

文章编号:1671-8879(2020)02-0056-10

# 连续梁桥冲击系数与频率的对应关系

冯 威<sup>1,2</sup>, 朱伟庆<sup>1</sup>, 胡 强<sup>1</sup>

(1. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064; 2. 西安公路研究院, 陕西 西安 710065)

**摘 要:**为明确在计算连续梁桥主梁不同荷载效应(位移、正负弯矩和剪力)的冲击系数时,采用哪一阶频率计算更加合理,以分联长度为  $r \times 30$  m(跨数  $r=3, 4, 5, 6$ )的预应力混凝土连续梁桥为研究对象,运用理论分析与有限元数值模拟相结合的手段,研究了位移冲击系数、正负弯矩冲击系数和剪力冲击系数与前 3 阶频率的对应关系。首先运用动力学和曲率模态理论得到了位移冲击系数、正负弯矩冲击系数和剪力冲击系数与各阶振型的函数关系式;接着运用梁格法分别建立  $r \times 30$  m 预应力混凝土连续梁桥的 MIDAS Civil 有限元数值模型,然后利用傅里叶级数分别对有限元分析中得到的前 3 阶竖弯振型进行拟合,最后将拟合得到的振型函数代入不同效应的冲击系数与各阶振型的函数关系式,从而分别得到前 3 阶竖弯模态对不同效应冲击系数的贡献百分比,并与已有研究成果进行对比,对该理论分析正确性进行了验证。研究表明:位移冲击系数、正弯矩冲击系数和剪力冲击系数根据第 1 阶竖弯频率来计算更加合理,在前 3 阶竖弯模态中,第 1 阶模态贡献了跨中最大动位移的 84.4%~99.5%、跨中截面最大正动弯矩的 77.2%~98.7%、支座截面最大动剪力的 84.1%~99.1%;负弯矩冲击系数则根据第 2 阶竖弯频率来计算更加合理,在前 3 阶竖弯模态中,第 2 阶模态贡献了支座截面最大负动弯矩的 70.0%~98.2%。

**关键词:**桥梁工程;冲击系数;理论分析;连续梁桥;振型;频率

**中图分类号:**U442.5

**文献标志码:**A

**DOI:**10.19721/j.cnki.1671-8879.2020.02.007

## Relation between frequencies and impact coefficients of continuous beam bridges

FENG Wei<sup>1,2</sup>, ZHU Wei-qing<sup>1</sup>, HU Qiang<sup>1</sup>

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China;

2. Xi'an Highway Research Institute, Xi'an 710065, Shaanxi, China)

**Abstract:** In order to clarify which order frequency was more reasonable when calculating the impact coefficients of different load effects (displacement, positive and negative bending moment and shear force) of the girder of a continuous beam bridge, the prestressed concrete (PC) continuous beam bridges with spans-unite length of  $r \times 30$  m (span number  $r=3, 4, 5, 6$ ) were taken as the research object. By using the theoretical analysis and finite element numerical simulation simultaneously, the relation between displacement impact coefficient, positive and negative moment impact coefficient and shear impact coefficient and the first three order

收稿日期:2019-11-03

基金项目:陕西省自然科学基金基础研究计划项目(2019JM-172);陕西省交通运输厅科研项目(14-19K, 14-20K);

中央高校基本科研业务费专项资金项目(310821161102)

作者简介:冯 威(1981-),男,陕西西安人,高级工程师,工学博士研究生,E-mail:306304417@qq.com。

通讯作者:朱伟庆(1987-),男,湖南娄底人,副教授,工学博士,E-mail:zhuweiqing87@126.com。

frequencies were studied. Firstly, the relationship between displacement impact coefficient, positive and negative moment impact coefficient, shear impact coefficient and models of each order were obtained by using dynamics and curvature modal theory. Then the beam grid method was used to establish the MIDAS Civil finite element modes of  $r \times 30$  m PC continuous beam bridges. And the Fourier series were used to fit the first three order vertical bending modes obtained from the finite element analysis. Finally, the fitting mode function was substituted into the relationship between the impact coefficients of different effects and the modes of each order, so that the contributing percentages of the first three orders of vibration modes to the impact coefficients of different effects were obtained. The theoretical analysis conclusions were verified by comparing with the existing research results. The research results show that the displacement impact coefficient, positive bending moment impact coefficient, and shear impact coefficient can be calculated more reasonably according to the first order vertical bending frequency. Among the first three order vertical bending modes, the first order mode contributes 84.4% to 99.5% of the largest dynamic displacement in the mid-span section, 77.2% to 98.7% of the maximum dynamic positive bending moment in the mid-span section, and 84.1% to 99.1% of the maximum dynamic shear force of the bearing section. The negative moment impact coefficient is calculated more reasonably according to the second order vertical bending frequency. Among the first three order vertical bending modes, the second order mode contributes 70.0% to 98.2% of the maximum negative dynamic bending moment of the support section. 9 tabs, 2 figs, 31 refs.

**Key words:** bridge engineering; impact coefficient; theoretical analysis; continuous beam bridge; vibration mode; frequency

## 0 引言

冲击系数是汽车过桥时对桥梁结构产生的动力效应的增大系数<sup>[1]</sup>,通常可以采用现场荷载试验<sup>[2-4]</sup>、车-桥耦合分析<sup>[5-8]</sup>、基于规范公式<sup>[9-10]</sup>等方法来研究或求解桥梁结构的冲击系数。其中,现场荷载试验需耗费大量人力物力和时间成本;车-桥耦合分析方法较为精确,但是模型的建立难度相对较大;而采用规范中的公式计算冲击系数最为简便。中国1989版的公路桥涵设计通用规范中将冲击系数规定为桥梁跨长的函数<sup>[11]</sup>,而2004版和2015版规范中则将其规定为桥梁基频的函数<sup>[1,12]</sup>;美国1992版的AASHTO桥梁设计规范中,将冲击系数定义为桥梁跨长的函数<sup>[13]</sup>,而2012版规范中则需根据极限状态和构件类型来确定<sup>[14]</sup>;加拿大1983版公路桥梁设计规范规定,根据第1阶弯曲频率来计算冲击系数,而此后版本的规范中则规定冲击系数的取值还跟车轴数相关<sup>[15]</sup>。因此,各国规范中针对冲击系数计算方法的规定并不相同,且其计算方法也随着规范的更新而进行不同程度改变。同时,各国规范中的冲击系数计算公式考虑的因素也比较单一。

学者们针对不同桥型的动力冲击系数以及规范

中公式的适应性开展了系列研究。冀伟等基于车桥耦合振动理论,研究了跨径为30 m的波形钢腹板PC简支箱梁桥,在移动车辆荷载作用下整体和局部的动力冲击系数,研究表明,车桥耦合分析法和各规范得到的冲击系数有较大差异<sup>[16-18]</sup>。刘永健等以某简支钢桁梁桥为对象,建立三维梁格的车桥耦合有限元模型,研究了不同参数对车桥耦合振动的影响,结果表明,单双层加载模式的不同对桥梁整体的动力响应改变不大,但是对局部动力响应的影响比较明显,应在桥梁设计时考虑局部冲击效应的影响<sup>[19]</sup>。Huang通过分析钢桥面上承式拱桥的动力特性发现,不论是无铰拱还是两铰拱,拱肋不同位置截面的弯矩和轴力冲击系数均有较大差异<sup>[20-21]</sup>。邵元等采用车桥耦合迭代方法,对某钢管混凝土拱桥吊杆体系的冲击效应进行了数值模拟,结果表明,短吊杆的动态应力水平要明显高于长吊杆<sup>[22]</sup>。以上研究表明,桥梁冲击系数与桥型有较大的关系,桥梁中不同构件的动力冲击系数也不尽相同,若采用规范公式计算复杂桥型的冲击系数会有所偏差。

中国2015版公路桥涵设计通用规范中将冲击系数定义为桥梁基频的函数,在计算常规预应力混凝土梁桥的冲击系数时存在如下2个问题:首先,规

范中并没有明确规定计算冲击系数的荷载效应类型;其次,对于不同效应的冲击系数,均采用基频进行计算存在不合理性。周勇军等通过对预应力混凝土 T 梁桥的车桥耦合振动响应分析发现,不同力学指标(如正负弯矩、剪力等)的冲击效应并不相同<sup>[23-24]</sup>。Samaan 等对 180 座曲线连续组合箱梁桥冲击系数开展了研究,结果表明,不同效应下(包括应力、位移、支座反力等)的冲击系数并不相同,且差异较大<sup>[25]</sup>。邓露等综述了国内外公路桥梁冲击系数方面的研究进展,结果表明,不同效应的冲击系数之间的关系需要进一步明确,采用由弯矩或跨中位移响应确定的冲击系数对桥梁局部进行设计并不合理<sup>[15]</sup>;同时,通过建立 5 座桥梁有限元模型,分析了不同截面类型等因素对动力冲击系数的影响,研究发现,仅采用基频来计算动力冲击系数不完全合理<sup>[26]</sup>。刘辉等结合连续梁的模式振动试验和有限元分析发现,连续梁桥冲击系数的计算只考虑第 1 阶频率是不合理的,应根据计算的频率和振型,参考结构振型最大曲率与正负弯矩合理选择频率,并用此频率参照相关规范计算冲击系数<sup>[27-28]</sup>。

综上可知,在采用规范公式计算常规预应力混凝土梁桥的冲击系数时,还需明确区分不同效应的动力冲击系数,在计算不同效应的冲击系数时如何合理地选择某一阶频率来计算应进一步研究。针对这一问题,本文以联长为  $r \times 30$  m(跨数  $r=3, 4, 5, 6$ )的预应力混凝土连续梁桥为研究对象,运用动力学和曲率模态理论与 MIDAS Civil 有限元数值分析相结合的手段,通过计算分析前 3 阶竖弯模态对不同效应下冲击系数的贡献百分比,明确连续梁桥主梁位移冲击系数、正负弯矩冲击系数和剪力冲击系数与不同阶频率的对应关系,并通过与已有文献中的连续梁桥冲击系数对比,验证本文理论分析的正确性。

## 1 动力学方程推导

对于具有相同截面抗弯刚度和单位长度质量的连续梁,其弯曲自振方程为

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m\ddot{y} = 0 \quad (1)$$

式中: $E$ 为弹性模量; $I$ 为截面惯性矩; $EI$ 为截面抗弯刚度; $m$ 为单位长度质量; $y, \ddot{y}$ 分别为结构竖向位移和加速度; $x$ 为结构纵向坐标(直角坐标系以桥梁左端为原点)。

根据振型叠加法可令位移  $y(x, t) = \varphi(x)q(t)$ ,

其中  $\varphi(x), q(t)$  分别为振型和广义位移,  $t$  为时间。则式(1)可转化为

$$\frac{\varphi^{(4)}(x)}{\varphi(x)} + \frac{m\ddot{q}(t)}{EIq(t)} = 0 \quad (2)$$

式中: $\ddot{q}(t)$ 为广义加速度。

若使得任意纵向坐标  $x$  和时间  $t$  均满足式(2),则

$$\frac{\varphi^{(4)}(x)}{\varphi(x)} = C = -\frac{m\ddot{q}(t)}{EIq(t)} \quad (3)$$

式中: $C$ 为常数,且  $C = \frac{m\omega^2}{EI}$ ,  $\omega$  为结构基频。

将  $C = \frac{m\omega^2}{EI}$  代入式(3)可得

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = 0 \quad (4)$$

则方程(4)的解为

$$q(t) = q(0)\cos(\omega t) + \frac{\dot{q}(0)}{\omega}\sin(\omega t) \quad (5)$$

式中: $q(0), \dot{q}(0)$ 分别为模态在 0 时刻的广义位移和广义速度。

多跨连续梁为多自由度振动体系,第  $i$  阶模态的广义位移可以表示为

$$q_i(t) = q_i(0)\cos(\omega_i t) + \frac{\dot{q}_i(0)}{\omega_i}\sin(\omega_i t) \quad (6)$$

式中: $\omega_i$ 为第  $i$  阶模态的频率; $q_i(t)$ 为第  $i$  阶模态的广义位移; $q_i(0), \dot{q}_i(0)$ 分别为第  $i$  阶模态在 0 时刻的广义位移和广义速度,其计算如下

$$q_i(0) = \int_0^l m\dot{y}(x, 0)\varphi_i(x)dx \quad (7)$$

$$\dot{q}_i(0) = \int_0^l m\ddot{y}(x, 0)\varphi_i(x)dx \quad (8)$$

式中: $l$ 为主梁长度; $\varphi_i(x)$ 为第  $i$  阶模态的振型函数。

多跨连续梁截面弯矩与曲率的关系为

$$M = EIy'' \quad (9)$$

式中: $M$ 为截面弯矩; $y''$ 为挠度对  $x$  的二阶倒数。

根据曲率模态理论,将  $y_i(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) \cdot q_i(t)$  代入式(9)可得

$$M = EI \sum_{i=1}^n \varphi_i''(x)q_i(t) \quad (10)$$

式中: $n$ 为振型总阶数。

式(10)的弯矩由结构各阶模态叠加而成,因此该弯矩为动弯矩,即

$$M_d = EI \sum_{i=1}^n \varphi_i''(x)q_i(t) \quad (11)$$

式中: $M_d$ 为动弯矩。

同理,动位移和动剪力可分别表示为

$$Y_d = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) q_i(t)$$

(12)

$$F_{sd} = EI \sum_{i=1}^n \varphi_i''(x) q_i(t)$$

(13)

式中: $Y_d$ 、 $F_{sd}$ 分别为动位移和动剪力。

将式(11)~式(13)代入冲击系数计算式,可分别得位移冲击系数、弯矩冲击系数和剪力冲击系数与各振型的关系式为

$$\mu_Y = \frac{Y_{dmax}}{Y_{jmax}} - 1 = \frac{\max(\sum_{i=1}^n \varphi_i(x) q_i(t))}{Y_{jmax}} - 1$$

(14)

$$\mu_M = \frac{M_{dmax}}{M_{jmax}} - 1 = \frac{EI \max(\sum_{i=1}^n \varphi_i''(x) q_i(t))}{M_{jmax}} - 1$$

(15)

$$\mu_{Fs} = \frac{F_{sdmax}}{F_{sjmax}} - 1 = \frac{EI \max(\sum_{i=1}^n \varphi_i''(x) q_i(t))}{F_{sjmax}} - 1$$

(16)

式中: $\mu_Y$ 、 $\mu_M$ 、 $\mu_{Fs}$ 分别为位移冲击系数、弯矩冲击系数和剪力冲击系数; $Y_{dmax}$ 、 $M_{dmax}$ 、 $F_{sdmax}$ 分别为最大静效应处的最大动位移、动弯矩和动剪力; $Y_{jmax}$ 、 $M_{jmax}$ 、 $F_{sjmax}$ 分别为最大静效应处的最大静位移、静

弯矩和静剪力。  
最大静位移、静弯矩和静剪力是恒定的,因此,若最大动位移、动弯矩和动剪力主要由某阶模态组成,则对应的冲击系数按这一阶频率计算最合理。

2 冲击系数与频率的对应关系

2.1 有限元模型

本文依托黄陵—延安高速公路扩建工程,选取其中单跨为 30 m 的预应力混凝土连续梁桥进行分析,该连续梁桥的上部结构横向由 5 片 30 m 跨的预应力混凝土标准梁组成,跨中横断面如图 1(a)所示。采用 MIDAS Civil 建立  $r \times 30$  m( $r=3,4,5,6$ ) 预应力混凝土连续梁桥的有限元模型。上部结构采用梁格法进行模拟,主梁、盖梁、桥墩均采用梁单元模拟,铰缝的横向联系作用采用修正的梁单元模拟;主梁横截面高 1.6 m,桥墩为直径 1.8 m 的圆截面;主梁与盖梁采用弹性连接,竖向刚度为  $1 \times 10^8$  kN/m,支座水平面内有约束方向的刚度为  $1 \times 10^6$  kN/m,无约束方向的刚度为 0,如图 1(b)所示,桥墩与基础采用固结约束。有限元模型如图 1(c)所示。材料特性见表 1。

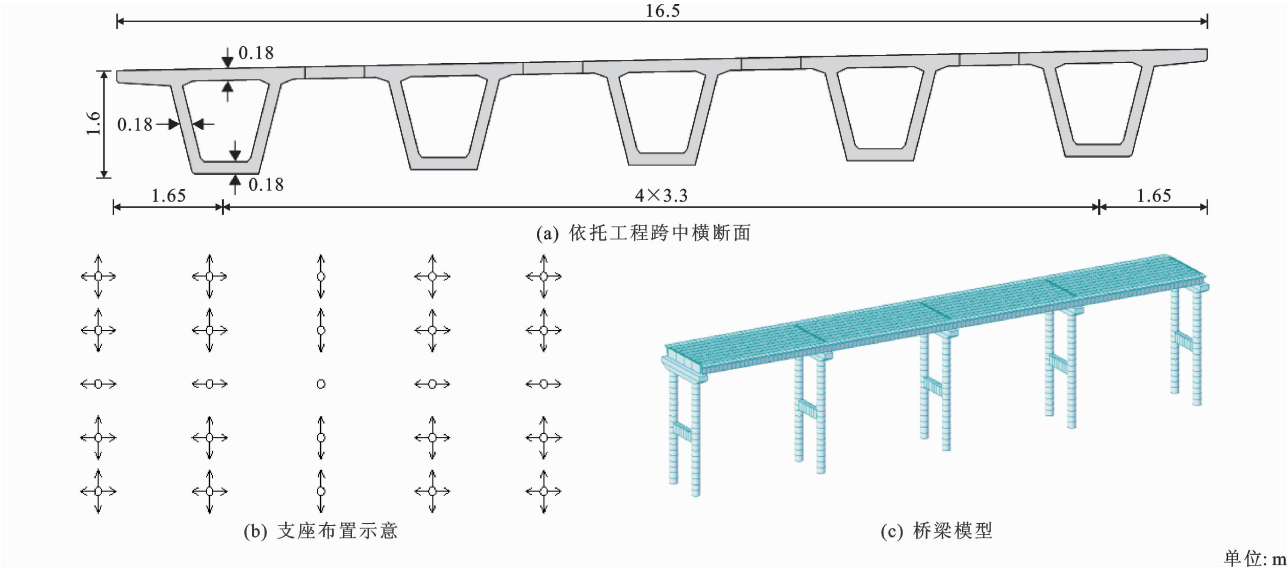


图 1 有限元模型(以 4×30 m 连续桥梁为例)  
Fig. 1 Finite element model (taking 4×30 m continuous beam bridges as an example)

表 1 材料特性

材料种类	抗压强度/MPa	抗拉强度/MPa	弹性模量/MPa	体积质量/(kN·m <sup>-3</sup> )	泊松比	线膨胀系数/(10 <sup>-5</sup> ℃ <sup>-1</sup> )
C50(主梁)	32.4	2.65	3.45×10 <sup>4</sup>	25	0.2	1
C50(虚拟横梁)	32.4	2.65	3.45×10 <sup>4</sup>	0	0.2	1
C30(盖梁、桥墩)	20.1	2.01	3.00×10 <sup>4</sup>	25	0.2	1

结构动力特性的计算采用子空间迭代法,由此得到的  $r \times 30$  m 连续梁桥前 3 阶竖弯频率见表 2。

将前 3 阶竖弯振型提取出来,如图 2 所示,并用傅里叶级数对其进行拟合,结果见表 3。

表 2  $r \times 30$  m 连续梁桥前 3 阶竖弯频率

阶数(竖弯)	不同联长(m)下的竖弯频率/Hz			
	3×30	4×30	5×30	6×30
第 1 阶	3.52	3.52	3.53	3.53
第 2 阶	4.45	4.07	3.89	3.78
第 3 阶	6.31	5.35	4.79	4.45

以  $3 \times 30$  m 连续梁桥为例,设主梁从静力平衡位置(初始位移为零)开始振动,由式(7)可知

$$q_i(0)=0$$

由于第 1 阶竖弯振型参与质量最大,因此主梁初始速度可设为

$$\dot{y}(x,0)=A\sin(\frac{\pi}{30}x)$$

式中: $A$  为各跨跨中位置初始速率。

由动力学理论,可以得到速度的广义坐标为

$$\dot{q}_i(0)=\int_0^{90}m\dot{y}(x,0)\varphi_i(x)dx=1.601\times$$

$$10^4A\int_0^{90}\sin(\frac{\pi}{30}x)\varphi_i(x)dx\quad (17)$$

将表 3 中  $3 \times 30$  m 连续梁桥的振型函数代入上式可得

$$\begin{cases} \dot{q}_1(0)=266\ 32.5A \\ \dot{q}_2(0)=553.0A \\ \dot{q}_3(0)=23.8A \end{cases}$$

由于跨中最大动正弯矩、支座截面最大动负弯矩和最大动剪力均发生在梁体位移最大的时刻,而第 1 阶振型对主梁实际位移的贡献最大,因此,可取第 1 阶振型广义位移最大时刻作为主梁实际振幅最大时刻  $t$ ,即

$$t=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3.52}=0.071\text{ s}$$

将  $t=0.071\text{ s}$  代入式(6),可求得此时(即主梁振幅最大时刻)第 1~3 阶广义位移为

$$\begin{cases} q_1=756\ 1.7A \\ q_2=114.1A \\ q_3=1.2A \end{cases}$$

同理,可分别求得  $r=4,5,6$  时主梁振幅最大时刻的广义位移  $q_1、q_2、q_3$ ,如表 4 所示。

2.2 位移冲击系数

选取连续梁桥前 3 阶竖弯模态(忽略其他模态的影响),根据式(14)可得到连续梁桥最大动位移为

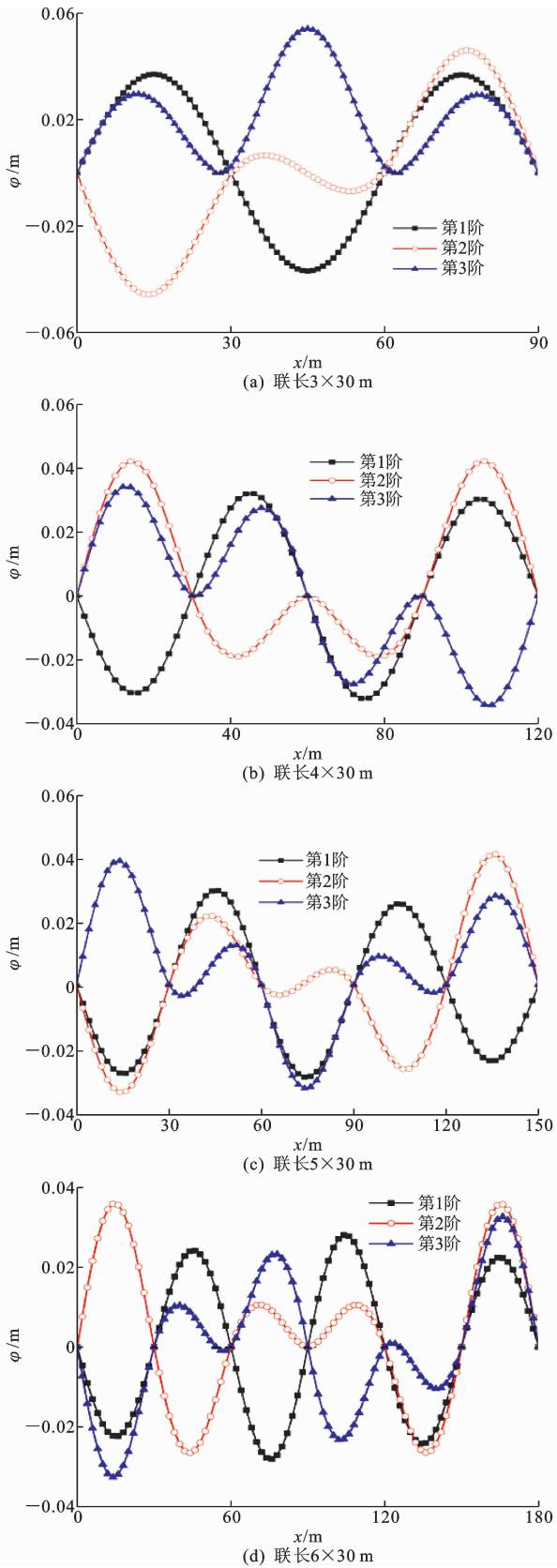


图 2  $r \times 30$  m 连续梁桥前 3 阶竖弯振型曲线

Fig. 2 Curves of first three vertical bending modes of  $r \times 30$  m continuous beam bridges

$$Y_{\text{dmax}}=\max(q_1\varphi_1+q_2\varphi_2+q_3\varphi_3)\quad (18)$$

表 3  $r\times 30$  m 连续梁桥前 3 阶竖弯振型曲线拟合表达式

Tab. 3 Curved fitting expressions of first three vertical bending modes of  $r\times 30$  m continuous beam bridges

联长/m	阶数(竖弯)	振型曲线表达式
3×30	第 1 阶	$\varphi_1=0.037\ 05\sin(0.104\ 7x-0.103\ 6)$
	第 2 阶	$\varphi_2=-0.026\ 19\sin(0.07x-0.116\ 9)-0.026\ 19\sin(0.14x-0.116\ 9)$
	第 3 阶	$\varphi_3=0.029\ 71\sin(0.034\ 88x+0.004\ 383)+0.003\ 81\sin(0.247x-3.25)+0.021\ 87\sin(0.174\ 5x+0.002\ 218)$
4×30	第 1 阶	$\varphi_1=-0.032\ 09\sin(0.104\ 7x-0.103\ 5)$
	第 2 阶	$\varphi_2=0.021\ 45\cos(0.069\ 81x-1.117)+0.018\ 92\cos(0.139\ 62x+0.907\ 7)-0.001\ 024\cos(0.209\ 44x-0.209)$
	第 3 阶	$\varphi_3=0.024\ 48\sin(0.052\ 23x+0.007\ 833)+0.020\ 52\sin(0.156\ 9x+0.009\ 337)+0.001\ 555\sin(0.263\ 9x-3.267)$
5×30	第 1 阶	$\varphi_1=0.028\ 71\sin(0.104\ 7x-0.103\ 1)$
	第 2 阶	$\varphi_2=-6.469\times 10^{-5}\sin(0.041\ 89x-0.104\ 6)-0.020\ 31\sin(0.083\ 78x-0.104\ 6)-0.020\ 31\sin(0.125\ 66x-0.104\ 6)$
	第 3 阶	$\varphi_3=0.021\ 59\sin(0.062\ 85x-3.141)+0.019\ 01\sin(0.146\ 6x+3.139)-0.000\ 140\ 9\sin(0.042\ 04x-7.623)$
6×30	第 1 阶	$\varphi_1=-0.026\ 21\sin(0.104\ 7x-0.103\ 1)$
	第 2 阶	$\varphi_2=0.001\ 168\cos(0.041\ 89x-0.667\ 7)-0.016\ 97\cos(0.083\ 78x+1.801)+0.016\ 97\cos(0.125\ 66x-1.131)$
	第 3 阶	$\varphi_3=0.019\ 41\sin(0.069\ 77x+0.004\ 38)+0.017\ 56\sin(0.139\ 5x+0.009\ 91)+0.000\ 587\ 9\sin(0.281\ 2x+2.962)$

表 4  $r\times 30$  m 连续梁桥前 3 阶竖弯模态在主梁振幅最大时刻的广义位移

Tab. 4 Generalized displacements of first three vertical bending modes of  $r\times 30$  m continuous beam bridges at maximum amplitude of girders

各阶参数	不同联长(m)下主梁振幅最大时的广义位移			
	3×30	4×30	5×30	6×30
$q_1$	7 561.7A	10 076.3B	9 754.8D	10 683.2G
$q_2$	114.1A	385.5B	81.7D	2 327.2G
$q_3$	1.2A	1.6B	11.9D	8.8G

注:A、B、D、G 分别为不同联长时  $t=0$  时刻主梁各跨中截面处速率,广义位移正负代表方向,为方便计算本文均取正值,下同。

如前所述,最大静位移位于或近似位于各跨中截面处,根据冲击系数的定义,最大动位移的计算也取相应截面位置。将前 3 阶模态曲线在主梁振幅最大时刻的各跨中截面处位移取平均,结果如表 5 所示。由表 5 可知,由第 1 阶竖弯模态曲线求得的跨中截面处位移的平均值远大于第 2 阶和第 3 阶。结合式(18)可知,第 1 阶竖弯模态的最大动位移占梁体跨中截面处总最大动位移的 84.4%~99.5%。因此, $r\times 30$  m 连续梁桥的位移冲击系数按第 1 阶竖弯频率计算更加合理。

表 6 根据前 3 阶竖弯模态曲线求得的跨中截面处曲率的平均值

Tab. 6 Average curvature values of first three vertical bending modal curves at mid-span sections

各阶参数	不同联长(m)下主梁振幅最大时跨中截面曲率参数							
	3×30		4×30		5×30		6×30	
	均值	占比/%	均值	占比/%	均值	占比/%	均值	占比/%
$q_1\varphi_1$	$3\ 070.8A\times 10^{-3}$	97.8	$3\ 544.8B\times 10^{-3}$	94.7	$3\ 069.8D\times 10^{-3}$	98.7	$3\ 069.3G\times 10^{-3}$	77.2
$q_2\varphi_2$	$68.5A\times 10^{-3}$	2.2	$199.8B\times 10^{-3}$	5.3	$36.4D\times 10^{-3}$	1.2	$905.5G\times 10^{-3}$	22.8
$q_3\varphi_3$	$0.8A\times 10^{-3}$	0.0	$0.5B\times 10^{-3}$	0.0	$3.8D\times 10^{-3}$	0.1	$2.4G\times 10^{-3}$	0.1

表 5 根据前 3 阶竖弯模态曲线求得的跨中截面处位移平均值

Tab. 5 Average displacement values of first three vertical bending modal curves at mid-span section

各阶参数	不同联长(m)下主梁振幅最大时跨中截面位移参数							
	3×30		4×30		5×30		6×30	
	均值	占比/%	均值	占比/%	均值	占比/%	均值	占比/%
$q_1\varphi_1$	278.5A	98.8	321.4B	99.5	279.0D	99.2	278.8G	84.4
$q_2\varphi_2$	3.4A	1.2	1.4B	0.4	2.0D	0.7	51.3G	15.5
$q_3\varphi_3$	0.0A	0.0	0.1B	0.1	0.3D	0.1	0.2G	0.1

2.3 正弯矩冲击系数

同理,根据式(15)可将连续梁桥最大动弯矩表示为  $M_{\text{dmax}}=EI\text{max}(q_1\varphi_1''+q_2\varphi_2''+q_3\varphi_3'')$  (19)

由于最大正静弯矩位于或近似位于各跨中截面,因此,最大正动弯矩的计算也取相应截面。可计算出前 3 阶模态曲线在主梁振幅最大时刻的各跨中截面处曲率,并取其平均值,计算结果如表 6 所示。由表 6 可知:由第 1 阶竖弯模态曲线求得的跨中截面曲率的平均值远大于第 2 阶和第 3 阶。结合式(19)可知,第 1 阶竖弯模态的最大正动弯矩占梁体跨中截面总最大正动弯矩的 77.2%~98.7%。因此, $r\times 30$  m 连续梁桥的正弯矩冲击系数按第 1 阶竖弯频率计算是合理的。

2.4 负弯矩冲击系数

最大负动弯矩也可以由式(19)计算。由于最大负静弯矩位于支座截面,因此,最大负动弯矩的计算也取该截面。计算得到前 3 阶竖弯模态曲线在主梁振幅最大时刻支座截面处曲率,并取平均值,计算结果如表 7 所示。

表 7 根据前 3 阶竖弯模态曲线求得的支座截面处曲率的平均值  
Tab. 7 Average curvature values of first three vertical bending modal curves at bearing sections

各阶 参数	不同联长(m)下主梁振幅最大时支座截面曲率参数							
	3×30		4×30		5×30		6×30	
	均值	占比/%	均值	占比/%	均值	占比/%	均值	占比/%
$q_1 \ddot{y}_1$	$0.9A \times 10^{-3}$	2.3	$1.4B \times 10^{-3}$	1.8	$1.8D \times 10^{-3}$	11.3	$2.2G \times 10^{-3}$	1.0
$q_2 \ddot{y}_2$	$37.8A \times 10^{-3}$	95.5	$73.7B \times 10^{-3}$	97.4	$11.2D \times 10^{-3}$	70.0	$223.0G \times 10^{-3}$	98.2
$q_3 \ddot{y}_3$	$0.9A \times 10^{-3}$	2.3	$0.6B \times 10^{-3}$	0.8	$3.0D \times 10^{-3}$	18.8	$1.8G \times 10^{-3}$	0.8

2.5 剪力冲击系数

同理,连续梁桥最大动剪力可表示为

$$F_{s\max}=EI\max(q_1\ddot{\varphi}_1+q_2\ddot{\varphi}_2+q_3\ddot{\varphi}_3) \tag{20}$$

由于梁体的最大静剪力位于支座截面,因此,最大动剪力的计算也取相应截面。可计算得到前 3 阶竖弯模态曲线在支座处曲率变化率,并取其平均值,

表 8 根据前 3 阶竖弯模态曲线求得的支座截面处曲率变化率的平均值  
Tab. 8 Average curvature variation rates of first three vertical bending modal curves at bearing sections

各阶参数	不同联长(m)下主梁振幅最大时支座截面曲率变化率参数							
	3×30		4×30		5×30		6×30	
	均值	占比/%	均值	占比/%	均值	占比/%	均值	占比/%
$q_1 \ddot{\varphi}_1$	$3\,215.3A \times 10^{-3}$	98.6	$3\,711.1B \times 10^{-3}$	96.5	$3\,214.2D \times 10^{-3}$	99.1	$3\,213.5G \times 10^{-3}$	84.1
$q_2 \ddot{\varphi}_2$	$46.2A \times 10^{-3}$	1.4	$135.7B \times 10^{-3}$	3.5	$23.7D \times 10^{-3}$	0.7	$605.1G \times 10^{-3}$	15.8
$q_3 \ddot{\varphi}_3$	$0.3A \times 10^{-3}$	0.0	$0.6B \times 10^{-3}$	0.0	$4.3D \times 10^{-3}$	0.1	$2.2G \times 10^{-3}$	0.1

3 本文方法的验证

文献[29]中对重庆市胜利桥(35 m 跨径的连续梁桥)开展了荷载试验,并测得了桥梁前 2 阶频率和正弯矩冲击系数;文献[30]中基于车桥耦合理论计算得到了 1 座 3×40 m 等跨连续梁桥的位移冲击系数和正弯矩冲击系数;文献[31]中采用车桥耦合方法得到了 1 座 20+30+20 m 三跨预应力混凝土连续梁桥的正弯矩冲击系数、负弯矩冲击系数和剪力冲击系数。采用如下方法验证本文结论的正确性:首先,采用 MIDAS Civil 有限元软件分别建立文献中连续梁桥的有限元模型,并求得其前 3 阶竖弯模态的频率  $f_1$ 、 $f_2$  和  $f_3$ ;其次,将计算得到的频率分别代入《公路桥涵设计通用规范》(JTG D60—2015)(简称规范,下同)中,从而得到相应的冲击系数(文献[29]中实测得到了前 2 阶竖弯模态的频率  $f_1$  和  $f_2$ ,因此,可根据其计算得到与之相应的冲击系数);

由表 7 可知:由第 2 阶竖弯模态曲线求得的支座截面曲率的平均值远大于第 1 阶和第 3 阶。结合式(19)可知,第 2 阶竖弯模态对梁体支座截面最大动负弯矩的贡献达 70.0%~98.2%。因此, $r \times 30$  m 连续梁桥的负弯矩冲击系数应该按第 2 阶竖弯频率计算。

计算结果如表 8 所示。由表 8 可知:由第 1 阶竖弯模态曲线求得的支座截面曲率变化率的平均值远大于第 2 阶和第 3 阶。结合式(20)可知,第 1 阶竖弯模态对梁体支座截面最大动剪力的贡献达 84.1%~99.1%。因此, $r \times 30$  m 连续梁桥的剪力冲击系数按第 1 阶竖弯频率计算更加合理。

再次,按照规范计算得到的基频代入规范公式得到相应的冲击系数(文献[29]中未给出详细的桥梁尺寸等相关信息,故无法根据规范计算桥梁基频和冲击系数);最后,将按本文方法和规范基频计算得到的冲击系数与各文献中给出的冲击系数进行对比,结果如表 9 所示。

由表 9 可知,文献[29]中得到的正弯矩冲击系数为 0.13,而按照第 1 阶频率  $f_1$  计算得到的冲击系数(0.19)与之最为接近,而按照第 2 阶频率  $f_2$  计算得到的冲击系数偏大。文献[30]中得到的位移冲击系数和正弯矩冲击系数分别为 0.16 和 0.14,而按照第 1 阶频率  $f_1$  计算得到的冲击系数(0.19)与之最为接近,而按照第 2 阶频率  $f_2$  和第 3 阶频率  $f_3$  计算得到的冲击系数偏大,而按规范基频的冲击系数计算的正弯矩误差也相对较大(0.25),且偏于安全。文献[31]中得到的正弯矩冲击系数和剪力冲击系数均为 0.25,而按照第 1 阶频率  $f_1$  计算得到

的冲击系数(0.27)与之最为接近;文献[31]中负弯矩冲击系数为 0.35,按照第 2 阶频率  $f_2$  计算得到的冲击系数(0.35)与之相同;按照规范基频的正弯矩和剪力冲击系数计算值均为 0.33,负弯矩冲击系

数计算值为 0.43,其计算值误差较大,且均偏于安全。因此,本文关于位移冲击系数、正负弯矩冲击系数和剪力冲击系数与前 3 阶频率的对应关系的结论是正确的。

表 9 各方法冲击系数计算值对比

Tab. 9 Comparisons of calculated impact factors of different methods

数据来源	文献中的值				本文方法计算值			规范计算值		
	位移冲击系数	正弯矩冲击系数	负弯矩冲击系数	剪力冲击系数	按 $f_1$ 计算	按 $f_2$ 计算	按 $f_3$ 计算	正弯矩冲击系数	负弯矩冲击系数	剪力冲击系数
文献[29]		0.13			0.19	0.23				
文献[30]	0.16	0.14			0.19	0.22	0.27	0.25		
文献[31]		0.25	0.35	0.25	0.27	0.35	0.38	0.33	0.43	0.33

4 结 语

(1)本文以联长为  $r\times 30$  m 的预应力混凝土连续梁桥为研究对象,运用动力学理论,研究了等跨连续梁桥的位移冲击系数、弯矩冲击系数和剪力冲击系数与各阶频率的对应关系,并与已有文献对比验证其正确性。结果表明,位移冲击系数、正弯矩冲击系数和剪力冲击系数应该根据第 1 阶竖弯频率来计算,在前 3 阶竖弯模态中,第 1 阶模态贡献了梁体跨中截面处最大动位移的 84.4%~99.5%,梁体跨中截面最大正动弯矩的 77.2%~98.7%,梁体支座截面最大动剪力的 84.1%~99.1%。

(2)负弯矩冲击系数应该根据第 2 阶竖弯频率来计算,在前 3 阶竖弯模态中,第 2 阶模态贡献了梁体支座截面最大负动弯矩的 70.0%~98.2%。

(3)本文仅得到了等跨连续梁桥位移冲击系数、弯矩冲击系数和剪力冲击系数与各阶模态频率的对应关系,而计算其他桥型不同荷载效应冲击系数时,频率的选取还需要开展进一步的研究。

参考文献:

References:

[ 1 ] JTG D60—2015,公路桥涵设计通用规范[S].  
JTG D60—2015, General specification for design of highway bridges and culverts[S].

[ 2 ] MCLEAN D I, MARSH M L. Dynamic impact factors for bridges[R]. Washington DC: Transportation Research Board,1998.

[ 3 ] ASHEBO D B, CHAN T H T, YU L. Evaluation of dynamic loads on a skew box girder continuous bridge. Part I :Field test and modal analysis[J]. Engineering Structures,2007,29(6):1052-1063.

[ 4 ] SZURGOTT P, WEKEZER J, KWASNIEWSKI L,

et al. Experimental assessment of dynamic responses induced in concrete bridges by permit vehicles [J]. Journal of Bridge Engineering,2010,16(1):108-116.

[ 5 ] 蒋培文,贺拴海,宋一凡,等.简支梁车桥耦合振动及其影响因素[J].长安大学学报:自然科学版,2013,33(1):59-66.

JIANG Pei-wen, HE Shuan-hai, SONG Yi-fan, et al. Coupled vibration of simply supported beam vehicles and bridges and its influencing factors[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2013, 33(1):59-66.

[ 6 ] 宋一凡,陈榕峰.基于路面不平整度的车辆振动响应分析方法[J].交通运输工程学报,2007,7(4):39-43.

SONG Yi-fan, CHEN Rong-feng. A method for vehicle vibration response analysis based on road surface roughness[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering,2007,7(4):39-43.

[ 7 ] 李小珍,张黎明,张 洁.公路桥梁与车辆耦合振动研究现状与发展趋势[J].工程力学,2008,25(3):230-240.

LI Xiao-zhen, ZHANG Li-ming, ZHANG Jie. Research status and development trend of highway vehicle-bridge coupled vibration[J]. Engineering Mechanics,2008,25(3):230-240.

[ 8 ] 丁 勇,俞丹波,邹毓颖,等.车辆-模数式伸缩缝耦合振动与冲击荷载分析[J].中国公路学报,2018,31(7):167-178.

DING Yong, YU Dan-bo, ZOU Yu-ying, et al. Analysis of coupled vibration and impact load of vehicle-modular expansion joint[J]. China Journal of Highway and Transport,2018,31(7):167-178.

[ 9 ] 王小龙.基于规范方法的连续梁桥冲击系数影响因素分析[D].西安:长安大学,2009.

WANG Xiao-long. Analysis of continuous girder bridge's influencing parameter of impacting factor based on the code's method[D]. Xi'an:Chang'an Uni-



- versity, 2009.
- [10] 施尚伟, 赵 剑, 舒绍云. 梁桥冲击系数实测值与规范取值差异分析[J]. 世界桥梁, 2010(2): 82-85.  
SHI Shang-wei, ZHAO Jian, SHU Shao-yun. Analysis of difference between measured value and code specified value for impact coefficient of girder bridge[J]. World Bridges, 2010(2): 82-85.
  - [11] JTJ 021—89, 公路桥涵设计通用规范[S].  
JTJ 021—89, General specification for design of highway bridges and culverts[S].
  - [12] JTG D60—2004, 公路桥涵设计通用规范[S].  
JTG D60—2004, General code for design of highway bridges and culverts[S].
  - [13] AASHTO—1992, Standard specifications for highway bridges[S].
  - [14] AASHTO—2012, Standard specifications for highway bridges[S].
  - [15] 邓 露, 王 维. 公路桥梁动力冲击系数研究进展[J]. 动力学与控制学报, 2016, 14(4): 289-300.  
DENG Lu, WANG Wei. Research progress on dynamic impact coefficient of highway bridges[J]. Journal of Dynamics and Control, 2016, 14(4): 289-300.
  - [16] 冀 伟, 刘世忠, 蔺鹏臻. 波形钢腹板组合箱梁振动频率分析与试验[J]. 中国公路学报, 2013, 26(5): 102-107.  
JI Wei, LIU Shi-zhong, LIN Peng-zhen. Analysis and experiment of vibration frequency of composite box girder with corrugated steel webs[J]. China Journal of Highway and Transport, 2013, 26(5): 102-107.
  - [17] 冀 伟, 邓 露, 何 维. 波形钢腹板 PC 箱梁桥的车桥耦合振动分析及动力冲击系数计算[J]. 振动工程学报, 2016, 29(6): 1041-1047.  
JI Wei, DENG Lu, HE Wei. Analysis of vehicle-bridge coupling vibration and calculation of dynamic impact coefficient of PC box girder bridge with corrugated steel webs [J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(6): 1041-1047.
  - [18] 冀 伟, 邓 露, 何 维, 等. 波形钢腹板 PC 简支箱梁桥局部与整体动力冲击系数的计算分析[J]. 振动与冲击, 2017, 36(8): 22-28.  
JI Wei, DENG Lu, HE Wei, et al. Local and global impact factors analysis for PC box girder bridges with corrugated steel webs [J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(8): 22-28.
  - [19] 刘永健, 刘世忠, 米 静, 等. 双层公路钢桁梁桥车桥耦合振动[J]. 交通运输工程学报, 2012, 12(6): 20-28.  
LIU Yong-jian, LIU Shi-zhong, MI Jing, et al. Vehicle-bridge coupled vibration of highway double-deck steel truss bridge[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2012, 12(6): 20-28.
  - [20] HUANG D Z. Dynamic and impact behavior of half-through arch bridges[J]. Journal of Bridge Engineering, 2005, 10(2): 133-141.
  - [21] HUANG D Z. Vehicle-induced vibration of steel deck arch bridges and analytical methodology[J]. Journal of Bridge Engineering, 2012, 17(2): 241-248.
  - [22] 邵 元, 孙宗光, 陈一飞, 等. 车辆荷载对中承式拱桥吊杆体系的冲击效应分析[J]. 公路交通科技, 2016, 33(1): 82-88.  
SHAO Yuan, SUN Zong-guang, CHEN Yi-fei, et al. Analysis of the impact effect of vehicle load on the suspension system of the mid-support arch bridge[J]. Journal of Highway and Transportation and Development, 2016, 33(1): 82-88.
  - [23] 周勇军, 赵 煜, 贺拴海, 等. 刚构-连续组合桥梁冲击系数多因素灵敏度分析[J]. 振动与冲击, 2012, 31(3): 97-101.  
ZHOU Yong-jun, ZHAO Yu, HE Shuan-hai, et al. Multi-factor sensitivity analysis of rigid-concrete composite bridge impact coefficient[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(3): 97-101.
  - [24] 周勇军, 蔡军哲, 石雄伟, 等. 基于加权法的桥梁冲击系数计算方法[J]. 交通运输工程学报, 2013, 13(4): 29-36.  
ZHOU Yong-jun, CAI Jun-zhe, SHI Xiong-wei, et al. The calculation method of bridge impact coefficient based on weighting method[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2013, 13(4): 29-36.
  - [25] SAMAN M, KENNEDY J B, SENNAH K. Impact factors for curved continuous composite multiple-box girder bridges [J]. Journal of Bridge Engineering, 2007, 12(1): 80-88.
  - [26] 邓 露, 何 维, 王 芳. 不同截面类型简支梁桥动力冲击系数研究[J]. 振动与冲击, 2015, 34(14): 70-75.  
DENG Lu, HE Wei, WANG Fang. Study on dynamic impact coefficient of simply supported beam bridges with different section types[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(14): 70-75.
  - [27] 刘 辉, 袁向荣, 蔡卡宏, 等. 五等跨连续梁模态分析试验及冲击系数[J]. 实验室研究与探索, 2016, 35(5): 10-13.  
LIU Hui, YUAN Xiang-rong, CAI Ka-hong, et al. Modal analysis test to a five equal spans continuous beam and study of impact factor[J]. Research and Exploration in Laboratory, 2016, 35(5): 10-13.

- [28] 任张晨,袁向荣,陈泽贤,等. 四不等跨连续梁振动试验分析及冲击系数探讨[J]. 实验室研究与探索, 2017,36(8):29-33.  
REN Zhang-chen, YUAN Xiang-rong, CHEN Ze-xian, et al. Vibration test analysis of four-unequal-span continuous beam and discussion on impact coefficient[J]. Research and Exploration in Laboratory, 2017,36(8):29-33.
- [29] 杨 彬. 汽车荷载对桥梁不同截面的冲击效应分析[D]. 重庆:重庆交通大学,2015.  
YANG Bin. Analysis of the impact effect of the different sections of the bridge subjected to auto load[D]. Chongqing:Chongqing Jiaotong University,2015.
- [30] 盛国刚,彭 献,李传习. 连续梁桥与车辆耦合振动系统冲击系数的研究[J]. 桥梁建设,2003(6):5-7.  
SHENG Guo-gang, PENG Xian, LI Chuan-xi. Study of impact coefficients of coupled vibration system of continuous girder bridge and moving vehicles [J]. Bridge Construction,2003(6):5-7.
- [31] 何 维. 中小跨径梁桥动力冲击系数研究[D]. 长沙:湖南大学,2015.  
HE Wei. Study of dynamic impact factor for medium and small span beam bridge [D]. Changsha: Hunan University,2015.
- 
- (上接第55页)
- [24] 王朝辉,李 蕊,赵娟娟,等. 两种新型无机复合阻燃改性沥青的流变性能及其阻燃机制[J]. 复合材料学报,2014,31(6):1597-1603.  
WANG Chao-hui, LI Rui, ZHAO Juan-juan, et al. Rheological properties and retardant mechanisms of two types of new inorganic composite flame retardant modified asphalts[J]. Acta Materiae Compositae Sinica,2014,31(6):1597-1603.
- [25] 杨 光,余剑英,李玉环,等. 阻燃 SBS 改性沥青的制备与性能研究[J]. 武汉理工大学学报,2016,38(5):8-12.  
YANG Guang, YU Jian-ying, LI Yu-huan, et al. Preparation and properties of flame-retardant SBS modified bitumen[J]. Journal of Wuhan University of Technology,2016,38(5):8-12.
- [26] 黄志义,武 斌,康 诚,等. 复合氢氧化物改性沥青阻燃和路用性能[J]. 浙江大学学报:工学版,2016,50(1):27-32.  
HUANG Zhi-yi, WU Bin, KANG Cheng, et al. Flame retardant and pavement performance of composite hydroxide modified asphalt[J]. Journal of Zhejiang University:Engineering Science,2016,50(1):27-32.
- [27] 梁永胜,余剑英,李汶卒,等. 氢氧化铝/蒙脱土复合阻燃沥青的制备与性能研究[J]. 武汉理工大学学报,2013,35(10):38-42.  
LIANG Yong-sheng, YU Jian-ying, LI Wen-zu, et al. Preparation and properties of flame-retardant bitumen with aluminum trihydroxide/montmorillonite [J]. Journal of Wuhan University of Technology,2013,35(10):38-42.