

胡大伟,陈海妹,梁一为,等. 车辆与无人机混合编队的路径优化问题模型构建[J]. 长安大学学报(自然科学版),2021,41(1):78-89.  
HU Da-wei, CHEN Hai-mei, LIANG Yi-wei, et al. Mathematical model construction for routing optimization problem of vehicle-drone hybrid formation[J]. Journal of Chang'an University(Natural Science Edition), 2021, 41(1): 78-89.

DOI:10.19721/j.cnki.1671-8879.2021.01.009

# 车辆与无人机混合编队的路径优化问题模型构建

胡大伟,陈海妹,梁一为,王 宁

(长安大学 运输工程学院,陕西 西安 710064)

**摘 要:**为研究无人机与传统车辆配送融合的混合编队问题,即车辆与无人机混合编队路径优化问题(vehicle-drone routing problem, VDRP),梳理了近年来国内外针对无人机与车辆配送路径优化的相关数学模型构建方法,据此提出在传统旅行商模型(traveling salesman problem, TSP)和车辆路径模型(vehicle routing problem, VRP)基础上,结合无人机工作特点,考虑各模型研究中的网络结构以及约束条件,构建了基于 TSP 的车辆-无人机扩展路径模型(TSP-D)和基于 VRP 的车辆-无人机扩展路径模型(VRP-D)。在数学模型中考虑多架无人机同时取货、送货情况下可能附加的约束。与传统 TSP 和 VRP 模型相比,无人机融入配送路径优化问题之后其网络更具复杂性,进行模型构建时除要考虑传统的车辆路径约束、车辆时间约束外,还要考虑无人机路径约束、无人机时间约束,特别是要增加车辆与无人机在路径节点和时间协调的协同约束。鉴于该模型的复杂性,采用 LINGO 软件和一系列小规模算例对模型进行了测算。结果表明:车辆与无人机混合编队的配送模式比传统采用车辆单一配送模式在节约配送成本上具有一定的优势。通过总结现有的研究,提出了 VDRP 未来主要的研究方向包括,更现实模型的构建、精确算法和启发式算法的设计、测试算例数据源的构造。

**关键词:**交通工程;交通运输;车辆配送;无人机配送;混合编队;路径优化

**中图分类号:**U492.3

**文献标志码:**A

**文章编号:**1671-8879(2021)01-0078-12

## Mathematical model construction for routing optimization problem of vehicle-drone hybrid formation

HU Da-wei, CHEN Hai-mei, LIANG Yi-wei, WANG Ning

(School of Transportation Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China)

**Abstract:** To study the hybrid formation problem of drone and traditional vehicle distribution, that is, vehicle and drone hybrid formation routing optimization problem (vehicle-drone routing problem, VDRP), the domestic and foreign literature in recent years was reviewed, about construction methods of mathematical model of drones and vehicle distribution routing optimization. Based on the traveling salesman problem model (traveling salesman problem, TSP) and vehicle routing problem model (vehicle routing problem, VRP), the basic framework of the mathematical models of TSP-D (traveling salesman problem with drone) and VRP-D (vehicle

收稿日期:2020-09-30

基金项目:国家自然科学基金项目(71971030);中央高校基本科研业务费专项资金项目(310822150020,300102228402)

作者简介:胡大伟(1963-),男,北京市人,教授,博士研究生导师,E-mail:dwhu@chd.edu.cn。

routing problem with drone) was constructed, the network structure and constraints in each model, combined with the characteristics of drone operation was considered. In particular, the possible additional constraints in the case of multi-drones and simultaneous pick-up and delivery were given. Compared with the traditional TSP and VRP models, the network was more complex when drone was integrated into the distribution routing optimization problem. When constructed the VDRP model, in addition to the traditional vehicle routing constraints and vehicle time constraints, the drone routing constraints and drone time constraints should be considered. In particular, it is necessary to increase the cooperative constraints of vehicle and drone in path node and time coordination. Given the complexity of the model, LINGO software and a series of small-scale examples to calculate the model were used. The results show that the distribution mode of vehicle and drone hybrid formation has some advantages over the traditional single vehicle distribution mode in saving distribution cost. Finally, by summarizing the existing research, VDRP main research direction in the future is proposed, such as the construction of more realistic models, the design of accurate and heuristic algorithms, and the construction of data sources for test examples. 5 tabs, 6 figs, 34 refs.

**Key words:** traffic engineering; transportation; vehicle distribution; drone distribution; hybrid formation; routing optimization

## 0 引 言

无人机技术快速发展为物流和运输领域的众多创新应用打开了大门<sup>[1-3]</sup>,在防御<sup>[4-5]</sup>、公共安全和保障<sup>[6-9]</sup>、医疗保健<sup>[10-12]</sup>、林业和农业<sup>[13]</sup>都有应用。亚马逊在物流配送领域宣布使用无人机进行产品配送计划后,无人机用于产品配送受到了较多关注<sup>[14]</sup>。美国一典型运输公司估计,如果无人机在配送行程的最后一英里替换卡车,每年可节省约 5 千万美元的成本<sup>[15]</sup>。由于无人机受续航里程及最大负载的制约,其单独承担物流配送任务受到了限制。为此在传统车辆配送的模式中融入无人机,即车辆搭载无人机一同配送,充分发挥这 2 种载运工具的优势,为进一步提高配送效率,降低物流成本提供了新的解决方案。车辆-无人机联合配送的路径优化问题的研究可根据车辆路径划分为 2 类:基于 TSP 的车辆-无人机扩展路径模型(TSP-D);基于 VRP 的车辆-无人机扩展路径模型(VRP-D)。

基于 TSP 的车辆-无人机扩展路径模型研究。研究卡车与无人机混合配送问题的先驱是 Murray 等,他们提出了飞行助手旅行商问题(flying side-kick travelling salesman problem, FSTSP)<sup>[16]</sup>。这个问题实际上是 TSP 的一个变体,即只有 1 辆装有 1 架无人机的卡车,无人机在车辆路径上某个节点从卡车上发射,将货物配送给客户,并在与卡车的会合地点被收回。当无人机飞行时,卡车可以访问其

他客户,但是,在无人机电池耗尽之前,它必须在会合地点收回无人机,使用这 2 种载运工具进行运营可显著节省时间成本。Agatz 等在 FSTSP 的基础上,提出了允许在无人机进行配送时,卡车可以在原地等待的旅行商问题(TSP-D)<sup>[17]</sup>。Campbell 等为 TSP-D 建立了连续逼近模型,并对该模型进行求解<sup>[18]</sup>。Chang 等为 TSP-D 建立了非线性模型<sup>[19]</sup>。Jeong 等研究了考虑禁飞区,以及负载对无人机能量消耗影响的 FSTSP 问题(FSTSP-ECNZ),建立了关于负载的无人机能量消耗公式,构建了该问题的混合整数线性模型,并构建了启发式算法来获得解决方案<sup>[20]</sup>。刘委青等为了解决 TSP-D 问题设计了先规划卡车路径后规划无人机路径的两阶段规划求解算法<sup>[21]</sup>。林驿等建立了时变网络下带时间窗的卡车-无人机路径模型,并提出一个改进 C-W 算法和动态规划启发式算法构成的两阶段启发式算法来求解<sup>[22]</sup>。

基于 VRP 的车辆-无人机扩展路径模型研究。Wang 等定义了一个带无人机的车辆路径问题(VRPD):一队载有无人机的同质车辆进行配送,无人机 1 次只能服务 1 个客户,车辆可以在仓库或者客户节点进行无人机的发射或回收,并且发射的无人机必须由同一车辆回收<sup>[23]</sup>。VRPD 问题实际上是 VRP 问题的一个变体。Di Pugliese 等为以最小运输成本为目标的带时间窗 VRPD(VRPDTW)提供了混合整数线性规划(MILP)模型,在该模型中

对无人机完成配送任务后等待车辆的时间进行了限制,以防止造成无人机闲置<sup>[24]</sup>。Schermer 等为 VRPD 建立了 MILP 模型,并设计了启发式算法来解决该问题<sup>[25]</sup>。Wang 等为该类问题建立了 2 种模型:基于弧的模型(arc-based model,ARC-M)、基于路径的模型(path-based model,PATH-M),并为 PATH-M 设计了分支定界算法<sup>[26]</sup>。Sacramento 等等探索了邻域搜索算法在解决该类问题中的性能<sup>[27-28]</sup>。

可以看出上述 2 类路径问题的研究有一定的相关性,因此本文将相关研究问题统称为 VDRP,该问题可描述为:车辆搭载无人机从仓库出发,为一系列已知需求的客户点进行配送,需要决策客户点的配送方式(即由车辆配送还是由无人机配送)、车辆的路径、无人机的起落点、无人机的路径。值得一提的是,与传统的 TSP、VRP 问题相比,VDRP 不仅需要考虑无人机的载重量及续航里程的约束,而且要保证车辆与同行无人机之间的时间协同、空间协同,即保证无人机可以及时被车辆收回。

关于此类问题研究时间较短,所以国内外关于该类问题的研究综述较少。Otto 等在整理与无人机应用相关文献的基础上,总结了未来包括无人机与车辆联合配送在内的多种无人机应用模式,并根据无人机与车辆的角色分配将其联合配送分为:车辆支持无人机、无人机支持车辆、无人机与车辆独立运行、无人机与车辆同步运行<sup>[29]</sup>;Kitjacharoenchai 等通过回顾 2013 年以来关于无人机配送的文献,对无人机可能应用的领域、存在的机遇与挑战进行了总结<sup>[30]</sup>。任新惠等在 Otto 等研究的基础上,探究了无人机和车辆组合路径规划问题考虑的因素以及目标优化<sup>[31]</sup>。目前国内外对 VDRP 模型的系统梳理研究较少,模型类型及其规范性表述一般很难为其他研究者提供有价值的参考。

本文根据车辆路径的不同,将 VDRP 划分为 TSP-D 和 VRP-D 两类,对 2015 年以来相关国内外文献进行分类梳理;在传统 TSP、VRP 模型的基础上,构建了 TSP-D 和 VRP-D 的基本模型构架,并给出了该类问题中可能的附加约束,为该领域研究提供了基本模型;利用 LINGO 软件验证了本文模型的科学性,并分析了无人机融入传统车辆配送后对降低物流成本的影响,最后给出未来 VDRP 问题的三大研究方向。

1 模型构建

在 Murray 等首次建立了 FSTSP 问题的数学模型之后,众多学者在其研究基础上,不断对模型进行完善、补充新的约束并对模型进行拓展。本文从车辆路径问题基本模型延伸考虑,划分为基于 TSP 和基于 VRP 的车辆与无人机混合编队问题数学模型。

1.1 基于 TSP 的车辆与无人机混合配送模型

模型的目标函数总成本最小,即

$$\min z_1 = \sum_{i=0, i \neq j}^c \sum_{j=1}^{c+1} l_{ij} x_{ij} c^T + \sum_{s=s_1}^{s_n} (l_{ij} + l_{jk}) y_s c^D \tag{1}$$

式中: $i \in N_0 = \{0, 1, \dots, c\}$  为车辆可以到达的节点集合; $j \in N_+ = \{1, 2, \dots, c, c+1\}$  为车辆可以到达的节点集合,其中 $\{0\}$ 、 $\{c+1\}$ 属于仓库节点集合  $N_D$ , $\{1, 2, \dots, c\}$ 属于客户节点集合  $C$ ;  $s$  为无人机可行驾次,  $P$  为无人机可行驾次集合,  $s \in P = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ ,  $s = \langle i, j, k \rangle$ ,  $i \neq j, j \neq k, i \neq k, i \in N_0, j \in C, k \in N_+$ ;  $z_1$  为总成本,是车辆成本与无人机成本的叠加; $l_{ij}$  为节点  $i$  与节点  $j$  之间的距离; $x_{ij}$  为 0-1 变量,当车辆存在路径 $(i, j)$ 时  $x_{ij}$  为 1,否则为 0; $c^T$  为车辆的单位距离成本; $y_s$  为 0-1 变量,当车辆的路径上存在架次  $s$  时  $y_s$  为 1,否则为 0; $c^D$  为无人机单位距离运输成本。

针对单一架次的 TSP-D 模型,如图 1 所示,其约束条件包括

车辆路径约束

$$\sum_{j=1}^{c+1} x_{0j} = \sum_{i=0}^c x_{i, c+1} \leq 1 \tag{2}$$

$$\sum_{i=0}^c x_{ij} = \sum_{k=1}^{c+1} x_{jk} \quad j \in C \tag{3}$$

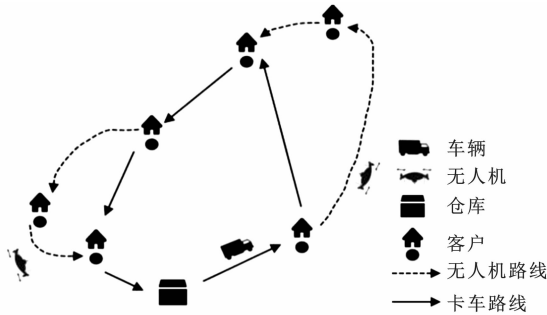


图 1 基于 TSP 的车辆与单无人机配送路径  
Fig. 1 Vehicle-drone distribution routing based on TSP

$$u_i - u_j + 1 \leq (c+2)(1-x_{ij}) \quad i \in N_0, j \in N_+, i \neq j \quad (4)$$

$$u_j - u_i \leq Ma_{ij} \quad i \in N_0, j \in C, j \neq i \quad (5)$$

$$u_j - u_i \geq M(a_{ij} - 1) + 1 \quad i \in N_0, j \in C, j \neq i \quad (6)$$

式中:  $u_i$  为辅助变量,  $i \in N$ ,  $N$  为所有节点集合,  $N = \{0, 1, \dots, c, c+1\}$ ;  $a_{ij}$  为 0-1 变量, 当车辆在访问客户点  $i$  后访问了客户点  $j$  则  $a_{ij}$  为 1, 否则为 0;  $M$  为一个足够大的正数。

约束式(2)~式(4)是经典的车辆路径约束条件。式(2)表示车辆最多离开(返回)仓库一次。式(3)是流量平衡约束。式(4)为消除子回路约束。约束式(5)、式(6)为车辆路径上节点  $i, j$  访问顺序的约束。

车辆时间约束。假设两点行驶时间为其距离除以车辆平均速度, 有

$$t_i^{T+} + S^T + T^R \sum_{s=s_{i1}}^{s_{mi}} y_s + T^L \sum_{s=s_{i1}}^{s_{im}} y_s = t_i^{T-} \quad i \in N_0, i \neq 0 \quad (7)$$

$$t_i^{T-} + T_{ij}^T \leq t_j^{T+} + M(1-x_{ij}) \quad i \in N_0, j \in N_+ \quad (8)$$

$$t_i^{T-} + T_{ij}^T \geq t_j^{T+} - M(1-x_{ij}) \quad i \in N_0, j \in N_+ \quad (9)$$

$$t_0^{T-} = 0 \quad (10)$$

式中:  $P_i^+ = \{s_{1i}, s_{2i}, \dots, s_{mi}\}$ ,  $P_i^+ \subseteq P$  为无人机可能在节点  $i$  进行回收的架次集合;  $P_i^- = \{s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{im}\}$ ,  $P_i^- \subseteq P$  为无人机可能在节点  $i$  进行发射的架次集合;  $t_i^{T+}$  为车辆到达节点  $i$  的时间;  $t_i^{T-}$  为车辆离开节点  $i$  的时间;  $S^T$  为车辆在客户点的服务时间;  $T^R$  为回收无人机所用的时间;  $T^L$  为发射无人机所用的时间,  $T_{ij}^T$  为车辆从节点  $i$  到节点  $j$  行驶所需要的时间。

式(7)表述车辆在离开客户节点  $i$  前可能执行的任务(服务客户、发射无人机、回收无人机)。式(8)、式(9)表示车辆到达客户点  $j$  的时间等于车辆离开上一节点  $i$  的时间加上  $i, j$  节点间的旅行时间。式(10)初始化车辆的时间。

无人机路径约束。假设 1 辆车辆只载有 1 架无人机, 如图 1 所示, 约束式(11)、式(12)确保在进行无人机发射(回收)的节点只进行一次发射(回收), 即

$$\sum_{s=s_{i1}}^{s_{im}} y_s \leq 1 \quad i \in N_0, i \neq 0 \quad (11)$$

$$\sum_{s=s_{1i}}^{s_{mi}} y_s \leq 1 \quad i \in N_+, i \neq c+1 \quad (12)$$

无人机时间约束(假设两点间飞行时间为其距

离除以无人机平均速度)。式(13)~式(16)表述了在一次无人机配送中, 无人机到达各节点的时间。式(17)约束了无人机重复发射的条件: 无人机到达前一个回收节点的时间不能超过它再次发射的时间。式(18)初始化无人机的时间, 即

$$t_j^{D+} \geq t_i^{D-} + T_{ij}^D - M(1 - \sum_{s=s_{ij1}}^{s_{ijm}} y_s) \quad i \in N_0, j \in C \quad (13)$$

$$t_j^{D+} \leq t_i^{D-} + T_{ij}^D + M(1 - \sum_{s=s_{ij1}}^{s_{ijm}} y_s) \quad i \in N_0, j \in C \quad (14)$$

$$t_k^{D+} \geq t_j^{D+} + S^D + T_{jk}^D - M(1 - \sum_{s=s_{1jk}}^{s_{mjk}} y_s) \quad k \in N_+, j \in C \quad (15)$$

$$t_k^{D+} \leq t_j^{D+} + S^D + T_{jk}^D + M(1 - \sum_{s=s_{1jk}}^{s_{mjk}} y_s) \quad k \in N_+, j \in C \quad (16)$$

$$t_k^{D+} - M(3 - \sum_{s=s_{11k}}^{s_{1mk}} y_s - \sum_{s=s_{b1}}^{s_{bm}} y_s - a_b) \leq t_b^{D-} \quad i \in N_0, k \in N_+, b \in C, b \neq i \quad (17)$$

$$t_0^{D-} = 0 \quad (18)$$

式中:  $P_j = \{s_{1j1}, s_{1j2}, \dots, s_{1jm}, s_{2j1}, s_{2j2}, \dots, s_{2jm}, s_{mj1}, s_{mj2}, \dots, s_{mjm}\}$ ,  $P_j \subseteq P$  为可行的所有无人机服务客户点  $j$  的架次集合;  $P_i^- \cap P_j = \{s_{ij1}, s_{ij2}, \dots, s_{ijm}\}$ ,  $P_i^- \cap P_j \subseteq P$  表示所有发射点为  $i$  客户点为  $j$  的无人机架次的集合;  $P_j \cap P_k^+ = \{s_{1jk}, s_{2jk}, \dots, s_{mjk}\}$ ,  $P_j \cap P_k^+ \subseteq P$  表示所有回收节点为  $k$  且客户点为  $j$  的无人机架次的集合;  $P_i^- \cap P_k^+ = \{s_{i1k}, s_{i2k}, \dots, s_{imk}\}$ ,  $P_i^- \cap P_k^+ \subseteq P$  表示所有发射节点为  $i$  且回收节点为  $k$  的无人机架次的集合;  $t_j^{D+}$  为无人机到达节点  $j$  的时间;  $t_i^{D-}$  为无人机离开节点  $i$  的时间;  $T_{ij}^D$  为无人机从节点  $i$  到节点  $j$  飞行所需要的时间;  $S^D$  为无人机在客户点的服务时间。

车辆-无人机同步约束。式(19)保证每个客户点被无人机或车辆精准的访问一次。式(20)、式(22)通过对无人机离开发射节点的时间以及到达和离开回收节点的时间进行约束, 实现无人机与车辆时间的同步性。式(20)、式(21)表示无人机、车辆离开发射节点  $i$  的时间相同。式(22)是对无人机到达回收点  $k$  的时间约束, 无人机需要在无人机完成对客户点  $k$  处的服务之前到达回收点。式(23)、式(24)保证车辆和同行无人机路线上的同步性。式(23)表示在无人机飞行路径上的发射节点和回收节

点必须是同行车辆访问的节点。式(24)表示如果无人机在  $i$  点发射、在  $k$  点回收,则在同行车辆的路径上,  $i$  点一定早于  $k$  点被访问,即

$$\sum_{i=0, i \neq j}^c x_{ij} + \sum_{s=s_{1j}}^{s_{mj}} y_s = 1 \quad j \in C \quad (19)$$

$$t_i^D \leq t_i^T + M(1 - \sum_{s=s_{1i}}^{s_{mi}} y_s) \quad i \in N_0, i \neq 0 \quad (20)$$

$$t_i^D \geq t_i^T - M(1 - \sum_{s=s_{1i}}^{s_{mi}} y_s) \quad i \in N_0, i \neq 0 \quad (21)$$

$$t_k^D \leq t_k^T + S^T + M(1 - \sum_{s=s_{1k}}^{s_{mk}} y_s) \quad k \in C \quad (22)$$

$$2y_s \leq \sum_{h=1}^c x_{ih} + \sum_{l=1}^c x_{lk} \quad s = \langle i, j, k \rangle \in P \quad (23)$$

$$u_k - u_i \geq 1 - (c + 2)(1 - \sum_{s=s_{1k}}^{s_{mk}} y_s) \quad i \in N_0, k \in N_+ \quad (24)$$

式中:  $l, h \in C$ , 均为客户节点。

无人机能力相关约束。约束式(25)确保无人机的每次配送均在其续航里程内进行,即

$$e + M(1 - \sum_{s=s_{1k}}^{s_{mk}} y_s) \geq t_k^D - t_i^D \quad i \in N_0, k \in N_+ \quad (25)$$

式中:  $e$  为无人机电池耐力。

变量设定

$$t_i^T \geq 0, t_i^D \geq 0, t_k^T \geq 0, t_k^D \geq 0 \quad i \in N_+, k \in N_0 \quad (26)$$

$$u_i \geq 0 \quad i \in N \quad (27)$$

$$y_s \in \{0, 1\}, x_{ij} \in \{0, 1\}, a_{ij} \in \{0, 1\} \quad (28)$$

多架无人机约束。基于 TSP-D 模型中,若存在多架无人机的情形,如图 2 所示。则需添加无人机的集合  $D$ ,部分变量需要增加与无人机相关的角标,如  $y_s$  变为  $y_s^d, d \in D$ ,值得关注的是,模型中需要增添多架无人机的协同约束。另特别指出,此部分模型中的无人机到达回收节点的时间包含了回收所用的时间。

式(29)~式(33)对多架无人机离开发射点  $i$  的时间分 5 种情况进行了约束:无人机  $d$  在节点  $i$  进行发射时;车辆先发射无人机  $d$ ,后进行节点  $i$  的配送服务时;车辆先进行节点  $i$  的配送服务,后发射无人机  $d$  时;无人机  $d$  先发射,  $d^*$  后发射时;无人机  $d$  先回收,  $d^*$  后发射时,即

$$t_i^{d-} \geq t_i^{d+} + T^L - M(1 - \sum_{s=s_{1i}}^{s_{mi}} y_s^d) \quad d \in D, i \in N_0 \quad (29)$$

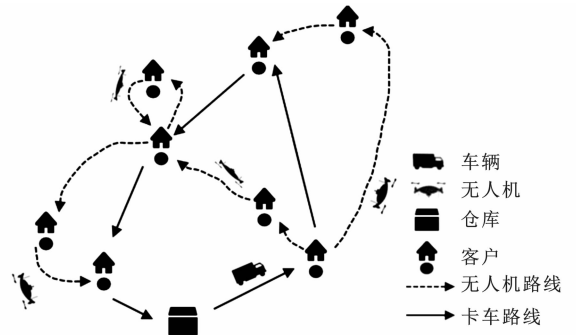


图 2 基于 TSP 的车辆和多架无人机配送路径

Fig. 2 Vehicle-drones distribution routing based on TSP

$$t_i^{d-} \geq t_i^{T+} + T^L - M(1 - z_{d,0,i}^1) \quad d \in D, i \in N_0 \quad (30)$$

$$t_i^{d-} \geq t_i^{T+} + S^T + T^L - M(1 - z_{0,d,i}^0) \quad d \in D, i \in N_0 \quad (31)$$

$$t_i^{d*-} \geq t_i^{d-} + T^L - M(1 - z_{d,d^*,i}^1) \quad d \in D, d^* \in D, d^* \neq d, i \in N_0 \quad (32)$$

$$t_i^{d*-} \geq t_i^{d+} + T^R - M(1 - z_{d,d^*,i}^0) \quad d \in D, d^* \in D, d^* \neq d, i \in C \quad (33)$$

式中:  $t_i^{d-}$  为无人机  $d$  离开节点  $i$  的时间;  $t_i^{d+}$  为无人机  $d$  到达节点  $i$  的时间;  $y_s^d$  为 0-1 变量,当无人机  $d$  进行  $s$  架次飞行则  $y_s^d$  为 1,否则为 0;  $z_{d,0,i}^1$  为 0-1 变量,当在节点  $i$  处先进行无人机  $d$  的发射操作然后进行车辆的配送服务时  $z_{d,0,i}^1$  为 1,否则为 0;  $z_{0,d,i}^0$  为 0-1 变量,当在节点  $i$  处先进行车辆的配送服务后发射无人机  $d$  时  $z_{0,d,i}^0$  为 1,否则为 0;  $z_{d,d^*,i}^1$  为 0-1 变量,当在节点  $i$  处先发射无人机  $d$  后发射无人机  $d^*$  时  $z_{d,d^*,i}^1$  为 1,否则为 0;  $z_{d,d^*,i}^0$  为 0-1 变量,当在节点  $i$  处先进行回收无人机  $d$  的操作然后发射无人机  $d^*$  时  $z_{d,d^*,i}^0$  为 1,否则为 0。

式(34)~式(38)对无人机到达回收点  $k$  的时间分 5 种情况进行了约束:车辆在节点  $k$  先回收无人机  $d$ ,后进行配送服务时;车辆先到达  $k$  点进行配送服务,后回收无人机  $d$  时;无人机  $d$  先到达  $k$  点进行回收,后回收无人机  $d^*$  时;先发射无人机  $d$ ,后回收无人机  $d^*$  时;在架次  $s < i, j, k$  中,无人机  $d$  到达回收点  $k$  的时间为离开客户点  $j$  的时间加两点间的旅行时间和回收时间,即

$$t_k^{d+} \geq t_k^{T+} + T^R - M(1 - z_{d,0,k}^R) \quad d \in D, k \in N_+ \quad (34)$$

$$t_k^{d*-} \geq t_k^{T+} + S^T + T^R - M(1 - z_{0,d,k}^R) \quad d \in D, k \in N_+ \quad (35)$$

$$t_k^{d*-} \geq t_k^{d+} + T^R - M(1 - z_{d,d^*,k}^R) \quad d \in D, d^* \in D, d^* \neq d, k \in N_+ \quad (36)$$

$$t_k^{d+} \geq t_k^{d-} + T^L - M(1 - z'_{d,d^*,k}) \quad d \in D, d^* \in D, d \neq d^*, k \in C \quad (37)$$

$$t_k^{d+} \geq t_j^{d-} + T_{jk}^D + T^R - M(1 - \sum_{s=1}^{s_{ijk}} y_s^d) \quad d \in D, k \in N_+, j \in C \quad (38)$$

式中:  $z_{d,0,k}^R$  为 0-1 变量, 当在节点  $k$  先进行回收无人机  $d$  的操作, 然后完成车辆的配送任务时  $z_{d,0,k}^R$  为 1, 否则为 0;  $z'_{d,d^*,k}$  为 0-1 变量, 当在节点  $k$  先完成车辆的配送任务然后回收无人机  $d$  时  $z'_{d,d^*,k}$  为 1, 否则为 0;  $z_{d,d^*,k}^R$  为 0-1 变量, 当在节点  $k$  先进行回收无人机  $d$  然后回收无人机  $d^*$  时  $z_{d,d^*,k}^R$  为 1, 否则为 0;  $z'_{d,d^*,i}$  为 0-1 变量, 当在节点  $i$  处先进行发射无人机  $d$  的操作然后回收无人机  $d^*$  时  $z'_{d,d^*,i}$  为 1, 否则为 0。

取送货约束。基于 TSP-D 模型中, 若存在无人机同时取送货情形<sup>[32]</sup>, 如图 3 所示, 则有关的约束条件如式(39)~式(51)所示。

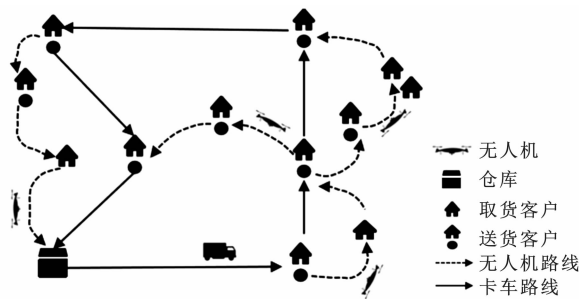


图 3 基于 TSP 的车辆和无人机配送路径同时取送货

Fig. 3 Vehicle-drones simultaneous pick up and delivery routing based on TSP

约束式(39)表示无人机的负载不能超过最大承载能力。式(40)确保每架无人机离开运载所需货物的车辆, 为其指定的客户提供服务, 即

$$q_{ik}^d + p_{ik}^d \leq Q^D \quad d \in D, i \in N_0, k \in N_+ \quad (39)$$

$$\sum_{k=1}^{c+1} p_{jk}^d = M(1 - f_{j,lm}^d) \quad d \in D, j \in N_0, m \in C \quad (40)$$

式中:  $q_{ik}^d$  为无人机  $d$  离开节点  $i$  向节点  $k$  移动时所载的送货量;  $p_{ik}^d$  为无人机  $d$  离开节点  $i$  向节点  $k$  移动时所载的取货量;  $Q^D$  为无人机的最大载重量;  $f_{j,lm}^d$  为 0-1 变量, 若由  $j$  点发射的无人机  $d$  存在  $(j, m)$  路径则为 1, 否则为 0。

约束式(41)~式(44)更新无人机在每个客户节点上的送货和取货的负载, 即

$$q_{mk}^d \geq q_{lm}^d - q_m - M(2 - f_{j,lm}^d - f_{j,nk}^d) \quad d \in D, j \in N_0, m \in C, l, k \in N_0 \cup N_+, m \neq j, l \neq m, k \neq m \quad (41)$$

$$q_{mk}^d \leq q_{lm}^d - q_m + M(2 - f_{j,lm}^d - f_{j,nk}^d) \quad d \in D, j \in N_0, m \in C, l, k \in N_0 \cup N_+, m \neq j, l \neq m, k \neq m \quad (42)$$

$$p_{mk}^d \geq p_{lm}^d + p_m - M(2 - f_{j,lm}^d - f_{j,nk}^d) \quad d \in D, j \in N_0, m \in C, l, k \in N_0 \cup N_+, m \neq j, l \neq m, k \neq m \quad (43)$$

$$p_{mk}^d \leq p_{lm}^d + p_m + M(2 - f_{j,lm}^d - f_{j,nk}^d) \quad d \in D, j \in N_0, m \in C, l, k \in N_0 \cup N_+, m \neq j, l \neq m, k \neq m \quad (44)$$

式中:  $q_m$  为客户  $m$  的送货需求量;  $p_m$  为客户  $m$  的取货需求量。

$$q_{lm}^d \leq \sum_{j=0}^{c+1} M f_{j,lm}^d \quad d \in D, m, l \in N_0 \cup N_+ \quad (45)$$

$$p_{lm}^d \leq \sum_{j=0}^{c+1} M f_{j,lm}^d \quad d \in D, m, l \in N_0 \cup N_+ \quad (46)$$

如果无人机  $d \in D$  不在线路  $(l, m) \in A$  上行驶, 则约束式(45)、式(46)分别确保  $q_{lm}^d$  和  $p_{lm}^d$  等于零, 约束式(47)要求每架无人机在开始飞行时必须使用充满电的电池。约束式(48)确保无人机的飞行距离足以让无人机到达目的地, 即

$$r_{jk}^d \geq R^D f_{j,ik}^d \quad d \in D, j \in N_0, k \in N_0 \cup N_+ \quad (47)$$

$$r_{ik}^d \geq l_{ik} f_{j,ik}^d \quad d \in D, j \in N_0, i \in N_0 \cup N_+, k \in N_0 \cup N_+ \quad (48)$$

式中:  $r_{jk}^d$  为无人机  $d$  离开节点  $j$  向节点  $k$  移动时剩余的飞行里程;  $R^D$  为无人机的最大飞行里程。

约束式(49)、式(50)根据每架无人机的飞行距离更新剩余的飞行里程, 即

$$r_{nk}^d \geq r_{lm}^d - l_{lm} - M(2 - f_{j,lm}^d - f_{j,nk}^d) \quad d \in D, j \in N_0, m, l, k \in N_0 \cup N_+, m \neq j, l \neq m, k \neq m \quad (49)$$

$$r_{nk}^d \leq r_{lm}^d - l_{lm} + M(2 - f_{j,lm}^d - f_{j,nk}^d) \quad d \in D, j \in N_0, m, l, k \in N_0 \cup N_+, m \neq j, l \neq m, k \neq m \quad (50)$$

约束式(51)确保如果无人机  $d \in D$  没有访问线路  $(l, m)$ , 则无人机  $d$  在该路线上可用飞行里程为零, 即

$$r_{lm}^d \leq \sum_{j=0}^c M f_{j,lm}^d \quad d \in D, m, l \in N_0 \cup N_+ \quad (51)$$

## 1.2 基于 VRP 的车辆与无人机混合配送模型

当车辆载重无法满足一次配送任务时, VRP-D 问题则被提出, 该问题如图 4 所示。

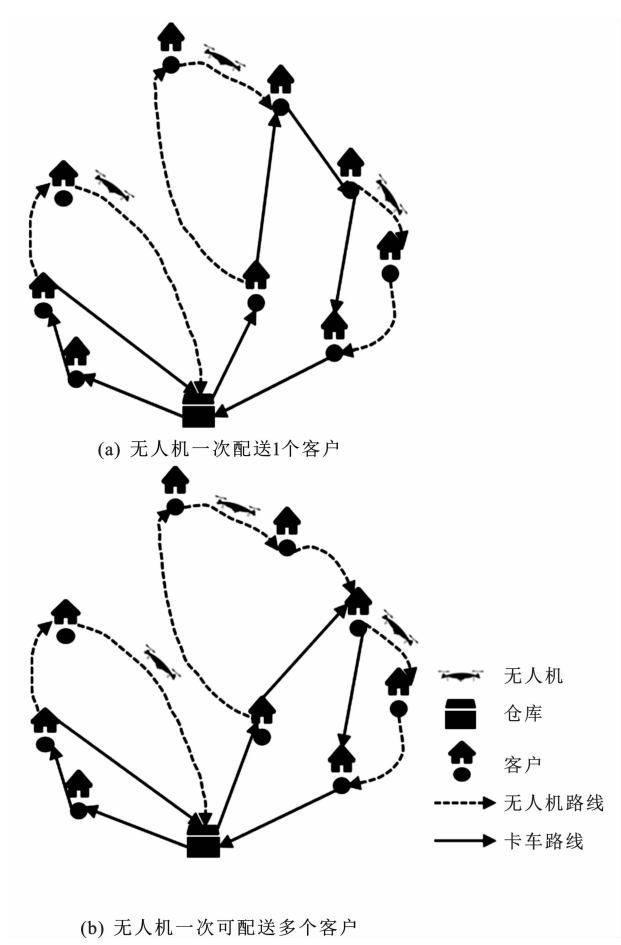


图 4 基于 VRP 的车辆与无人机配送路径

Fig. 4 Vehicle-drone distribution routing based on VRP

VRP-D 模型中的相关约束。如前文所述, TSP-D 与 VRP-D 有一定的相关性, 根据具体情景, VRP-D 数学模型中每辆车与无人机都应满足式 (1)~式(51)中的部分约束, 相似的约束本文不再复述, 本节只给出 VRP-D 数学模型中可能增加的额外约束。

式(52)是车辆的容量约束, 式(53)、式(54)规定车辆返回仓库的时间不能大于最大工作时间, 式(55)、式(56)为时间窗约束, 即

$$\sum_{j=1}^c \left( \sum_{i=0}^c q_j x_{ij}^v + \sum_{s=s_{1j1}}^{s_{mjm}} q_j y_s^v \right) + W^D \leq Q^T \quad v \in V \tag{52}$$

$$t_{c+1}^v \leq T_{\max} \sum_{i=1}^c x_{i,c+1}^v \quad v \in V \tag{53}$$

$$t_{c+1}'^v \leq T_{\max} \sum_{s=s_{1,c+1}}^{s_{m,c+1}} y_s^v \quad v \in V \tag{54}$$

$$t_j = \sum_{s=s_{1j1}}^{s_{mjm}} y_s^v t_j'^{v+} + (1 -$$

$$\sum_{s=s_{1j1}}^{s_{mjm}} y_s^v) x_{jk}^v t_j^{v+} \quad j \in C, k \in N_+, v \in V \tag{55}$$

$$T_j^e \leq t_j \leq T_j^l \quad j \in C \tag{56}$$

式中:  $V$  为车辆集合,  $v \in V = \{0, 1, \dots, n\}$ ;  $x_{ij}^v$  为 0-1 变量, 当车辆  $v$  存在路径  $(i, j)$  时  $x_{ij}^v$  为 1, 否则为 0;  $y_s^v$  为 0-1 变量, 当车辆  $v$  所载的无人机存在架次  $s$  时  $y_s^v$  为 1, 否则为 0;  $W^D$  为无人机及其设备的重量;  $Q^T$  为车辆的最大载重量;  $t_{c+1}^v$  为车辆  $v$  到达配送中心的时间;  $t_{c+1}'^v$  为车辆  $v$  上所载的无人机到达配送中心的时间;  $T_{\max}$  为法定工作时间;  $t_j$  为客户  $j$  开始接受服务的时间;  $T_j^e$  为客户  $j$  可接受的最早开始服务时间;  $T_j^l$  为客户  $j$  可接受的最晚开始服务时间。

通过对 TSP-D 与 VRP-D 数学模型进行描述, 可将 VDRP 问题的分类属性进行总结, 如表 1 所示。

表 1 VDRP 问题的可能情境

Tab. 1 Possible scenarios for VDRP problems	
分类属性	属性的取值
车辆所载无人机数量	一车一机; 一车多机; 车辆与无人机并行配送
无人机性能要求	一次配送 1 个客户; 一次配送多个客户; 能量消耗与负载有关; 能量消耗与负载无关; 禁飞区
车辆承担的任务	移动仓库(无人机从同行车辆上取货); 移动充电桩(无人机在同行车辆上进行充电或者更换电池); 执行配送任务
无人机的起落地点	固定的起落点; 起落点为客户点; 无人机的发射和回收节点可一致; 无人机的发射和回收节点不同
取送货	只进行配送; 配送与取货均进行
信息的确定性	确定需求, 动态需求等

1.3 相关目标函数

除前述模型中有关运营成本最小的目标函数外, 还可以根据实际需要设定其他目标函数。

(1) 时间最短

$$\min z_2 = \sum_{v=1}^n \max \{ t_{c+1}^v, t_{c+1}'^v \} \tag{57}$$

$$\min z_3 = \max \sum_{v=1}^n \{ t_{c+1}^v, t_{c+1}'^v, \forall v \in V \} \tag{58}$$

式(57)、式(58)分别表示总配送时间  $z_2$  最小、完成所有配送的时间  $z_3$  最小。

(2) 客户等待时间最短

为了提高客户的满意度, 还可以设定客户等待时间最短为目标的车辆-无人机路径规划问题(simultaneous traveling repairman problem with drones,

STRPD)。

(3)最多服务客户数量

在同天配送问题(same-day delivery, SDD)中常以尽可能多的服务客户为目标。在考虑动态的客户需求特点时,以最多服务客户数量为目标建立马尔科夫决策模型。

1.4 VDRP 模型框架

综上所述,随着实际应用需求的出现,车辆与无人机协作配送路径规划问题的数学模型表达形式会随着问题条件的变化而发生一些改变。但是无论数学模型采用何种形式,基于问题的基本含义,可以归结为以下所示的模型基本结构。其中  $z$  为目标值,  $f(x)$  为目标值函数,即

$$\begin{aligned} &\min \text{ 或 } \max z=f(x) \\ &\text{s. t.} \end{aligned} \tag{59}$$

与车辆、无人机路径问题相关的约束

与车辆、无人机时间相关的约束

与车辆无人机协同性相关的约束

与车辆、无人机能力相关的约束

其他约束

变量设定

2 模型测试

为检验所构建模型的精准有效性,本文利用小规模算例(1 个仓库,7 个客户点)进行模型测试,采用 Solomom 算例库作为客户点的数据来源,对 Solomom 算例库中不同系列的数据(R101、C101、RC101)分别构建 3 组算例(C 系列算例中客户点成集群分布;R 系列算例中客户点成均匀分布;RC 系列算例中客户点成混合分布),共 9 组算例的数据详见表 2,节点 0 为仓库,节点 1~7 为客户点,模型中参数的取值如表 3 所示。基于以上数据,用 LINGO 11.0 分别对 TSP-D 和传统 TSP、VRP-D 和传统 VRP 模型进行求解,求解结果如表 4、表 5 所示。从表 3~表 5 可知:

(1)无论是基于 TSP 还是 VRP 的物流配送模型,考虑加入无人机后形成的 TSP-D 和 VRP-D 模型,均使得配送成本得到了不同程度的节省;本文以总成本最小为目标建立模型,当以完成配送时间最小为目标时,因为无人机的速度一般快于卡车速度,故 TSP-D 和 VRP-D 模式均会比传统 TSP 和 VRP 配送时间节省,如图 5、图 6 所示(图 5、图

6 分别为算例 RC101(3)、R101(3)的求解路径)。

(2)对比不同系列的算例,当客户点呈现均匀分布时(R 系列算例),加入无人机后的物流配送模式获得最大节省的原因是,当客户点均匀分布时,客户点之间距离较大导致的;当客户点成聚集分布时(C 系列算例),因集群内的客户点之间距离较小,无人机使用可获得的节省较小,而 2 个集群间的距离较大,超过了无人机的配送范围,难以使用无人机进行配送,所以集群算例获得的节省较小;混合算例(RC 系列算例)结果显示其节约值处于 R 系列算例和 C 系列算例之间。需要指出的是由于本文算例规模较小,混合算例(RC 系列算例)中客户点均匀分布与集群分布(C 系列算例)共存的特点可能难以充分体现。该结论有待在大规模算例中进一步验证。

通过对本文模型进行小规模测试发现,传统车辆配送模式加入无人机后带来的成本节省对物流配送企业具有重要的现实意义。

3 结 语

(1)本文根据近年来无人机用于物流配送的发展趋势,在传统 TSP 和 VRP 模型基础上,构建了车辆与无人机混合编队的数学模型。在目标函数的选择上,除传统追求成本最小化之外,提出了可能追求时间节约、追求服务客户数量最大化等多种可能;在约束条件组成上,分别列出了车辆路径和时间约束、无人机路径和时间约束、车辆与无人机同步约束等,以平衡路径优化过程中车辆和无人机之间关系。

(2)为证实车辆与无人机混合配送的优越性,采用小规模测试数据,利用优化求解器对构建的模型进行了有效求解,结果显示在追求成本效益方面,车辆与无人机混合编队的物流配送模式具有进一步降低物流成本的潜力。

(3)此类问题未来存在三大可能的研究方向。  
①更现实模型构建。模型将由离线、非实时的应用转向在线实时应用上;丰富模型中车辆与无人机的配合情景研究;增强模型的实际应用价值;考虑多目标的目标函数的建立。  
②精确算法和启发式算法的设计。目前解决 VDRP 问题的精确算法较少,VDRP 问题的复杂性是主要原因之一,但是随着新的有效不等式的提出,构建精确算法以更



表 2 算例数据  
Tab. 2 Example data

系列	算例	节点								
C 系列	C101(1)	节点序号 $i$	0	1	2	3	4	5	6	7
		节点横坐标 $X_i$	40	45	25	38	15	28	15	38
		节点纵坐标 $Y_i$	50	70	85	68	75	52	80	70
		需求量 $q_i/\text{kg}$	0	30	20	20	20	20	1	1
	C101(2)	节点序号 $i$	0	1	2	3	4	5	6	7
		节点横坐标 $X_i$	40	42	35	22	38	28	30	25
		节点纵坐标 $Y_i$	50	65	66	75	68	55	50	52
		需求量 $q_i/\text{kg}$	0	10	10	30	20	10	1	4
	C101(3)	节点序号 $i$	0	1	2	3	4	5	6	7
		节点横坐标 $X_i$	40	40	35	22	18	25	30	42
		节点纵坐标 $Y_i$	50	69	69	85	75	50	52	66
		需求量 $q_i/\text{kg}$	0	20	10	10	20	10	2	1
R 系列	R101(1)	节点序号 $i$	0	1	2	3	4	5	6	7
		节点横坐标 $X_i$	35	41	55	15	55	45	55	20
		节点纵坐标 $Y_i$	35	49	45	30	60	20	5	50
		需求量 $q_i/\text{kg}$	0	10.0	13.0	26.0	16.0	11.0	2.9	5.0
	R101(2)	节点序号 $i$	0	1	2	3	4	5	6	7
		节点横坐标 $X_i$	35	35	55	10	30	45	65	25
		节点纵坐标 $Y_i$	35	17	20	43	60	10	35	30
		需求量 $q_i/\text{kg}$	0	7	19	9	16	18	3	3
	R101(3)	节点序号 $i$	0	1	2	3	4	5	6	7
		节点横坐标 $X_i$	35	41	55	10	50	10	45	65
		节点纵坐标 $Y_i$	35	49	20	43	35	20	65	35
		需求量 $q_i/\text{kg}$	0	10.0	19.0	9.0	19.0	19.0	2.9	3.0
RC 系列	RC101(1)	节点序号 $i$	0	1	2	3	4	5	6	7
		节点横坐标 $X_i$	35	41	55	30	30	10	15	20
		节点纵坐标 $Y_i$	35	49	20	60	25	20	60	50
		需求量 $q_i/\text{kg}$	0	10.0	19.0	16.0	23.0	19.0	3.7	5.0
	RC101(2)	节点序号 $i$	0	1	2	3	4	5	6	7
		节点横坐标 $X_i$	35	15	55	20	30	45	5	35
		节点纵坐标 $Y_i$	35	30	60	65	5	65	30	17
		需求量 $q_i/\text{kg}$	0	26	16	12	8	9	2	5
	RC101(3)	节点序号 $i$	0	1	2	3	4	5	6	7
		节点横坐标 $X_i$	35	55	10	50	15	20	45	25
		节点纵坐标 $Y_i$	35	45	43	35	10	40	20	30
		需求量 $q_i/\text{kg}$	0	13.0	9.0	19.0	20.0	12.0	4.1	3.0

注： $l_{ij} = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2}$

精确地求解 VDRP 问题是可实现且必要的。对于解决大规模的实例,启发式算法体现出更优越的综合性能,设计适用于不同情境的启发式算法也是未来研究的热点问题。③测试算例数据源的构造。VDRP 问题处于初步研究阶段,国内外尚没有统一的测试算例数据源,因此,为该问题建立测试算例数据源,供学者参考是很有必要的。

参考文献:  
References:

[1] TROUDI A, ADDOUCHE S A, DELLAGI S, et al. Logistics support approach for drone delivery fleet [C]//ALBA E, CHICANO F, LUQUE G. Proceedings of International Conference on Smart Cities. Cham:Springer,2017:86-96.

表 3 模型参数值

Tab. 3 Values of model's parameters

参数	TSP、TSP-D 时	VRP、VRP-D 时
	取值	取值
无人机平均速度 $g^D/(\text{km} \cdot \text{h}^{-1})$	84	84
无人机单位距离运输成本 $c^D/(\text{元} \cdot \text{km}^{-1})$	1.42	1.42
无人机电池耐力 $e/\text{h}$	1.5	1.5
无人机额定载重 $Q^D/\text{kg}$	5	5
无人机在客户的服务时间 $S^D/\text{h}$	0.016 7	0.016 7
车辆在客户的服务时间 $S^T/\text{h}$	0.008 33	0.008 33
卡车容量 $Q^T/\text{kg}$		60
车辆平均速度 $g^T/(\text{km} \cdot \text{h}^{-1})$	50	30
车辆单位距离运输成本 $c^T/(\text{元} \cdot \text{km}^{-1})$	3.72	5.00
发射无人机需要的时间 $T^L/\text{h}$	0.016 7	0.016 7
回收无人机需要的时间 $T^R/\text{h}$	0.008 33	0.008 33
节点数量	8	8
一个足够大的数 $M$	1 000	1 000

注:模型参数数据来源于文献[33-34]。

表 4 TSP-D 与 TSP 模型求解结果对比

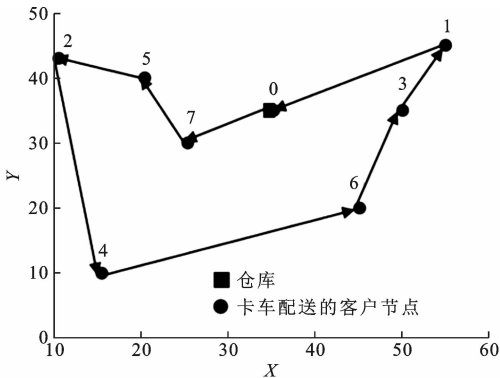
Tab. 4 Comparisons of solution results between TSP and TSP-D model

系列	算例	成本		节约	组内节约 平均值%	节约平 均值%		
		TSP	TSP-D	比例%				
C 系列	C101(1)	388.779 5	381.197 4	1.95	2.67	8.60		
	C101(2)	297.816 1	282.033 5	5.30				
	C101(3)	363.297 6	360.581 7	0.75				
R 系列	R101(1)	636.547 3	520.848 1	18.18	16.36		8.60	
	R101(2)	604.020 1	518.356 9	14.18				
	R101(3)	686.928 9	572.106 8	16.72				
RC 系列	RC101(1)	594.090 1	549.308 0	7.54	6.79			8.60
	RC101(2)	656.318 1	608.986 6	7.21				
	RC101(3)	547.408 5	516.684 4	5.61				

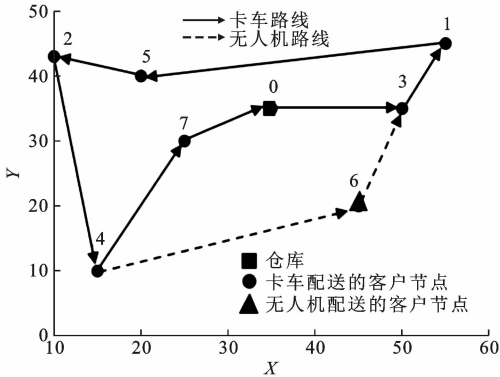
表 5 VRP-D 与 VRP 模型求解结果对比

Tab. 5 Comparisons of solution results between VRP and VRP-D model

系列	算例	成本		节约	组内节约 平均值%	节约平 均值%		
		TSP	TSP-D	比例%				
C 系列	C101(1)	808.359 5	765.114 0	5.35	2.80	6.21		
	C101(2)	556.631 9	549.090 2	1.35				
	C101(3)	656.537 6	645.433 9	1.69				
R 系列	R101(1)	932.679 1	807.298 4	13.44	12.27		6.21	
	R101(2)	875.750 6	764.915 7	12.66				
	R101(3)	975.111 0	870.672 1	10.71				
RC 系列	RC101(1)	897.106 0	874.091 1	2.57	3.56			6.21
	RC101(2)	993.539 2	969.924 0	2.38				
	RC101(3)	802.747 6	756.603 4	5.75				



(a) TSP模型求解路径



(b) TSP-D模型求解路径

图 5 TSP 和 TSP-D 模型求解路径

Fig. 5 Solution routing of TSP and TSP-D models

[ 2 ] KUNZE O. Replicators ground drones and crowd logistics a vision of urban logistics in the year 2030[J]. Transportation Research Procedia,2016,19:286-299.

[ 3 ] MENUAR H, GUVENC I, AKKAYA K, et al. UAV-enabled intelligent transportation systems for the smart city: Applications and challenges[J]. IEEE Communication Magazine,2017,55(3):22-28.

[ 4 ] PAUST J J. Self-defense targetings of non-state actors and permissibility of U. S. use of drones in Pakistan[J]. Journal of Transnational Law & Policy, 2010,19(2):237-282.

[ 5 ] SCHNEIDERMAN R. Unmanned drones are flying high in the military/aerospace sector[J]. IEEE Signal Process Magazine,2012,29(1):8-11.

[ 6 ] CHOWDHURY S, EMELOGUA A, MARUFUZZA-MANA M, et al. Drones for disaster response and relief operations: A continuous approximation model [J]. International Journal of Production Economics, 2017,188:167-184.

[ 7 ] CLARKE R, MOSES L B. The regulation of civilian drones' impacts on public safety[J]. Computer Law & Security Review,2014,30(3):263-285.

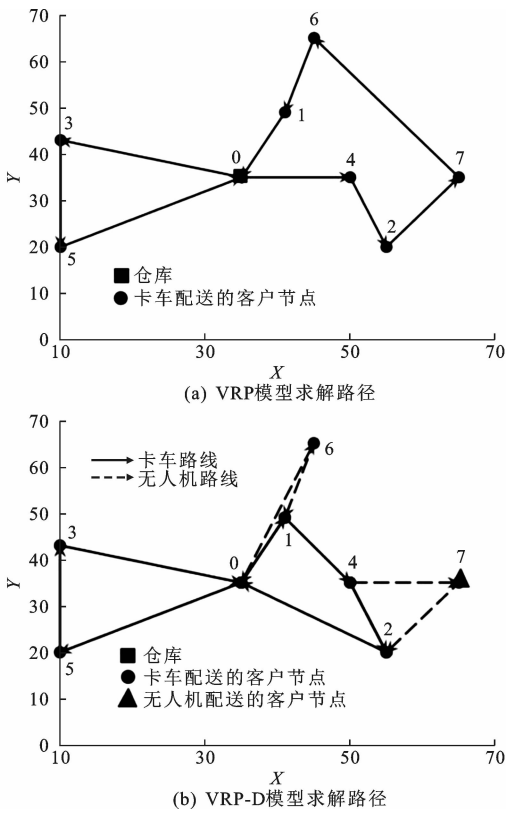


图 6 VRP 和 VRP-D 模型求解路径

Fig. 6 Solution routing of VRP and VRP-D models

[ 8 ] VATTAPPARAMBAN E,GUVENC I,YUREKLI A I,et al. Drones for smart cities:Issues in cybersecurity,privacy,and public safety[C]//IEEE. International Wireless Communications and Mobile Computing Conference (IWCMC). New York: IEEE, 2016: 216-221.

[ 9 ] MERWADAY A,GUVENC I. UAV assisted heterogeneous networks for public safety communications [C]//IEEE. Wireless Communications and Networking Conference Workshops (WCNCW). New York: IEEE,2015:329-334.

[10] THIELS C,AHO J,ZIETLOW S,et al. Use of unmanned aerial vehicles for medical product transport [J]. Air Medical Journal,2015,34(2):104-108.

[11] KIM S J,LIM G J,CHO J,et al. Drone-aided healthcare services for patients with chronic diseases in rural areas [J]. Intelligent Robotic Systems, 2017, 88 (1):163-180.

[12] BALASINGAM M. Drones in medicine—The rise of the machines [J]. International Journal of Clinical Practice,2017,71(9):1-4.

[13] GETZIN S,WIEGAND K,SCHONING I. Assessing

biodiversity in forests using veryhigh-resolution images and unmanned aerial vehicles [J]. Methods in Ecology and Evolution,2012,3(2):397-404.

[14] ROSE C. Amazon’s Jeff Bezos looks to the future[EB/OL]. (2013-12-01) [2020-07-11]. [https://www. cb-snews. com/news/amazons-jeff-bezos-looks-to-the-future/](https://www.cb-snews.com/news/amazons-jeff-bezos-looks-to-the-future/).

[15] RASH W. UPS tests delivery trucks equipped with drones as efficiency booster[EB/OL]. (2017) [2020-07-11]. <https://www. eweek. com/googlecse? cx = partner-pub-8768004398756183% 3A8606422690&-cof = FORID% 3A11&-ie=ISO-8859-1&-q=UPS+tests+delivery+trucks +equipped+with+drones+as+efficiency+booster.>

[16] MURRAY C,CHU A. The flying sidekick traveling salesman problem:Optimization of drone-assisted parcel delivery [J]. Transportation Part C, 2015, 54: 86-109.

[17] AGATZ N,BOUMAN P,MARIE S. Optimization approaches for the traveling salesman problem with drone [J]. SSRN Electronic Journal,2015,11:1-40.

[18] CAMPBELL J F,SWEENEY D C,ZHANG J. Strategic design for delivery with trucks and drones[R]. St. Louis:University of Missouri-St. Louis,2017.

[19] CHANG Y S,LEE H J. Optimal delivery routing with widerdrone-delivery areas along a shorter truck-route[J]. Expert Systems with Applications, 2018, 104(8):307-317.

[20] JEONG H Y,SONG B D,LEE S. Truck-drone hybrid delivery routing:Payload-energy dependency and no-fly zones [J]. International Journal of Production Economics,2019,214(8):220-233.

[21] 刘委青,曲明成,吴翔虎. 基于三支决策的无人机-车协同规划算法研究[J]. 智能计算机与应用,2019,9 (4):27-32.

LIU Wei-qing, QU Ming-cheng, WU Xiang-hu. Research on UAV-Car collaborative planning algorithm based on three-way decisions[J]. Intelligent Computer and Applications,2019,9(4):27-32.

[22] 林 驿,吕 靖,蒋永雷. 考虑交通时变特性的城乡快递无人机配送优化研究[J/OL]. 计算机应用研究, 2019:1-8[2020-07-11]. [https://doi.org/10.19734/j. issn. 1001-3695. 2019. 07. 0210](https://doi.org/10.19734/j.issn.1001-3695.2019.07.0210).

LIN Yi,LYU Jing,JIANG Yong-lei. Research on optimization of drone delivery based on urban-rural

- transportation considering time-varying characteristics of traffic[J/OL]. *Application Research of Computers*, 2019;1-8[2020-07-11]. <https://doi.org/10.19734/j.issn.1001-3695.2019.07.0210>.
- [23] WANG X, POIKONEN S, GOLDEN B. The vehicle routing problem with drones: Several worst-case results[J]. *Optimization Letters*, 2017, 11(4): 679-697.
- [24] DI PUGLIA P L, GUERRIERO F. Last-mile deliveries by using drones and classical vehicles[C]//SFORZA A, STERLE C. *Proceedings of International Conference on Optimization and Decision Science: Methodologies and Applications*. Sorrento: Springer, 2017: 557-565.
- [25] SCHERMER D, MOEINI M, WENDT O. A matheuristic for the vehicle routing problem with drones and its variants [J]. *Transportation Research Part C*, 2019, 106: 166-204.
- [26] WANG Z, SHEU J B. Vehicle routing problem with drones[J]. *Transportation Research Part B*, 2019, 122: 350-364.
- [27] SACRAMENTO D, PISINGER D, ROPKE S. A adaptive large neighborhood search metaheuristic for the vehicle routing problem with drones[J]. *Transportation Research Part C*, 2019, 102(5): 289-315.
- [28] KITJACHAROENCHAI P, MARIO V, MOHAMMAD M J, et al. Multiple traveling salesman problem with drones: Mathematical model and heuristic approach [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2019, 129(3): 14-30.
- [29] OTTO A, AGATZ N, CAMPBELL J, et al. Optimization approaches for civil applications of unmanned aerial vehicles (UAVs) or aerial drones: A survey [J]. *Networks*, 2018, 72(4): 411-458.
- [30] KITJACHAROENCHAI P, MARIO V, MOHAMMAD M J, et al. Multiple traveling salesman problem with drones: Mathematical model and heuristic approach [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2019, 129(3): 14-30.
- [31] 任新惠, 岳一笛, 尹晓丽, 等. 无人机车辆组合物流配送路径规划探讨[J/OL]. *飞行学报*, 2019: 1-6[2020-07-11]. <https://doi.org/10.13645/j.cnki.f.d.20191115.003>.
- REN Xin-hui, YUE Yi-di, YIN Xiao-li, et al. Theoretical discussion on the logistics route planning problem of UAV and vehicle combination[J/OL]. *Flight Dynamics*, 2019: 1-6[2020-07-11]. <https://doi.org/10.13645/j.cnki.f.d.20191115.003>.
- [32] KARAK A, ABDEL GHANY K. The hybrid vehicle-drone routing problem for pick-up and delivery services[J]. *Transportation Research Part C*, 2019, 102(5): 427-449.
- [33] MURRAY C, RAJ R. The multiple flying sidekicks traveling salesman problem: Parcel delivery with multiple drones [J]. *Transportation Research Part C*, 2020, 110: 368-398.
- [34] 周 浪. 农村电商物流配送“配送车+无人机”路径优化研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2017.
- ZHOU Lang. Research on the route optimization of rural ecommercial distribution based on ‘vehicle-unmanned aircraft’ [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2017.