjustment process[J]. *Transportation Research Part E*, 2021, 153:102421.
- [21] SUN C, CHENG L, MA J E. Travel time reliability with boundedly rational travelers[J]. *Transportmetrica A: Transport Science*, 2018, 14(3):210-229.
- [22] 赵 磊,关宏志,张新洁,等. 基于有限理性的随机网络路径选择模型[J]. *北京工业大学学报*, 2019, 45(12):1192-1199.
- ZHAO Lei, GUAN Hong-zhi, ZHANG Xin-jie, et al. Route choice model in stochastic network based on bounded rationality[J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2019, 45(12):1192-1199.
- [23] SHANG W L, CHEN Y Y, OCHIENG W Y. Resilience analysis of transport networks by combining variable message signs with agent-based day-to-day dynamic learning[J]. *IEEE Access*, 2020, 8:104458-104468.
- [24] SHANG W L, HAN K, OCHIENG W, et al. Agent-based day-to-day traffic network model with information percolation [J]. *Transportmetrica A: Transport Science*, 2017, 13(1):38-66.