

潘兵宏,谢振江,赵胜林,等. K 型线与回旋线在卵形曲线上行车稳定性分析[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2021, 41(1): 1-10.

PAN Bing-hong, XIE Zhen-jiang, ZHAO Sheng-lin, et al. Analysis of driving stability of K-curve and clothoid on oval curve[J]. Journal of Chang'an University(Natural Science Edition), 2021, 41(1): 1-10.

DOI:10.19721/j.cnki.1671-8879.2021.01.001

# K 型线与回旋线在卵形曲线上行车稳定性分析

潘兵宏<sup>1</sup>, 谢振江<sup>1</sup>, 赵胜林<sup>2</sup>, 王开明<sup>3</sup>, 温长鹏<sup>1</sup>

(1. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064; 2. 陕西省交通规划设计研究院, 陕西 西安 710065;

3. 安康市交通规划设计院, 陕西 安康 725000)

**摘 要:**为研究 K 型线作为公路缓和曲线的可行性, 对比分析 K 型线和回旋线在卵形曲线中车辆横向加速度、横摆角速度、横向荷载偏移率及横向加速度变化率 4 种指标的差异, 分析车辆在 K 型线上行驶的行车稳定性。根据 K 型线数学模型和设置方法, 求解 K 型线的逐桩坐标, 并将其导入动力学仿真软件 CarSim, 建立小客车在 K 型线上行驶的仿真模型。通过改变缓和曲线起、终点曲率半径大小, 从 K 型线和回旋线的线形变化情况, 车辆操纵稳定性以及驾驶人舒适性 3 个方面对小客车在不同半径卵形曲线上的行驶状态进行了仿真试验。研究结果表明: 在相同设计指标的情况下, K 型线平面线形的弯曲程度稍缓于回旋线, 且圆曲线半径越小, 两者弯曲程度差异越大; 车辆在 K 型线上的行驶轨迹曲率为均匀连续的非线性变化, 可用作过渡 2 种不同的线形; K 型线起、终点曲率半径比值越小, K 型线扁平程度参数  $k$  值越大, K 型线的曲率变化情况越接近于线性变化; 车辆在 K 型线上的横向加速度变化率在曲线前半段小于回旋线, 在后半段大于回旋线, 当设计指标符合路线设计规范的规定时, 其横向加速度变化率满足驾驶人舒适性要求; 车辆在 K 型线上的稳定性参数始终小于回旋线, 能够满足车辆稳定性要求, 且稳定性更好。该研究证明 K 型线可作为缓和曲线引入公路卵形曲线线形设计, 增加公路平面设计曲线类型, 增加路线设计的多样性和灵活性。

**关键词:**道路工程; 路线设计; 曲线设计; K 型线; 仿真模型; 行车稳定性

**中图分类号:** U412.3

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1671-8879(2021)01-0001-10

## Analysis of driving stability of K-curve and clothoid on oval curve

PAN Bing-hong<sup>1</sup>, XIE Zhen-jiang<sup>1</sup>, ZHAO Sheng-lin<sup>2</sup>, WANG Kai-ming<sup>3</sup>, WEN Chang-peng<sup>1</sup>

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 2. Shaanxi Provincial

Transport Planning Design and Research Institute, Xi'an 710065, Shaanxi, China;

3. Ankang Transport Planning and Design Institute, Ankang 725000, Shaanxi, China)

**Abstract:** To study the feasibility of K-curve as highway transition curve, the differences of vehicle lateral acceleration, yaw rate, lateral load deviation rate and lateral acceleration change rate between K-curve and clothoid on oval curve were compared and analyzed, and the driving stability of vehicle running on the K-curve was studied. According to the mathematical model and setting method of the K-curve, the pile-by-step coordinates of the K-curve were solved and

收稿日期: 2020-08-11

基金项目: 陕西省交通运输厅科研项目(16-17K)

作者简介: 潘兵宏(1974-), 男, 湖北黄陂人, 副教授, 工学博士, E-mail: 409291838@qq.com。

imported into the dynamic simulation software CarSim, and the simulation model of car running on the K-curve was established. By changing the radius of curvature at the beginning and the end of the transition curve, the driving state of the passenger car on the oval curve was simulated from the three aspects of the linear change of K-curve and clothoid, vehicle handling stability and driver comfort. The results show that under the same design index, the bending degree of K-curve is slightly slower than that of clothoid, and the smaller the radius of circular curve is, the greater the difference between them is. The curvature of the driving track of the vehicle on the K-curve is a uniform and continuous nonlinear change, which can be used as a transition between two different lines. The smaller the ratio of radius of curvature between the beginning and the end of K-curve, the larger the value of flat degree parameters  $k$  of K-curve, the closer the change of curvature of K-curve is to the linear change. The change rate of the lateral acceleration of the vehicle on the K-curve is smaller in the first half of the curve than that of the clothoid, and larger in the second half of the curve than that of the clothoid. When the design index conforms to the provisions of the route design specification, the change rate of the lateral acceleration meets the requirements of the driver's comfort, and the stability parameters of the vehicle on the K-curve are always smaller than that of the clothoid, which can meet the requirements of vehicle stability, and the stability is better. It proves that K-curve can be used as transition curve to design oval curve alignment, widen highway plane design curve type, and increase the diversity and flexibility of line design. 2 tabs, 10 figs, 31 refs.

**Key words:** road engineering; line design; curve design; K-curve; simulation model; driving stability

## 0 引言

在道路平面线形设计中,为解决直线和圆曲线组合导致路线曲率不连续的问题,需要在不同线形单元之间插入缓和曲线,实现不同曲率半径之间的过渡,以确保行车的安全性和舒适性。缓和曲线作为道路平面线形的三要素之一,可采用的曲线有回旋线、三次抛物线、双纽线、马克康奈尔曲线、布劳斯曲线、高次多项式曲线、正弦波曲线等。因回旋线形式简单,曲率随弧长线性变化,中国和世界大部分国家的公路均采用回旋线作为缓和曲线。但回旋线函数不存在二阶导数,所以在曲线连接点处曲率变化率不连续,因而在横向加速度、横摆角速度、侧倾角的变化速率方面不连续,并不能保证较高的行车舒适性。此外,由回旋线的相似性可知,回旋线形式单一,无论所接圆曲线半径的大小,回旋线的变化始终是一样的,缺乏对圆曲线适应性,在实际设计中会产生一些对行车安全不利的线形。因此除了对公路线形组合设计进行严格的规定以外,还应对其他形式的缓和曲线及其设计方法进行研究。

借鉴中国高速铁路的发展,何永明等提出“超高速公路”的概念,即设计速度超过 120 km/h 的高速

公路,针对超高速公路的安全性、经济性开展相应研究,对其可行性和必要性进行了论证,并基于智能路钮验证了超高速公路的安全性<sup>[1-3]</sup>。对于超高速公路的设计,现有规范中规定的设计指标将难以满足车辆超高速行驶的需求,因此需要对公路线形指标提出更高的要求。赵酉超等结合自动驾驶汽车的特性,并基于超高速下的安全性和舒适性,对超高速公路几何线形指标进行分析研究,得到其几何参数设计建议值<sup>[4-5]</sup>。缓和曲线作为连接直线和圆曲线间的薄弱环节,开展有关其新线形的研究对于高速公路的发展具有重要意义。参考中国高速铁路设计,其平面设计中的缓和曲线一般采用三次抛物线。黄乾兴等证明列车在三次抛物线上的动态响应波动最小<sup>[6]</sup>。邢烨炜等证明三次抛物线的乘车舒适度最高<sup>[7]</sup>。Koc 等指出现有过渡曲线将限制铁路几何设计,利用微分方程求解得到一种光滑过渡曲线,并设计 S 形曲线和 C 形曲线,其动态特性证明该曲线优于布劳斯曲线和参数曲线,在一些情况下甚至优于回旋线<sup>[8-9]</sup>。

随着高速铁路的不断提速,传统平、纵分离的二维设计方式造成的空间线形几何连续性衰减问题将被放大,同时也会引起行驶稳定性和舒适性问题。

李鸣等利用三维欧拉曲线创建平竖重合段高阶连续曲线,有效降低线形参数变化引起的负面影响<sup>[10]</sup>。而在三维线形设计领域,公路设计领先于铁路设计。符铎等首先提出公路实时三维可视化系统构架,结合体感人机交互技术实现公路设计由二维向三维的转变,并对二维线形和三维线形的行车安全进行分析,得出公路线形与行车安全之间的关系<sup>[11-12]</sup>。葛婷等分析了公路线形几何特性与汽车运动之间的关系,并提出了一种新型公路三维曲线设计方法<sup>[13-14]</sup>。Long 等利用三维交互技术,研究三维手势设计公路线形的可能性<sup>[15]</sup>。目前中国在关于公路线形设计方法优化方面已有大量研究成果,但此类研究始终围绕回旋线、三次抛物线开展,在缓和曲线新线型式方面相关研究较少。

国外学者对于公路线形设计理论和缓和曲线设计方法进行了较多研究,提出的用来替代回旋线的新型缓和曲线主要分为 2 大类。一种是多项式曲线。王文虎等利用由驾驶人舒适性推导出的麦克康奈尔曲线的优点,将人体舒适性阈值控制应用于布劳斯曲线的设计中,推导出计算精度高,又满足人体舒适性的缓和曲线形式<sup>[16]</sup>。Kobryn 对多项式进行求解,并将其用于路线平面设计和纵断面设计,但这些曲线在端点处切线值的范围有限<sup>[17-19]</sup>。Bosurgi 等提出一种五次多项式参数曲线(PPC-curve)并且引入形状参数,基于遗传算法对参数选取进行优化,其方法可以根据工程需要更加灵活的给出多项式解<sup>[20-21]</sup>。但是这些曲线在定义中包含超越函数,并且不允许有理参数化,是通过近似处理的方法来解决。另一种是贝塞尔曲线和 B 样条曲线。Misro 将形状参数引入到五次贝塞尔曲线中,使得存在微小差异的曲线具有相同曲率,这为公路曲线设计提供更大的灵活性,并提出了利用贝塞尔曲线绘制 S 形和 C 形曲线的方法<sup>[22-23]</sup>。Sanchez-Reyes 研究了非参数 B 样条曲线,可以通过增加内部节点的方式实现曲线自由度,无需增加多项式的次数,但会增加模型的复杂程度,为保证行车舒适性,使曲线上横向加速度的变化连续,至少需要四次样条曲线<sup>[24]</sup>。然而使用贝塞尔曲线和 B 样条曲线进行设计时基本公式过于复杂,难以在设计中应用。

此外,Eliou 等提出了一种曲率与曲线在 X 轴上投影长度呈线性变化的曲线,命名为均匀投影过渡曲线(SPTC),与回旋线和三次抛物线相比,SPTC 具有均匀和简单的优点,但其只研究了平面线形的差异,并没有对新型曲线曲率变化或动力学

参数进行分析<sup>[25]</sup>。Barna 等对双曲缓和曲线进行分析,研究曲线动力学参数与参数  $p$  之间的关系,且证明了双曲缓和曲线需要的长度更短<sup>[26]</sup>。Pirti 等研究了在公路设计中使用正弦曲线的可能性,结果表明在行驶质量方面,与其他传统缓和曲线相比,正弦曲线的最大优点是横向加速度和冲击曲线的连续性<sup>[27]</sup>。

上述研究提出的新型缓和曲线,大多能够使曲线的曲率变化率和横向加速度变化率连续变化,但还是存在如下的问题:曲线表达式或者求解过程太过复杂,难以应用;曲线表达式比较简单,但曲线形式单一,失去设计的灵活性;对新型缓和曲线的研究主要针对横向加速度变化速率的连续性,未对缓和曲线的行车稳定性进行分析,不能保证实用性。

对于以上问题和现有公路线形设计中存在的不足,同时为了克服路线设计的局限性,潘兵宏等以传统的回旋线数学模型为基础提出一种新型曲线——K 型线作为缓和曲线<sup>[28]</sup>。K 型线具有很强的适应性,将其引入公路线形设计,可拓宽公路平面线形设计曲线的种类,有利于解决公路线形设计中容易出现不良线形组合的问题。本文简单介绍了 K 型线的数学模型和参数  $k$  值求解过程,主要对 K 型线在卵形曲线中的行车稳定性进行深入研究,并与回旋线进行对比,以此来验证 K 型线在公路设计中的可行性。

## 1 K 型线的定义及数学模型

### 1.1 K 型线的定义

K 型线曲线上任意一点的弦切角与其对应切线角的比值为参数  $k$ ,当 K 型线的起终点曲率半径和曲线长度确定时,曲线上任意点  $P$  满足如下关系(图 1)

$$\begin{cases} \theta = kt \\ \varphi = (1-k)(\beta_F - t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\theta$  为  $P$  点的弦切角,即曲线起点与  $P$  点的弦线和曲线起点切线的夹角; $\varphi$  为  $P$  点的反向弦切角,即曲线终点与  $P$  点的弦线和曲线终点切线的夹角; $t$  为缓和曲线上  $P$  点的切线与该曲线起点切线的夹角,称为切线角; $\beta_F$  为缓和曲线终点的切线角,即缓和曲线终点的切线与起点切线的夹角; $k$  是 K 型线上起终点的弦切角和曲线终点切线角的比值,可表征 K 型线的扁平程度,其表达式如下

$$k = a/\beta_F \quad (2)$$

式中: $a$  为缓和曲线起点的弦切角,即缓和曲线起终

点的弦线和曲线起点切线的夹角。

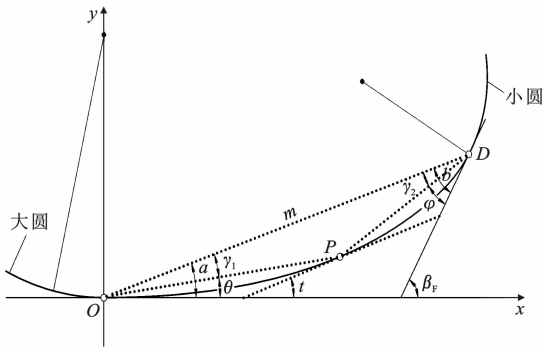


图 1 K 型线的定义

Fig. 1 K-curve definition

## 1.2 K 型线的数学模型

在图 1 所示的局部直角坐标系  $xOy$  中, K 型线上任一点  $P$  的坐标可用下述方程描述

$$\begin{cases} x = L_{OP} \cos(\theta) \\ y = L_{OP} \sin(\theta) \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $L_{OP}$  为缓和曲线上任一点  $P$  与起点  $O$  之间的弦长, 根据正弦定理有

$$L_{OP} = \frac{L_{OD} \sin(\gamma_2)}{\sin(\gamma_1 + \gamma_2)} \quad (4)$$

式中:  $L_{OD}$  为缓和曲线终点  $D$  与起点  $O$  之间的弦长;  $\gamma_1$  为缓和曲线上任意点  $P$  与起点  $O$  的弦线和终点  $D$  与起点  $O$  的弦线之间的夹角;  $\gamma_2$  为缓和曲线上任意点  $P$  与终点  $D$  的弦线和终点  $D$  与起点  $O$  的弦线之间的夹角。

根据上述 K 型线定义有

$$\begin{cases} \gamma_1 = a - kt \\ \gamma_2 = (1 - k)t \end{cases} \quad (5)$$

令  $n = 1 - 2k$ ,  $m = L_{OD}$ , 整理后 K 型线在图 1 所示坐标系下的参数方程如下

$$\begin{cases} x = \frac{m[\sin(nt) + \sin(t)]}{2\sin(nt + a)} \\ y = \frac{m[\cos(nt) - \cos(t)]}{2\sin(nt + a)} \end{cases} \quad (6)$$

## 1.3 K 型线中参数 $k$ 的意义

当  $k$  取 0 时,  $n = 1$ , K 型线参数方程为

$$\begin{cases} x = m \\ y = 0 \end{cases} \quad (7)$$

即 K 型线为一条长度为  $m$  的直线。

当  $k$  取  $1/2$  时,  $n = 0$ , K 型线的参数方程为

$$\begin{cases} x = \frac{m}{2\sin(a)} \sin(t) \\ y = \frac{m}{2\sin(a)} (1 - \cos(t)) \end{cases} \quad (8)$$

即

$$x^2 + \left(y - \frac{m}{2\sin(a)}\right)^2 = \left(\frac{m}{2\sin(a)}\right)^2 \quad (9)$$

因此当  $k$  取  $1/2$  时, K 型线为圆心坐标  $\left(0, \frac{m}{2\sin(a)}\right)$ 、半径  $\frac{m}{2\sin(a)}$  的圆曲线。

当  $0 < k < 1/2$  时, K 型线的参数方程见式(6)。

当  $m$  值和  $a$  值不变, 取不同  $k$  值绘制 K 型线如图 2 所示。可以看出, K 型线线形随  $k$  值而变, 是介于直线和圆曲线之间的一种新型缓和曲线。直线和圆曲线均可纳为 K 型线的特例, 因此公路平面线形三要素可以用 K 型线统一表达。

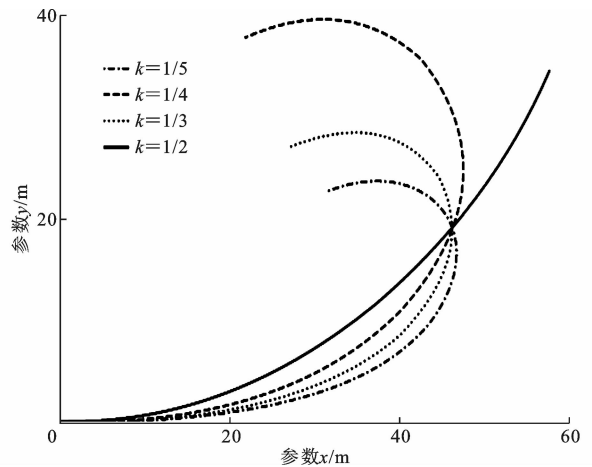


图 2 不同参数  $k$  时的 K 型线 ( $m = 50$ ,  $a = \pi/8$ ,  $t \in [0, \pi]$ )

Fig. 2 K-curves with different parameters  $k$

( $m = 50$ ,  $a = \pi/8$ ,  $t \in [0, \pi]$ )

## 1.4 K 型线设置方法

将 K 型线参数方程记为

$$\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \Psi(t) \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $\varphi(t)$ 、 $\Psi(t)$  均为  $x$ 、 $y$  的函数表达式。

K 型线连续、光滑, 存在一阶导数和二阶导数, 则曲线上任意一点的曲率半径  $r$  可采用下式计算

$$r = \frac{(x'^2 + y'^2)^{3/2}}{|x'y'' - x''y'|} \quad (11)$$

式中:  $x'$ 、 $x''$  为  $x$  对  $t$  求导的一阶、二阶导数;  $y'$ 、 $y''$  为  $y$  对  $t$  求导的一阶、二阶导数。

由式(5)和 K 型线起点、终点对应的  $t = 0$ ,  $t = \beta_F = a/k$ , 可得到 K 型线起、终点曲率半径计算如下

$$R_1 = \frac{mb}{2a\sin(a)} \quad (12)$$

$$R_2 = \frac{ma}{2b\sin(b)} \quad (13)$$

式中:  $R_1$  为 K 型线起点曲率半径;  $R_2$  为 K 型线终点曲率半径;  $b$  为缓和曲线终点的弦切角, 即缓和曲

线起终点的弦线和曲线终点切线的夹角。

当 K 型线的参数  $m$  值已知时,根据 K 型线起点和终点的曲率半径计算有

$$\begin{cases} R_1 \sin(a) = \frac{m(1-k)}{2k} \\ R_2 \sin(b) = \frac{mk}{2(1-k)} \end{cases} \quad (14)$$

因为

$$b = \frac{1-k}{k}a$$

令

$$U = \frac{1-k}{k} \quad (15)$$

代入式(14)得

$$\begin{cases} \sin(a) = \frac{mU}{2R_1} \\ \sin(Ua) = \frac{m}{2R_2U} \end{cases} \quad (16)$$

因此有

$$f(U) = \sin\left[U \arcsin\left(\frac{mU}{2R_1}\right)\right] - \frac{m}{2R_2U} = 0 \quad (17)$$

式中: $f(U)$ 为 K 型线  $k$  值的求解函数。

在进行卵形缓和曲线设计时,将弦长  $m$  作为已知值代入式(17)求解得到  $k$  值。然后将  $m$ 、 $k$  代入式(14)求解得到  $a$  值。最后将  $m$ 、 $a$ 、 $k$  代入式(6),求解 K 型线参数方程,进而得到图 1 坐标系中的 K 型线。

## 2 K 型线仿真模型构建

### 2.1 车辆模型和驾驶控制策略模型

在 CarSim 软件中,对车辆模型、驾驶控制策略模型、道路模型进行构建,可以模拟不同的设计工况,并且通过仿真测试能够获得反映车辆行驶稳定性、平顺性等相关指标的参数值。本文使用 CarSim 构建 K 型线和回旋线的道路仿真模型,从行车稳定性方面对 2 种缓和曲线进行对比分析。

车辆数据库中包含多种车辆模型,并设置了默认的整车系统参数,通过软件可以对车辆模型的参数进行修改。本文主要研究缓和曲线线形对行车稳定性的影响,对车辆性能不做分析,选择车辆数据库中 D 型小客车模型,其簧载质量为 1 370 kg,重心高 0.52 m,额定功率为 150 kW,并控制 K 型线和回旋线仿真时车辆模型参数相同。

驾驶人控制策略模型主要包括速度控制、制动控制、换挡控制、转向控制等。在本文研究中,为了保证车辆处于连续稳定的行驶状态,速度控制采用

的是预瞄道路的线形条件自动调整汽车的运行速度;制动控制采用无制动的开环控制策略;换挡控制采用根据速度值自动离合自动换挡的控制策略;转向控制选用跟随车道中心线行驶的控制策略,设置汽车期望运行轨迹为车道中心线。

### 2.2 道路模型

CarSim 软件可以从道路的几何特征、路面摩擦因数和周边环境 3 个方面来建立道路场景模型。本文研究内容是对比分析 K 型线和回旋线在卵形曲线上的行车稳定性,所以设计由大圆曲线、缓和曲线和小圆曲线组合的平面线形,并且控制 2 种缓和曲线的长度和圆曲线半径相同。根据《公路路线设计规范》(JTG D20—2017)(以下简称规范)中的相关规定选取试验中的道路设计指标,保证车辆行驶的安全性。缓和曲线上超高过渡按照规范采用差异情况,通过改变圆曲线半径的大小来调整  $k$  值,建立多组道路模型,具体的道路模型参数如表 1 所示(本文分析了速度 40 km/h 的情况,其他参数和行驶速度的结果类似)。

表 1 道路模型参数  
Tab. 1 Parameters of road model

模型 编号	缓和曲线 长度/m	$R_1$ /m	$R_2$ /m	$\frac{R_1}{R_2}$	$i_1/\%$	$i_2/\%$	路面附 着系数
A	50	120	60	2.0	7	8	0.85
B		200	100	2.0	5	7	
C		270	150	1.8	4	6	
D		320	200	1.6	3	5	

注: $R_1$  即大圆曲线半径; $R_2$  即小圆曲线半径; $i_1$  为大圆曲线上的超高值; $i_2$  为小圆曲线上的超高值。

### 2.3 车辆稳定性评价指标的选取

汽车行驶时的加(减)速、转向及制动等运动特性,受到驾驶人视野前方一定范围内公路几何线形特性的影响较大,影响结果既反映在车辆行驶速度、前轮转角、轴向和横向加速度、轨迹偏移程度等动力学和运动学指标的变化上,也反映在驾驶人的心理变化上,进而影响驾驶人紧张程度和操作强度。保证车辆安全行驶的基本前提是时刻保持车辆稳定性,这是公路平面线形设计关键。为研究 K 型线在路线设计方面的可行性,分析车辆在 K 型线的操纵稳定性和驾驶人舒适性是研究必须的步骤。为避免选取指标的重复性,车辆操作稳定性评价指标选择横向加速度、横摆角速度和横向荷载偏移率;驾驶人行驶舒适性评价指标选择横向加速度变化率。

### 3 仿真结果分析

#### 3.1 线形变化特点对比

##### 3.1.1 平面线形对比

卵形曲线均由大圆曲线、缓和曲线和小圆曲线组成,其中桩号 K0+050~K0+100 之间为缓和曲线。不同模型的回旋线  $A$  值和 K 型线  $k$  值如表 2 所示。可以看出,K 型线  $k$  值与半径大小无关,只与 2 个圆曲线半径的比值有关, $R_1/R_2$  值越小, $k$  值越大。

表 2 仿真结果

Tab. 2 Simulation results

模型 编号	$R_1/m$	$R_2/m$	$\frac{R_1}{R_2}$	回旋线 参数 $A$	K 型线 参数 $k$	终点径向 距离 $\Delta_D/m$	差值参 数 $\alpha_a$
A	120	60	2	77	0.442	0.758	0.116
B	200	100	2	100	0.442	0.457	0.118
C	270	150	1.8	130	0.451	0.232	0.106
D	320	200	1.6	163	0.461	0.119	0.098

2 种缓和曲线的平面线形如图 3 所示。从图 3 可看出:①圆曲线半径越小,缓和曲线弯曲程度越大;②当用 K 型线和回旋线分别连接半径相同的 2 个同向圆曲线时,K 型线与回旋线的平面线形十分接近,但 K 型线的弯曲程度比回旋线稍缓。为了比较 2 种曲线的弯曲程度,本文计算 K 型线的终点和回旋线的终点之间的径向距离  $\Delta_D$ 。从表 2 可以看出,缓和曲线连接的圆曲线半径越小, $\Delta_D$  越大,2 种曲线弯曲程度差异越大。

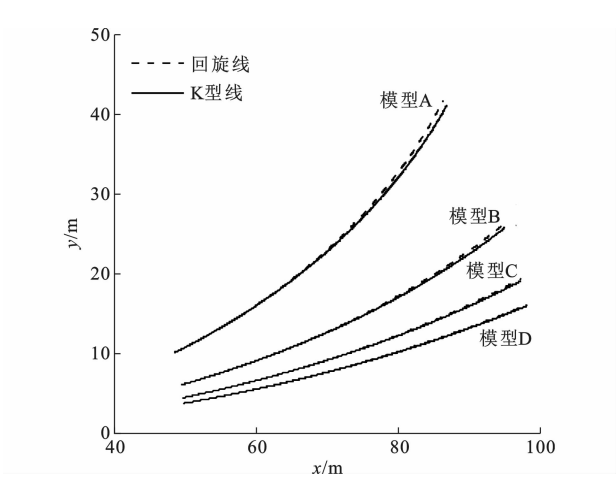


图 3 缓和曲线平面线形

Fig. 3 Plane alignment of transition curves

##### 3.1.2 行驶轨迹的曲率对比

图 4、图 5 分别为车辆在 2 种缓和曲线上行驶轨迹的曲率和曲率变化率的变化情况。从图 4 可以看出:①因为车辆行驶轨迹的连续性,使得车辆从圆曲线驶入缓和曲线时的行驶轨迹曲率变化连续,并

且缓和曲线长度较短,因此在回旋线上的曲率变化没有表现出明显的线性变化;②K 型线上的曲率变化同样连续且均匀,可以作为公路缓和曲线用来过渡 2 种不同线形,其曲率值在整段缓和曲线上始终小于回旋线,这意味着 K 型线上的曲率半径比回旋线大,采用 K 型线有利于车辆行驶的稳定性的;③K 型线的曲率变化率均在曲线前半段小于回旋线,而在后半段大于回旋线,在曲线中段存在一点的曲率变化率与回旋线相等,K 型线的最大曲率变化率稍大于回旋线;④随着同向圆曲线的半径之比逐渐变小, $k$  值逐渐变大,K 型线的曲率变化逐渐接近于回旋线。

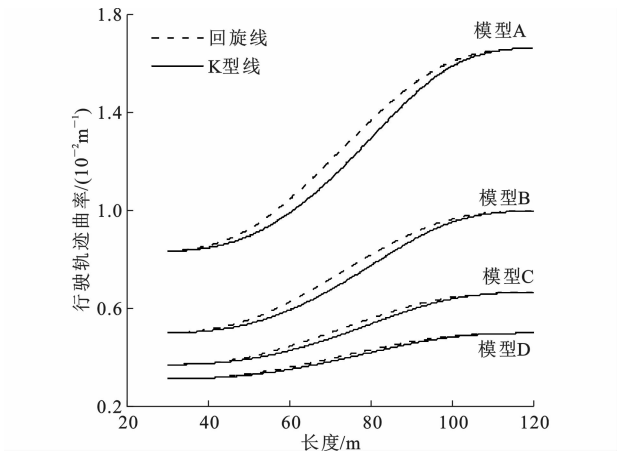


图 4 车辆行驶轨迹曲率

Fig. 4 Curvatures of vehicle track

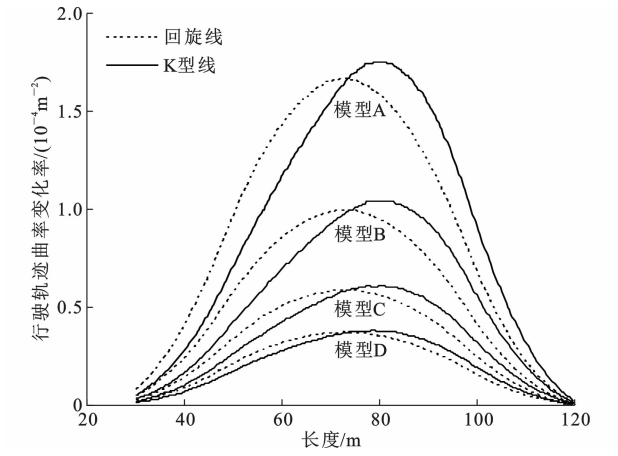


图 5 车辆行驶轨迹曲率变化率

Fig. 5 Change rates of curvature of vehicle track

为进一步分析 K 型线的  $k$  值与曲率变化之间的关系,使用 min-max 标准化方法对图 4 中的原始数据进行线性变换,其公式为: $x' = (x - \min x) / (\max x - \min x)$ 。将原始的长度  $x$ 、曲率  $y$  通过 min-max 标准化映射成在区间  $[0, 1]$  中的量纲为一的标准化长度  $x'$ 、标准化曲率  $y'$ ,使 4 组模型曲率

变化情况的对比更加直观。变换结果如图 6 所示。从图 6 中可以看出:模型 A 和模型 B 的曲率变化重合,且  $k$  值相等,说明  $k$  值大小决定了 K 型线曲率变化的均匀程度; $k$  值越大,K 型线的曲率变化越靠近回旋线,说明曲率变化越接近回旋线的线性变化。

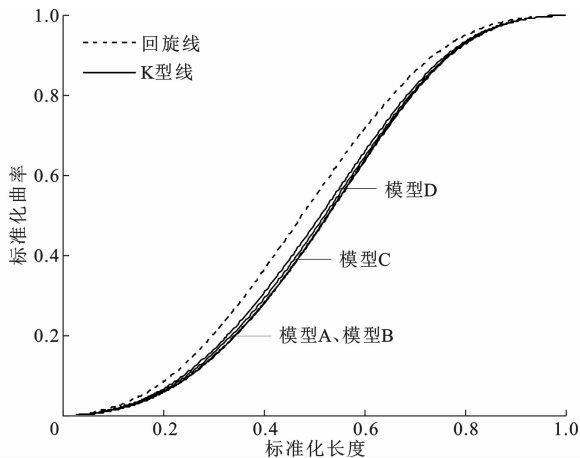


图 6 曲率 min-max 标准化

Fig. 6 Min-max standardization of curvatures

### 3.2 车辆操纵稳定性指标对比

#### 3.2.1 横向加速度

横向加速度  $\alpha$  是反映车辆侧滑性能的重要指标。若横向加速度过大,会产生较大的离心力,车辆偏离行驶路径的可能性越大。因此横向加速度越大,车辆行驶稳定性越差。图 7 为车辆在 2 种缓和曲线上的横向加速度变化情况。从图 7 可以看出:①车辆在回旋线上行驶时,自身的横向加速度随曲线长度呈线性变化,而在 K 型线上的横向加速度呈非线性变化;②从整段缓和曲线上的横向加速度看,当缓和曲线长度和相接的圆曲线半径大小相同时, K 型线上车辆的横向加速度始终小于回旋线,这说明按照现有回旋线规范进行 K 型线设计时可以满足横向加速度的要求,并且车辆在 K 型线上具有更好的横向稳定性;③车辆在 2 种缓和曲线上的横向加速度差值在曲线中段存在一个最大值  $\Delta\alpha_{\max}$ ,该值随着圆曲线半径的减小而增大。将  $\Delta\alpha_{\max}$  与小、大圆曲线的横向加速度差值的比值记为差值参数  $\alpha_a$ ,即

$$\alpha_a = \frac{\Delta\alpha_{\max}}{\alpha_{R_2} - \alpha_{R_1}} \quad (18)$$

式中: $\alpha_{R_1}$  为车辆行驶在大圆上的横向加速度; $\alpha_{R_2}$  为车辆行驶在小圆上的横向加速度。

从表 2 可以看出:圆曲线半径越小,差值参数  $\alpha_a$  越大,表明车辆在 K 型线上的横向加速度比回旋线的横向加速度小的越多,即车辆在 K 型线上的横向稳定性比回旋线越好。

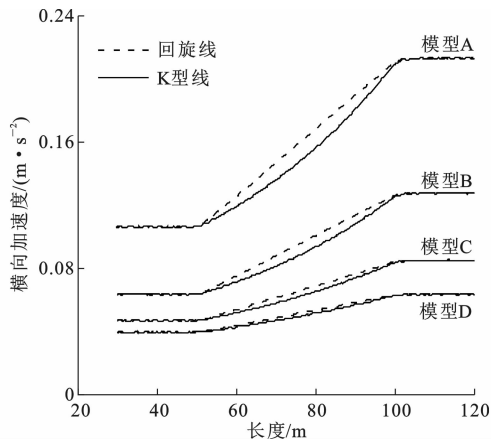


图 7 横向加速度

Fig. 7 Lateral accelerations

#### 3.2.2 横摆角速度

横摆角速度  $\omega$  是评价车辆在弯道行驶时横向稳定性的另一个重要指标。当横摆角速度较大时,车辆容易发生“甩尾”现象,越容易冲出车道。横摆角速度  $\omega$  的计算方法是用车辆横向加速度除以行驶速度。图 8 为车辆的横摆角速度变化。在本文仿真试验中,车辆行驶速度始终保持恒定,因此车辆在 2 种缓和曲线上的横摆角速度的变化情况与横向加速度相似。从图 8 可以看出:①车辆在 K 型线上的横摆角速度始终小于回旋线,因此当回旋线满足横摆角速度的要求时,同样条件下的 K 型线也一定能满足要求,且横向稳定性更好;②圆曲线半径越小, K 型线与回旋线的横摆角速度差值越大, K 型线比回旋线的横向稳定性越好。

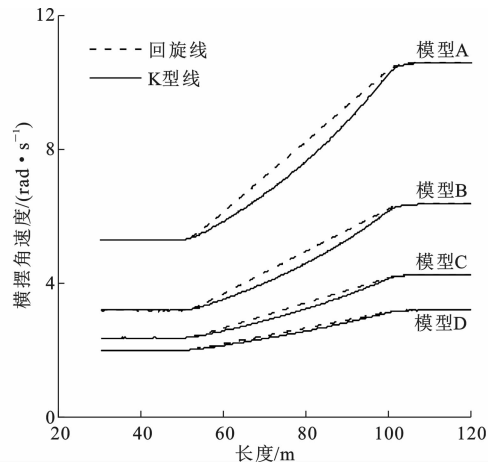


图 8 横摆角速度

Fig. 8 Yaw rates

#### 3.2.3 横向荷载偏移率

当车辆进行转向时,轮胎的垂直荷载会转移到一侧使车辆发生侧倾,当其中一侧轮胎所受的垂直荷载为零时,车辆处于侧翻的临界状态。本文用横向荷载

偏移率 LTR 作为车辆侧翻的衡量指标,横向荷载偏移率 LTR 是指两侧轮胎所受垂直荷载之差的绝对值与总荷载的比值,其计算参数值为

$$L_{TR} = \frac{\sum_{i=1}^{n'} |F_{ri} - F_{li}|}{\sum_{i=1}^n (F_{ri} + F_{li})} \quad (19)$$

式中: $F_{ri}$ 为右侧车轮垂直荷载(kN); $F_{li}$ 为左侧车轮垂直荷载(kN); $n'$ 为车轴数; $L_{TR}$ 为 LTR 的计算参数。

横向荷载偏移率 LTR 的取值范围为 $[0, 1]$ ,当 LTR 为 0 时,两侧轮胎荷载没有转移,车辆处于最稳定的状态,当 LTR 为 1 时,荷载全部转移至一侧,车辆处于最危险状态。

因此 LTR 越小,车辆稳定性越好,有研究认为 LTR 小于 0.6 时,车辆处于安全状态<sup>[29]</sup>。

图 9 为车辆在 2 种缓和曲线上横向荷载偏移率变化情况。从图 9 可以看出:①4 组模型中车辆在小圆曲线上的 LTR 均较小,最大不超过 0.1,这是因为仿真试验所采用的圆曲线半径均大于规范中设计速度所对应的极限最小半径,能保证车辆稳定行驶;②从缓和曲线范围内的横向荷载偏移率变化来看,车辆在 K 型线上的 LTR 始终小于回旋线,这表明使用 K 型线替代回旋线进行路线设计,车辆的侧倾稳定性能够满足要求,且稳定性比回旋线更好,车辆行驶安全;③随着半径的减小,回旋线上的横向荷载偏移率明显逐渐增加。圆曲线半径越小,K 型线上车辆行驶稳定性比回旋线更有优势。

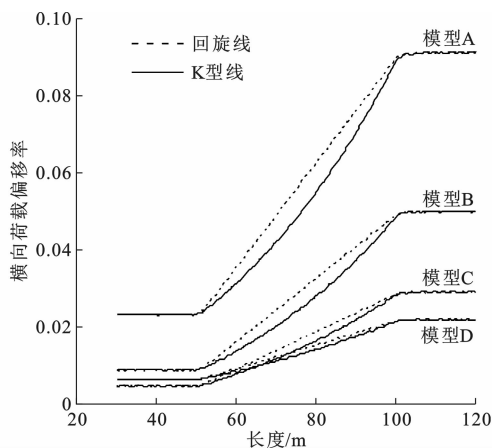


图 9 横向荷载偏移率

Fig. 9 Lateral load transfer rates

### 3.3 驾驶人舒适性对比

车辆在缓和曲线上行驶时,其横向加速度随曲线长度逐渐变化,这种变化可用横向加速度变化率来表示。横向加速度变化率是影响行车舒适性的一

种重要指标,当其变化率过大时,意味着在单位距离内,横向加速度变化更快。横向加速度变化率过大容易使驾驶人和乘客产生不舒适感<sup>[30]</sup>,会增加驾驶人紧张程度,容易导致驾驶人操作失误。中国高速公路最大横向加速度变化率一般取 $0.5 \sim 0.6 \text{ m/s}^3$ <sup>[31]</sup>,因此,认为当横向加速度变化率不超过 $0.5 \text{ m/s}^3$ 时,行车舒适性较好。

图 10 为车辆在 2 种缓和曲线上的横向加速度变化率。从图 10 可以看出:①车辆在回旋线上的横向加速度变化率基本保持不变,即横向加速度为线性变化,这与理论变化情况相似,当圆曲线半径为极限最小半径 60 m 时,最大变化率为 $0.024 \text{ m/s}^3$ ,满足最大变化率要求,事实上,对于不同设计速度,当圆曲线半径和回旋线长度满足规范要求时,均能满足横向加速度变化率不超过 $0.5 \text{ m/s}^3$ ;②车辆在 K 型线上的横向加速度变化率随时间逐渐增大,在缓和曲线前半段,K 型线上横向加速度变化率小于回旋线,而在曲线后半段 K 型线大于回旋线,根据仿真结果,车辆在设计速度为 $40 \text{ km/h}$ 的极限最小半径情况下,最大横向加速度变化率为 $0.033 \text{ m/s}^3$ ,远小于 $0.5 \text{ m/s}^3$ 的舒适性要求,因此可以认为车辆在满足规范规定指标的 K 型线上行驶时,其舒适性均能满足要求;③对比 4 组模型可以看出,圆曲线半径越大,K 型线上的横向加速度变化率越接近常数,即横向加速度接近线性变化。

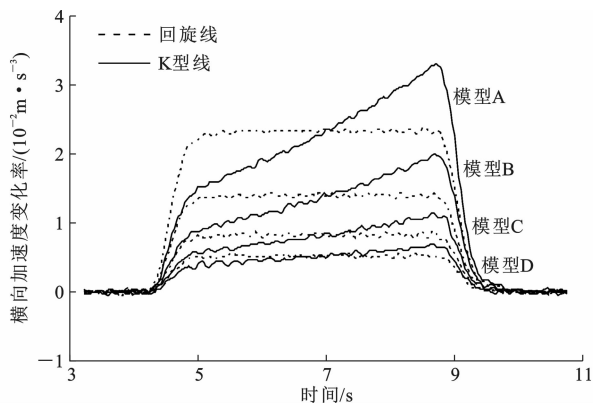


图 10 横向加速度变化率

Fig. 10 Change rates of lateral acceleration

## 4 结 语

(1)K 型线与回旋线的平面线形十分接近,弯曲程度稍缓于回旋线。其曲率随曲线长度呈均匀连续非线性变化,可以作为公路缓和曲线用来过渡 2 种不同线形。K 型线  $k$  值的大小只与起、终点曲率半径的比值有关,并且  $k$  值的大小决定了 K 型线曲



率变化的均匀程度。起、终点曲率半径比值越小, $k$ 值越大,K型线曲率变化越均匀,即越接近回旋线的线性变化。

(2)K型线的横向加速度变化率随曲线长度逐渐增大,在曲线前半段变化率小于回旋线,在后半段大于回旋线;车辆在K型线上行驶时的横向加速度、横摆角速度和横向荷载偏移率始终小于回旋线。研究结果表明,在满足规范设计指标要求时,车辆在K型线上的横向加速度变化率不超过规定阈值,能够满足舒适性要求,且行车稳定性也能够满足要求,同时K型线稳定性优于回旋线。

(3)本文只进行了部分情况的仿真,需要进一步增加其他仿真数据,来充分验证本文的研究结论。本文仅对卵形曲线上的行车稳定性进行了分析,需进一步研究K型线在直圆连接组合线形下的行车稳定性。

## 参考文献:

## References:

- [1] 何永明,裴玉龙.超高速公路发展可行性论证与必要性研究[J].公路,2016,61(1):158-162.  
HE Yong-ming, PEI Yu-long. Feasibility demonstration and necessity analysis on superhighway [J]. Highway, 2016, 61(1): 158-162.
- [2] 何永明.超高速公路安全保障与经济评价研究[D].哈尔滨:东北林业大学,2017.  
HE Yong-ming. Research on safety support and economy evaluation of superhighway[D]. Harbin: Northeast Forestry University, 2017.
- [3] 何永明,裴玉龙,冉 斌.基于智能路钮的超高速公路虚拟轨道系统研究[J].交通运输系统工程与信息, 2020, 20(2): 55-60, 75.  
HE Yong-ming, PEI Yu-long, RAN bin. Superhighway virtual track system based on intelligent road button[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2020, 20(2): 55-60, 75.
- [4] 赵西超,毛红日,刘江东.超高速公路安全平曲线半径研究[J].西部交通科技,2019(2):159-163.  
ZHAO You-chao, MAO Hong-ri, LIU Jiang-dong. Research on safety flat-curve radius of superhighway [J]. Western China Communications Science & Technology, 2019(2): 159-163.
- [5] 赵西超.基于智能驾驶技术的超高速公路线形指标研究[D].长沙:长沙理工大学,2019.  
ZHAO You-chao. The research on linear index of su-

per freeway based on intelligent driving technology [D]. Changsha: Changsha University of Science & Technology, 2019.

- [6] 黄乾兴,石广田,张小安,等.缓和曲线线型对双层轨道-车辆系统的影响分析[J].兰州交通大学学报, 2017, 36(4): 22-26.  
HUANG Qian-xing, SHI Guang-tian, ZHANG Xiao-an, et al. Influence of transition curve line on double track-vehicle system[J]. Journal of Lanzhou Jiaotong University, 2017, 36(4): 22-26.
- [7] 邢炜炜,戴龙钦.350 km/h 高速铁路缓和曲线与旅客乘车舒适度分析[J].高速铁路技术,2019,10(6):8-14, 40.  
XING Ye-wei, DAI Long-qin. Analysis on the transition curve and ride comfort of 350 km/h high speed railway[J]. High Speed Railway Technology, 2019, 10(6): 8-14, 40.
- [8] KOC W, PALIKOWSKA K. Modelling of joining route segments of different curvature[J]. Baltic Journal of Road & Bridge Engineering, 2016, 11(1): 1-10.
- [9] KOC W. New transition curve adapted to railway operational requirements[J]. Journal of Surveying Engineering, 2019, 145(3): 1-11.
- [10] 李 鸣,魏庆朝,潘姿华,等.高速铁路平竖重合段三维高阶连续曲线线形设计[J].交通运输工程学报, 2018, 18(6): 50-60.  
LI Ming, WEI Qing-chao, PAN Zi-hua, et al. Three-dimensional high-order continuous curve alignment design of horizontal vertical overlapping region of high-speed railways[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2018, 18(6): 50-60.
- [11] 符铎砂,龙立敦,李海峰,等.基于体感交互的公路真三维设计与系统架构[J].华南理工大学学报(自然科学版),2014,42(8):91-96.  
FU xin-sha, LONG Li-dun, LI Hai-feng, et al. Method and system architecture of true three-dimensional highway alignment design based on motion sensing interaction[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2014, 42(8): 91-96.
- [12] 符铎砂,葛 婷,李海峰,等.基于公路三维线形几何特性的行车安全分析[J].中国公路学报,2015, 28(9): 24-29.  
FU Xin-sha, GE Ting, LI Hai-feng, et al. Traffic safety analysis based on geometric properties of highway three-dimensional alignment [J]. China Journal of Highway and Transport, 2015, 28(9): 24-29.
- [13] 葛 婷,符铎砂,李海峰,等.公路空间几何特性对汽

- 车运动影响[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2016, 44(12):1867-1872.
- GE Ting, FU Xin-sha, LI Hai-feng, et al. Influence of spatial geometric properties of highway alignments on vehicle kinematics[J]. Journal of Tongji University (Natural Science Edition), 2016, 44 (12):1867-1872.
- [14] 葛 婷, 符锌砂, 李海峰, 等. 公路三维线形设计及约束建模[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2016, 44(8):91-97, 105.
- GE Ting, FU Xin-sha, LI Hai-feng, et al. Three-dimensional highway alignment design and constraints modeling[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science), 2016, 44 (8): 91-97, 105.
- [15] LONG L, FU X, ZHU H, et al. Finger gesture-based natural user interface for 3D highway alignment design in virtual environment[C]//IEEE. Proceedings of International Conference on Computer Science & Network Technology. New York: IEEE, 2015: 105-111.
- [16] 王文虎, 魏建明. 满足行车舒适度的布劳斯曲线设计标准的建立[J]. 中外公路, 2015, 35(2):284-286.
- WANG Wen-hu, WEI Jian-ming. The establishment of Bloss curve design standard for driving comfort [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2015, 35 (2):284-286.
- [17] KOBRYN A. Polynomial solutions of transition curves [J]. Journal of Surveying Engineering, 2011, 137 (3): 71-80.
- [18] KOBRYN A. Vertical arcs design using polynomial transition curves[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2016, 20(1):376-384.
- [19] KOBRYN A. Universal solutions of transition curves [J]. Journal of Surveying Engineering, 2016, 142(4): 1-15.
- [20] BOSURGI G, D'ANDREA A. A polynomial parametric curve (PPC-Curve) for the design of horizontal geometry of highways[J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2012, 27(4):304-312.
- [21] BOSURGI G, PELLEGRINO O, SOLLAZZO G. Using genetic algorithms for optimizing the PPC in the highway horizontal alignment design[J]. Journal of Computing in Civil Engineering, 2016, 30(1):1-11.
- [22] MISRO M Y, RAMLI A, ALI J M, et al. Cubic trigonometric Bezier spiral curves[C]//IEEE. Proceedings of International Conference on Computer Graphics Imaging and Visualization. New York: IEEE, 2017: 14-20.
- [23] MISRO M Y, RAMLI A, ALI J M. S-shaped and C-shaped transition curve using cubic trigonometric Bezier[J]. AIP Conference Proceedings, 2017, 1870 (1):050005.
- [24] SANCHEZ-REYES J, CHACON J M. Nonparametric Bézier representation of polynomial transition curves [J]. Journal of Surveying Engineering, 2018, 144(2): 1-8.
- [25] ELIOU N, KALIABETSOS G. A new, simple and accurate transition curve type, for use in road and railway alignment design[J]. European Transport Research Review, 2014, 6(2):171-179.
- [26] BARNA Z, KISGYORGY L. Analysis of hyperbolic transition curve geometry[J]. Periodica Polytechnica Civil Engineering, 2015, 59(2):173-178.
- [27] PIRTI A, YUCEL M A, OCALAN T. Transrapid and the transition curve as sinusoid[J]. Technical Gazette, 2016, 23(1):315-320.
- [28] 潘兵宏, 王开明, 赵胜林, 等. 可用作公路缓和曲线的 K 型曲线数学模型及其特点分析[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2020, 40(3):33-41.
- PAN Bing-hong, WANG Kai-ming, ZHAO Sheng-lin, et al. Mathematical model and characteristics analysis of K-curve that can be used as highway transition curve[J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition), 2020, 40(3):33-41.
- [29] 张 驰, 齐 晨, 闫晓敏, 等. 基于行车动力学仿真的半挂车弯道超车风险分析[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(4):1439-1447.
- ZHANG Chi, QI Chen, YAN Xiao-min, et al. Risk analysis of semitrailer overtaking on curved sections based on dynamics simulation[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(4):1439-1447.
- [30] 陈建宗, 陈建新. 高等级道路超高过渡段的设置方式[J]. 广东公路交通, 2014(2):9-12.
- CHEN Jian-zong, CHEN Jian-xin. Study on establishing methods for super elevation transition sections of high grade highway[J]. Guangdong Highway Communications, 2014(2):9-12.
- [31] 潘兵宏, 霍永富, 刘 斌, 等. 基于 UCWin/Road 仿真的高速公路出口预告标志前置距离研究[J]. 公路交通科技, 2017, 34(8):130-137.
- PAN Bing-hong, HUO Yong-fu, LIU Bin, et al. Study on advance distance of expressway exit guide sign based on UCWin/Road simulation[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2017, 34(8): 130-137.