

文章编号:1671-8879(2018)04-0102-09

# 基于微分几何的非线性主动空气悬架仿真

赵丹, 马建, 王建锋

(长安大学 汽车学院, 陕西 西安 710064)

**摘要:** 针对被动空气悬架系统不能很好解决车辆乘坐舒适性和操控稳定性问题, 基于空气悬架的非线性特点有针对性的研究主动控制策略, 以进一步提高其性能, 使车辆在各种路面条件下实现主动调节。开展了大客车用空气弹簧试验, 获得空气弹簧的非线性弹性力及非线性阻尼力数据, 并在实测数据的基础上, 采用 MATLAB/Simulink 建立了 1/4 非线性主动空气悬架模型。应用微分几何理论中的输出-干扰解耦方法, 通过适当的坐标变换将 1/4 非线性主动空气悬架模型简化为线性系统并实施线性二次型调节器(LQR)最优控制, 尝试将自适应遗传算法应用于 LQR 最优控制权阵的确定。通过分析主动空气悬架性能评价指标的特点设置适当的适应度函数, 再利用自适应遗传算法的全局寻优能力得到最优控制权阵, 从而获得非线性主动空气悬架的最优反馈控制力。以模拟产生的不同路面的不平度曲线和不同车速作为激励作用于车辆模型进行仿真试验, 并对仿真结果进行了分析。结果表明: 设计的基于微分几何理论的最优控制器获得了良好的控制效果, 对车身垂直振动加速度、悬架动挠度及轮胎形变的改善效果明显, 有效提高了汽车行驶平顺性和安全性。研究结果可为非线性汽车悬架的控制提供理论参考。

**关键词:** 汽车工程; 空气弹簧; 微分几何; 自适应遗传算法; 仿真

中图分类号: U461 文献标志码: A

## Simulation study of nonlinear active air suspension based on differential geometry

ZHAO Dan, MA Jian, WANG Jian-feng

(School of Automobile, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China)

**Abstract:** Aim at the passive air suspension systems cannot solve the problem of vehicle ride comfort and handling stability well, a targeted active control strategy was researched based on the nonlinear characteristics of air suspension, to improve performance further and realize better adjustment of the vehicles under various road conditions. The bus-with-air-spring experiment was carried out, and the nonlinear elastic force of the air spring and nonlinear damping force data, which was based on the measured data, were obtained. The nonlinear active air suspension model was established using MATLAB/Simulink. The output-interference decoupling method for differential geometry theory was used, 1/4 nonlinear active air suspension model was simplified into a linear system using appropriate coordinate transformation, and linear quadratic regulator (LQR) optimal control was implemented. The adaptive genetic algorithm was used to determine

收稿日期: 2018-03-20

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金项目(310832161010)

作者简介: 赵丹(1981-), 男, 陕西蓝田人, 工学博士研究生, E-mail: danzhao@chd.edu.cn。

the optimal LQR control matrix. The characteristics of the active air suspension performance evaluation index were analyzed to formulate the appropriate fitness functions, and the adaptive global optimization ability of the genetic algorithm was used to obtain the optimal control matrix. The optimal feedback control of the nonlinear active air suspension was thus obtained. Simulation experiments were carried out on vehicle models with different road surface roughness curves and different speeds as incentives, and the simulation results were analyzed. The results show that the design of the optimal controller based on differential geometry theory obtains good control. The body vertical vibration acceleration, suspension dynamic deflection, and improvement in the tire deformation are evident. This can improve the vehicle riding comfort and safety effectively. The results can also provide a useful theoretical reference for the control of nonlinear automobile suspensions. 1 tab, 7 figs, 37 refs.

**Key words:** automotive engineering; air spring; differential geometry; adaptive genetic algorithm; simulation

## 0 引言

悬架是汽车的重要组成部分,其性能在很大程度上决定了汽车乘坐舒适性和操控稳定性。传统的被动悬架参数一经选定就难以改变,一旦行驶条件发生变化,其性能将会变差。而主动悬架能根据汽车激励及工况的不同实时调节悬架系统参数,使汽车保持最佳行驶状态。因为空气悬架的刚度和阻尼具有明显的非线性特性,所以许多针对线性模型的分析方法已不适用<sup>[1-3]</sup>。根据空气悬架的特点建立符合实际的非线性模型是获得良好控制效果的基础,许多研究人员在这方面做了有益的尝试,得出了非线性悬架模型更符合实际且能获得更好的控制效果。文献[4]以车辆用囊式空气弹簧为研究对象,在深入分析囊体受力及材料特性的基础上,建立了空气弹簧载荷模型;采用几何图解的方法对该模型进行了仿真计算,并设计试验系统对空气弹簧的特性进行测试;研究表明囊体材料在变形过程的应力与应变呈非线性关系。文献[5]和文献[6]中针对空气弹簧具有典型的动刚度特性,采用固定弹簧刚度往往导致控制效果不佳的问题,提出了阻尼多模式自适应切换控制思想,获得了很好的控制效果,从侧面验证了采用变阻尼、变刚度模型更符合悬架的实际情况。文献[7]提出一种由空气弹簧和单筒式液压减震器组成的新型减震器,应用流体力学及热力学理论,建立其非线性刚度特性数学模型;运用 Simulink 软件对气室压力、总成弹性力及总成刚度与行程的关系进行仿真分析,结果表明总成刚度随行程的变化呈非线性变化,这种特性能在不良路面激励情况下抑制车轮跳动和“悬架击穿”情况发生;台架

试验测试结果与仿真结果基本一致,表明建立的非线性悬架数学模型符合实际情况。文献[8]考虑了空气悬架的刚度、阻尼系数等参数会随着车辆的载荷、车速、路况的变化而变化的特点,建立二自由度空气悬架非线性动力学模型,设计了模糊滑模 backstepping 控制器并进行了仿真验证;结果表明该方法设计的控制器能够在车辆参数变化情况下大幅提高空气悬架系统减振效果。文献[9]基于车辆系统动力学和热力学理论,建立了变质量气体充放电系统的高度调节系统非线性机理模型;对电磁阀高度调节过程的连续/离散动力学模型和开关状态切换模型进行了分析,并利用 MLD(混合逻辑动态)模型研究了车辆高度调整控制策略;利用 HYSDEL 编译软件对非线性机理模型和 MLD 模型进行了联合仿真,仿真和试验结果表明该控制策略的有效性。文献[10]利用 MATLAB/Simulink 和 DSHplus 软件建立了带空气弹簧模块的联合仿真模型;在建模过程中,考虑了悬架弹簧的刚度随位移量非线性变化的特征,在建立的非线性模型基础上,通过试验获得了空气弹簧模块关键参数,完成了 PID(比例-积分-微分)高度控制器设计;仿真结果表明,该控制器具有动作及时,响应迅速等特点。文献[11]建立了分段线性非线性悬架系统的动力学模型,并运用 KB 方法求得悬架数学模型的解析解;利用其幅频响应曲线分析指出,缓冲簧间隙适当时系统呈现明显非线性特性。文献[12]建立了考虑限位器的悬架非线性隔振系统的数学模型;利用系统动力学和随机振动理论建立了简化的 1/2 的四自由度模型,在时域内对整车非线性系统振动特性进行仿真,并与传统的线性悬架系统动力学特性进行对比,研究悬

架隔振系统非线性特性对汽车平顺性的影响。文献[13]对空气弹簧、阻尼减振器和钢板弹簧等车辆悬架系统的重要组成部件的非线性特性进行分析,指出这些部件具有非线性特性,可大大提高车辆的行驶平顺性,并分析了非线性车辆悬架部件的研究方法和发展方向。文献[14]考虑了减振器的阻尼非线性和空气弹簧的非线性,建立 1/4 汽车空气悬架系统的单自由度非线性动力系统模型;以某客车为例,揭示路面不平度激励幅值、激励频率、减振器阻尼系数和非线性阻尼系数对系统中分岔和混沌运动的影响。文献[15]从空气力学的角度分析了空气弹簧弹力变化过程,引入了多个弹簧参数来计算弹力,然后建立了空气弹簧非线性振动模型;在此基础上构建了空气悬架 1/4 车辆模型,并通过同参数下的被动悬架比较,表明非线性振动模型能正确模拟空气弹簧工作过程且减小车辆对道路的损坏。文献[16]针对空气弹簧的非线性特性,在考虑气囊压力、有效面积、有效容积等基础上建立了空气弹簧弹力模型;基于空气弹簧的非线性特性建立了二自由度车辆振动模型并进行仿真分析,结果表明该控制策略具有较好的控制效果。文献[17]利用空气弹簧有限元模型拟合其受力曲线,将非线性动力学与车辆悬架动力学、有限元软件和非线性理论分析相结合,分析了单频正弦激励下汽车空气弹簧悬架的四自由度 1/2 车辆模型的非线性行为。

对非线性系统,传统的近似线性化处理方法是将系统模型在平衡点附件进行泰勒级数展开并忽略高阶项,对于有一定抗干扰能力并保持工作点相对稳定的弱非线性系统,这种方法尚可适用;随着工作区域的扩大,这种方法的误差将会逐渐增大,某些情况下还会得出错误的结论,而对一些强非线性系统,这种方法并不适用<sup>[18-20]</sup>。基于微分几何的精确反馈线性化方法给非线性系统控制提供了一种新的思路;该方法针对一类仿射非线性系统,通过适合的坐标变换及非线性反馈,把复杂的非线性系统转化为相对简单的线性系统,然后利用成熟的线性控制理论获得理想的控制效果<sup>[21-22]</sup>;该方法已在液压主动悬架、油气主动悬架控制方面获得应用并成为研究非线性悬架系统控制的热点之一<sup>[23-24]</sup>。线性二次型调节器(LQR)控制作为一种广泛应用的线性控制方法,具有性能指标物理意义明确且理论成熟、容易获得最优主动控制力的解析表达。但 LQR 控制性能指标的权阵求取是一个难点。近年来,许多学者尝试利用智能优化算法的全局寻优能力寻找最优

权阵获得了不错效果<sup>[25-33]</sup>。

笔者论证了空气悬架具有的非线性能让汽车获得良好的乘坐舒适性<sup>[34]</sup>。本文将以此结论为基础,建立 1/4 车辆主动空气悬架模型,并采用微分几何方法对悬架模型实施精确线性化,然后利用 LQR 理论对系统实施控制,最后通过仿真验证提出的算法的有效性。

## 1 非线性主动空气悬架模型的建立

### 1.1 非线性空气弹簧弹性和阻尼力

主动空气悬架的支撑力可用等效的非线性弹簧和非线性阻尼器代替。本文采用济南使金集团有限公司生产的 PLS-30 型电液伺服液压振动试验台,实测某型空气悬架的弹性力和阻尼力,在选定静态平衡位置后,考虑满载下大客车的实际情况,取形变量为 [−70 mm, +70 mm]、速度变化为 [−1 m/s, +1 m/s] 进行试验,如图 1、图 2 所示。



图 1 试验现场

Fig. 1 Experiment site



图 2 试验用空气悬架气囊

Fig. 2 Air suspension air bag for experiment

通过选择不同的形变量实测其空气悬架的非线性弹性力,选择不同的速度变化数值获得空气弹簧的非线性阻尼力,分别获得的 1 000 组弹性力实测

数据,700组阻尼力实测数据。利用样条拟合法获得空气悬架刚度和阻尼特性曲线,如图3、图4所示。由图3、图4可以看出,空气悬架的刚度和阻尼具有明显的非线性特征。

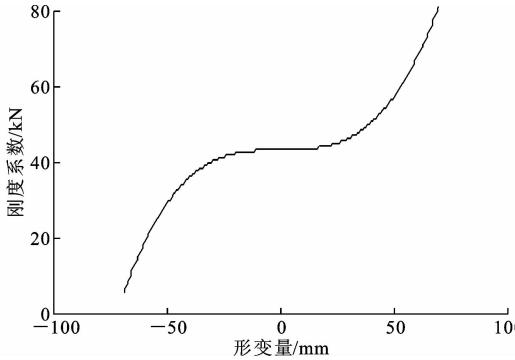


图3 空气悬架刚度特性曲线

Fig. 3 Stiffness characteristic curve of air suspension

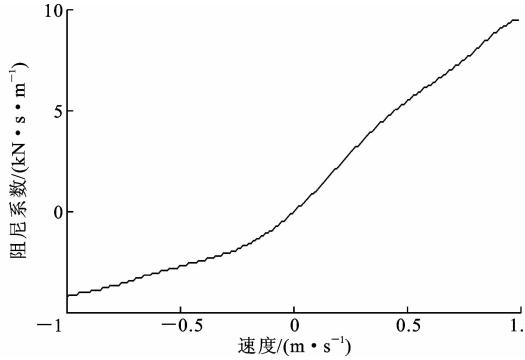


图4 空气悬架阻尼特性曲线

Fig. 4 Damping characteristic curve of air suspension

## 1.2 二自由度1/4悬架模型的建立

主动空气悬架采用并联式结构,即在被动悬架基础上增加作动器。主动控制力来源于空气弹簧内部压强的变化,可用一个气缸代替,其二自由度1/4非线性主动空气悬架模型如图5所示。图5中: $x_b$ 、 $x_a$ 分别为车身垂向位移、轮胎垂向位移; $k_a$ 为悬架等效刚度系数; $c_a$ 为悬架等效阻尼系数。该结构的优点在于即使作动器因某种原因失效,弹性元件及阻尼元件仍能使悬架以被动悬架的形式继续工作,增加了悬架的可靠性。同时,主动控制力的一部分可由被动元件实现,降低了能耗。

取静态平衡位置为初始参考点,其动力学微分方程为

$$\begin{cases} m_b \ddot{x}_b + f_t + f_z - u = 0 \\ m_a \ddot{x}_a - f_t - f_z + K_r(x_a - x_r) + u = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $u$ 为主动控制力,主动控制力通过压差乘以有效工作面积计算; $f_t$ 为空气悬架的非线性弹性力; $f_z$ 为空气悬架的减振器产生的非线性阻尼力, $f_t$ 、

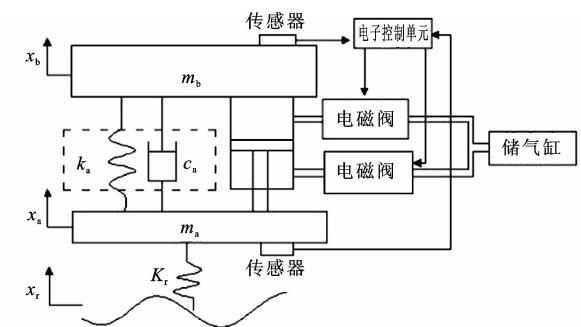


图5 二自由度1/4主动空气悬架模型

Fig. 5 Two-degree of freedom 1/4 of active air suspension model  
 $f_z$  均通过试验获得;  $m_b$ 、 $m_a$  分别为悬挂质量和非悬挂质量;  $K_r$  为轮胎简化为一弹簧刚度;  $x_r$  为路面激励垂直方向上的位移输入。

选取  $x_b - x_a$ 、 $\dot{x}_b$ 、 $x_a - x_r$ 、 $\dot{x}_a$  为状态变量  $x$ ,  $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ , 即矩阵  $x = [x_b - x_a, \dot{x}_b, x_a - x_r, \dot{x}_a]^T = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ , 则式(1)的状态空间表达式为

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + \eta(x)w \quad (2)$$

并取输出量  $y$  为

$$y = h(x) = x_1 \quad (3)$$

$$\text{式中: } f(x) = \begin{bmatrix} x_2 - x_4 \\ -\frac{1}{m_b}(f_t + f_z) \\ x_4 \\ \frac{1}{m_a}(f_t + f_z - K_r x_3) \end{bmatrix}; g(x) = \begin{bmatrix} 0, \frac{1}{m_b}, 0, \frac{1}{m_a} \end{bmatrix}^T; \eta(x) = [0, 0, -1, 0]^T; w = \dot{x}_r$$

## 2 微分几何方法

模型化后的主动悬架系统实际上是仿射非线性系统,对于这类系统微分几何理论已被证明是有效的工具,可通过坐标变换和非线性反馈将这类非线性系统转化为线性系统。对于单输入、单输出仿射型非线性系统,有

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x} = f(x) + g(x)u + \eta(x)w \\ y = h(x) \end{array} \right\} \quad (4)$$

这里  $x \in R^n$ ,  $y \in R^1$ ,  $f(x)$  与  $g(x)$  为向量场, 定义  $L$  为李导数算子, 则如果: ①  $L_g L_f^k h(x) = 0$  对于所有在  $x^0$  邻域内的元素  $x$ ; ②  $L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0$  则说系统式(4)在  $x^0$  邻域中具有关系度  $r$ ,  $L_g$ ,  $L_f$  均为过程参数。

定理: 对于系统  $\dot{x} = f(x) + g(x)u + \eta(x)w$ ,  $y = h(x)$ , 定义  $\eta(x)$  为向量场,  $w$  为干扰。系统在

$x^0$ 的邻域内  $r$ , 当且仅具有关系度  $r$ , 对于在  $x^0$  邻域内所有元素  $x$ , 对于向量场  $\eta(x)$  和矩阵  $\Omega(x) =$

$$\begin{bmatrix} \partial h(x)/\partial x \\ \partial(L_f h(x))/\partial x \\ \vdots \\ \partial(L_f^{-1} h(x))/\partial x \end{bmatrix}; \text{若有 } \Omega(x)\eta(x)=0, \text{则系统可}$$

通过状态反馈  $u = -\frac{L_f^T h(x)}{L_g L_f^{-1} h(x)} + \frac{1}{L_g L_f^{-1} h(x)} v$  使其成为输出-干扰解耦的线性控制系统<sup>[35]</sup>,  $v$  为线性优化后的最优反馈。通过上述理论可实现仿射非线性系统的精确解耦线性化。

### 3 非线性系统最优控制器的设计

#### 3.1 微分几何精确线性化

对于本文建立的主动悬架系统[式(2)、式(3)], 显见:  $L_g L_f^0 h(x) = L_g h(x) = 0$ ,  $L_g L_f h(x) = \frac{1}{m_b} + \frac{1}{m_a} \neq 0$ , 所以, 此主动悬架系统关系度  $r=2$ 。

而  $\eta(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $\Omega(x)\eta(x)=0$ , 符合定理中的充要条件。那么, 系统可通过状态反馈

$$u = f_t + f_z - K_r x_3 \frac{m_b}{m_b + m_a} + \frac{m_b m_a}{m_b + m_a} v \quad (5)$$

使其成为输出-干扰解耦的控制系统。取坐标变换, 有新坐标系  $z$  下的状态空间  $z$

$$z = (h(x), L_f h(x), \dots, L_f^{r-1} h(x)) \quad (6)$$

得线性方程  $\dot{z} = Az + Bv$ , 其中:  $A = \begin{bmatrix} 0 & L_{r-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{r \times r}$ ,  $B = [0 \dots 0 1]_{r \times 1}^\top$ ,  $L_{r-1}$  为常数。

状态反馈  $u$  的表达[式(5)]中的  $v$  可根据新定义坐标系下的  $z_1 \sim z_r$  状态空间线性方程

$$\dot{z}_1 = z_2 \dots \dot{z}_{r-1} = z_r, \dot{z}_r = v \quad (7)$$

的最优控制设计方法得到

$$v = -k_1^* z_1 - k_2^* z_2 - \dots - k_r^* z_r = -k_1^* h(x) - k_1^* L_f h(x) - \dots - k_r^* L_f^{r-1} h(x) \quad (8)$$

显然, 式(8)为一线性系统, 是非线性主动空气悬架系统经反馈线性化后的结果。

$K^* = [k_1^* \ k_2^* \ \dots \ k_r^*]$  为线性化后系统的最优增益, 根据线性二次最优控制理论, 可知:  $K^* = R B^T P$ 。其中:  $R$  为性能指标权矩阵;  $B$  为  $r$  维向量, 即  $B = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]^\top$ ;  $P$  为黎卡提矩阵方程  $A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + I = 0$  的解,  $I$  为单位阵;  $A$  矩阵有如下形式

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

综上有:  $\dot{z}_1 = z_2$ ,  $\dot{z}_2 = v$ 。其中  $z_1 = h(x) = x_2$ ,  $z_2 = \dot{x}_1 = x_2 - x_4$ , 故  $v = -k_1^* x_1 - k_2^* (x_2 - x_4)$ 。

#### 3.2 非线性最优控制器的设计

对于线性化后的非线性主动空气悬架系统, 利用 LQR 最优控制理论计算出最优反馈控制力, 再通过式(5)获得原非线性系统的主动最优控制力, 设计非线性最优控制器。定义性能指标  $J$  为

$$J = \int_0^{+\infty} (z^\top Q z + v^\top R v) dt \quad (9)$$

考虑汽车动态特性的可能取值范围及上述条件, 选择参数  $R = 1$ ,  $Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}$ ,  $q_1$ 、 $q_2$  为待优化参数, 则其存在唯一最优控制为

$$v = -R^{-1} B^T P z = -K z \quad (10)$$

$P$  是黎卡提方程式(11)的解

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + I = 0 \quad (11)$$

将  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}$ ,  $R = 1$  代入式(11), 结合  $Q$ 、 $P$  满足正定条件, 可得

$$v = -\sqrt{q_1} x_1 - \sqrt{q_2 + 2\sqrt{q_1}} (x_2 - x_4) \quad (12)$$

将  $v$  代入式(11), 得到原系统的状态反馈控制器

$$u = f_t + f_z - K_r x_3 \frac{m_b}{m_b + m_a} + \frac{m_b m_a}{m_b + m_a} \cdot [-\sqrt{q_1} x_1 - \sqrt{q_2 + 2\sqrt{q_1}} (x_2 - x_4)] \quad (13)$$

#### 3.3 利用自适应遗传算法优化权重矩阵参数

通常情况下, 衡量车辆性能的 3 个常用指标: 车身垂直加速度、悬架动挠度、轮胎变形的数量级和单位并不一致, 所以考虑用三者与其相应被动悬架性能的比值, 作为遗传算法的适应度函数  $L_{min}$ , 如式(14)所示<sup>[36]</sup>。同时, 考虑优化的实际情况, 以式(15)、式(16)作为约束条件, 即

$$L_{min} = \frac{\varphi_1^*}{\varphi_1} + \frac{\varphi_2^*}{\varphi_2} + \frac{\varphi_3^*}{\varphi_3} \quad (14)$$

令

$$X = (q_1, q_2) \quad 0.1 < X_i < 10^6 \quad i=1, 2, 3 \quad (15)$$

s.t.

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_1^* < \varphi_1 \\ \varphi_2^* < \varphi_2 \\ \varphi_3^* < \varphi_3 \end{array} \right\} \quad (16)$$

式中: $\varphi_1^*, \varphi_2^*, \varphi_3^*$  表示主动悬架各项指标, 分别为车身垂直加速度、悬架动挠度、轮胎动变形的均方根值; $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  分别为相应被动悬架的响应值, 计算时把主动控制力取为 0 就可求得。

优化过程中对约束的处理使用惩罚函数法:在条件式(15)的范围内, 赋值给  $q_1, q_2$  后, 根据式(14)计算得到适应度函数值;若同时满足条件式(16)则适应度函数值即为所得到的  $L_{\min}$  值;否则, 使用惩罚函数, 给该赋值下的适应度数值加上一个较大正数, 本文取 10, 这样就保证了种群向满足约束的方向进化。

在自适应遗传算法的基础之上对 LQR 控制器的加权系数进行全局寻找最优解的步骤, 描述如下。

(1) 初始值设定:采用实数编码, 上下限范围内随机产生种群;种群规模取 100, 终止代数为 20。

(2) 把种群个体值依次赋值给性能指标权阵的权系数  $q_1, q_2$ , 计算该个体下悬架的性能指标。

(3) 由式(14)计算适应度函数值判断是否符合

要终止自适应遗传算法的条件;若达到终止条件, 退出程序并求得最优个体;否则执行步骤(4)。

(4) 利用自适应遗传算法进行优化选择、保留精英, 精英个数选择 10, 交叉及变异采用自适应调整策略<sup>[37]</sup>, 产生新物种, 并转到步骤(2)。

## 4 仿真分析

根据设计的微分几何控制器, 针对汽车的不同行驶工况, 对微分几何控制下的系统进行仿真分析, 并与被动悬架进行比较。利用 MATLAB/Simulink 建立仿真模型, 输入采用子系统实现, 把模拟产生的不同路面激励封装其中。通过设置不同的输入激励, 得到不同的输出响应。非线性弹性力、非线性阻尼力采用 R2014a 版本 MATLAB/Simulink 中的 lookup-table 模块, 把试验获得数据输入模块进行数据拟合, 然后联入仿真图。建立非线性主动空气悬架 Simulink 仿真如图 6 所示。

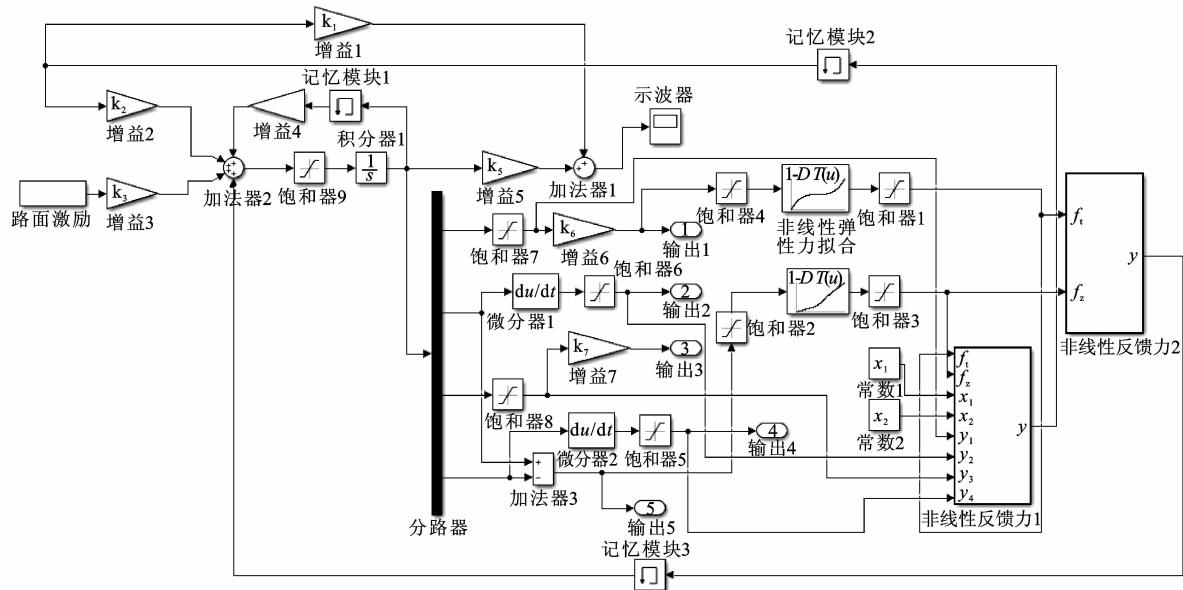


图 6 非线性主动空气悬架 Simulink 仿真

Fig. 6 Simulink simulation of nonlinear active air suspension

图 7 给出汽车以 70 km/h 速度行驶在 B 级路面上的响应特性曲线。 $q_1, q_2$  的优化采用前文所述自适应遗传算法, 其他参数值为:  $m_b = 3150 \text{ kg}$ ,  $m_a = 325 \text{ kg}$ ,  $K_r = 1850000 \text{ N/m}$ 。

表 1 给出 B 级路面上汽车以 70 km/h 速度行驶条件下微分几何控制车身加速度、悬架动挠度的均方根值(RMS)。

由图 7(a)~图 7(c)和表 1 可看出:微分几何控制器显著的减少了车身垂直加速度, 对悬架动挠度及轮胎动位移也有一定程度的改善。相比于被动悬

架, 在 B 级路面 70 km/h 速度行驶条件下, 微分几何控制策略使主动空气悬架车身垂直加速度、悬架动挠度、轮胎动位移的均方根值分别减少了 45.72%、11.03%、11.11%。图 7(d)~图 7(e)为车身垂加速度、悬架动挠度和轮胎动载荷频域响应结果, 通过对比可知:车身垂直加速度功率谱在低频段减小明显, 高频段变化不大。悬架动挠度、轮胎动载荷功率谱在高、低频段范围内都明显降低, 有效降低了悬架撞击限位块的概率, 提高了汽车平顺性和操纵稳定性。

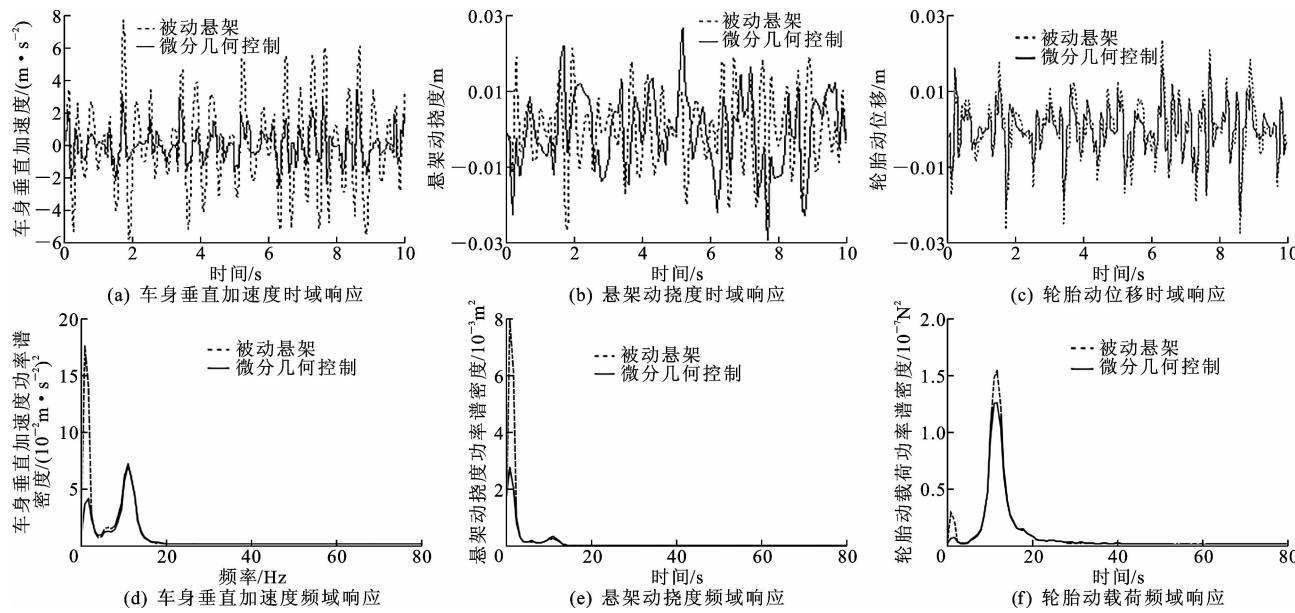


图 7 B 级路面激励下汽车响应特性曲线

Fig. 7 Response characteristic curves of vehicle under excitation of class B road surface

表 1 B 级路面激励下微分几何悬架性能指标的 RMS

Tab. 1 RMS values of performance index of differential geometric suspension under excitation of class B road surface

RMS 值	车身垂直加速度 / ( $m \cdot s^{-2}$ )	悬架动 挠度/m	轮胎动 位移/m
被动悬架	2.233 7	0.043 5	0.008 1
微分几何控制	1.212 3	0.038 7	0.007 2

## 5 结语

(1)本文在试验获得空气悬架弹性力、阻尼力数据基础上,采用非线性弹性力和非线性阻尼力描述实际主动空气悬架系统,建立了更精确的 1/4 主动空气悬架非线性模型。运用微分几何方法,通过适当的坐标变换和非线性状态反馈将非线性主动空气悬架系统转化为线性系统。把自适应遗传算法和最优控制策略相结合对线性化的系统实施线性最优控制,并通过 MATLAB/Simulik 搭建仿真模型对非线性主动空气悬架系统进行仿真分析。

(2)仿真结果表明:基于微分几何的主动悬架控制方法能使车身垂直加速度、悬架动挠度、轮胎变形等性能指标优化,达到减小车身振动,提高行驶平顺性的目的;通过时域、频域的比较分析可知,其性能明显优于被动悬架,验证了本文方法对空气悬架性能有较大幅度的改善。

(3)下一步的工作方向应着力于整车的仿真及试验,进一步研究微分几何方法在改善整车俯仰、侧倾方面的效果和可靠性。

## 参考文献:

### References:

- [1] 徐宁,詹长书.基于 ADAMS 和 MATLAB 的空气悬架系统仿真与试验研究[J].汽车技术,2013(1):42-44.  
XU Ning, ZHAN Chang-shu. Simulation and experimental study of air suspension system based on ADAMS and MATLAB [J]. Automotive Engineering, 2013(1):42-44.
- [2] 王伟,钟益民.公路客车空气悬架的发展趋势及在我国的应用前景分析[J].汽车实用技术,2013(11):97-101.  
WANG Wei, ZHONG Yi-min. The development trend of air suspension of road bus and its application prospect in China [J]. Automotive Practical Technology, 2013(11):97-101.
- [3] 成小霞,李宝仁,杨钢,等.囊式空气弹簧载荷建模与实验研究[J].振动与冲击,2014,33(17):80-84.  
CHENG Xiao-xia, LI Bao-ren, YANG Gang, et al. Modeling and experimental study on the load of the air spring of the capsule type [J]. Vibration and Impact, 2014, 33(17):80-84.
- [4] 陆文昌,杨帆,汪少华,等.气动可调阻尼同轴一体式减振支柱阻尼特性研究[J].振动与冲击,2015,34(20):115-119,128.  
LU Wen-chang, YANG Fan, WANG Shao-hua, et al. Research on damping characteristics of pneumatic adjustable damping coaxial one-body vibration reduction pillar [J]. Vibration and Impact, 2015, 34(20):115-

- 119,128.
- [5] 汪少华,陈龙,孙晓强,等.电控空气悬架系统阻尼多模式自适应切换控制研究[J].农业机械学报,2013,44(12):31-37.  
WANG Shao-hua, CHEN Long, SUN Xiao-qiang, et al. Study on damping multimode adaptive switching control for electronically controlled air suspension system[J]. Journal of Agricultural Machinery, 2013, 44(12):31-37.
- [6] SUN X, CAI Y F, WANG S H, et al. Damping multi-model adaptive switching controller design for electronic air suspension system[J]. Journal of Agricultural Machinery, 2015, 17(6):3211-3223.
- [7] 江浩斌,杜滢君,叶燊辰.新型一体式悬架减振支柱行程相关刚度特性研究[J].振动与冲击,2012,31(22):66-70.  
JIANG Hao-bin, DU Ying-jun, YE Shen-chen. Stroke-dependent stiffness characteristics of a new type of integrated suspension strut[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(22):66-70.
- [8] 陈龙,喻力,崔晓利.阻尼多状态切换减振器的性能仿真与试验[J].江苏大学学报:自然科学版,2013,34(3):249-253.  
CHEN Long, YU Li, CUI Xiao-li. Performance simulation and test of damping multi-state switching damper[J]. Journal of Jiangsu University: Natural Science Edition, 2013, 34(3):249-253.
- [9] SUN X, CHEN L, WANG S H, et al. Vehicle height control of electronic air suspension system based on mixed logical dynamical modelling[J]. Science China Technological Sciences, 2015, 58(11):1894-1904.
- [10] 张军,雷帅,段嗣盛.空气悬架大客车高度控制仿真与试验研究[J].武汉理工大学学报,2012,34(4):123-126.  
ZHANG Jun, LEI Shuai, DUAN Si-sheng. Simulation and experimental research on air suspension couch height control [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2012, 34(4):123-126.
- [11] 卢胜文,贾启芬,于雯,等.汽车多自由度悬架的非线性振动特性[J].应用力学学报,2005,22(3):461-465,511-512.  
LU Sheng-wen, JIA Qi-fen, YU Wen, et al. Nonlinear dynamic characteristics of vehicle suspension system with multi-degrees of freedom[J]. Journal of Applied Mechanics, 2005, 22(3):461-465,511-512.
- [12] 肖海斌,方明霞.考虑限位器的汽车非线性系统振动特性[J].重庆工学院学报:自然科学版,2008,22(6):11-15.  
XIAO Hai-bin, FANG Ming-xia. Nonlinear vibration characteristics of automobile with retainer considered
- [J]. Journal of Chongqing Institute of Technology: Natural Science Edition, 2008, 22(6):11-15.
- [13] 杨柳青,陈无畏,汪洪波.基于 $H_2/H_\infty$ 控制的汽车主动悬架最优化鲁棒容错控制[J].中国机械工程,2012,23(24):3013-3019.  
YANG Liu-qing, CHEN Wu-wei, WANG Hong-bo. Optimal robust fault tolerant control for vehicle active suspension system based on  $H_2/H_\infty$  approach[J]. China Mechanical Engineering, 2012, 23 ( 24 ): 3013-3019.
- [14] 陈龙,任皓,袁朝春,等.轮毂电动机HEV动力系统设计与仿真[J].江苏大学学报:自然科学版,2015,36(1):6-10,42.  
CHEN Long, REN Hao, YUAN Chao-chun, et al. Design and simulation power system for hybrid electric vehicles with wheel motors[J]. Journal of Jiangsu University: Natural Science Edition, 2015, 36 ( 1 ): 6-10,42.
- [15] 王皓,周健,何志鹏,等.电流变客车减振器的力学分析与最优控制[J].电子科技大学学报,2015,44(4):631-635.  
WANG Hao, ZHOU Jian, HE Zhi-peng, et al. Linear quadratic optimal control theory applied to the damping system of the bus based on electrorheological fluid [J]. Journal of University of Electronic Science & Technology of China, 2015, 44(4):631-635.
- [16] 寇发荣,范养强,张传伟,等.车辆电动静液压作动器的半主动悬架时滞补偿控制[J].中国机械工程,2016,27(15):2111-2117.  
KOU Fa-rong, FAN Yang-qiang, ZHANG Chuan-wei, et al. Time delay compensation control of semi-active suspension with vehicle electro-hydrostatic actuator[J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27 ( 15 ): 2111-2117.
- [17] 么鸣涛,曹峰,阙瑞义,等.考虑汽车悬架动挠度的模糊PID控制[J].北京理工大学学报,2016,36(9):929-934.  
YAO Ming-tao, CAO Feng, QUE Rui-yi, et al. Fuzzy PID control considering vehicular suspension dynamic deflection [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2016, 36(9):929-934.
- [18] 陈思忠,卢凡,吴志成,等.基于反馈线性的非线性悬架系统振动状态观测[J].振动与冲击,2015,34(20):10-15.  
CHEN Si-zhong, LU Fan, WU Zhi-cheng, et al. Vibration state estimation of nonlinear suspension system based on feedback linearization[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(20):10-15.
- [19] 卢凡,陈思忠,刘畅,等.基于Kalman滤波器的车辆振动速度估计[J].振动与冲击,2014,33(13):

- 111-116.
- LU Fan, CHEN Si-zhong, LIU Chang, et al. Vehicle vibration velocity estimation based on Kalman filter [J]. *Vibration and Impact*, 2014, 33(13): 111-116.
- [20] 庄德军,柳江,喻凡,等.汽车油气弹簧非线性数学模型及特性[J].上海交通大学学报,2005,39(4):1441-1444.
- ZHUANG De-jun, LIU Jiang, YU fan, et al. The nonlinear mathematical model and characteristics of hydro-pneumatic spring[J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2005, 39(4): 1441-1444.
- [21] 李以农,郑玲.基于磁流变减振器的汽车半主动悬架非线性控制方法[J].机械工程学报,2005,41(5):31-37.
- LI Yi-nong, ZHENG Ling. Nonlinear control methods of automotive semi-active suspension based on the MR damper magnetorheological damper[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2005, 41 (5): 31-37.
- [22] 李小伟,史俊武,张建武.主动油气悬架反馈线性化及PID控制[J].上海交通大学学报,2009,43(10):1521-1525.
- LI Xiao-wei, SHI Jun-wu, ZHANG Jian-wu. Feedback linearization and PID control for active hydro pneumatic suspension[J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2009, 43(10): 1521-1525.
- [23] DANGOR M, DAHUNSI O A, PEDRO J O, et al. Evolutionary algorithm-based PID controller tuning for nonlinear quarter-car electrohydraulic vehicle suspensions [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 78 (4): 2795-2810.
- PEDRO J, DAHUNSI O. Neural network based feedback linearization control of a servo-hydraulic vehicle suspension system[J]. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2011, 21 (1): 137-147.
- [25] 高远,范健文,潘盛辉,等.汽车非线性主动悬架系统的分数阶模糊控制[J].中国机械工程,2015,26(10):1403-1408.
- GAO Yuan, FAN Jian-wen, PAN Sheng-hui, et al. Fractional-order fuzzy control method for vehicle nonlinear active suspension[J]. *China Mechanical Engineering*, 2015, 26(10): 1403-1408.
- [26] 王涛,陶薇.考虑随机因素的汽车悬架参数多目标稳健优化[J].振动与冲击,2009,28(11):146-149,210.
- WANG Tao, TAO Wei. Multi-objective robust optimization of automobile suspension parameters considering random factors[J]. *Vibration and Impact*, 2009, 28(11): 146-149, 210.
- [27] 孟杰,杨海鹏,陈庆樟,等.基于遗传算法优化的汽车半主动悬架 PID 控制仿真研究[J].现代制造工程,2013(6):93-94.
- MENG Jie, YANG Hai-peng, CHEN Qing-zhang, et al. Simulation research of the PID controller of vehicle suspension based on the genetic algorithm[J]. *Modern Manufacturing Engineering*, 2013(6): 93-94.
- [28] TANG Chuan-yin, ZHAO Guang-yao, LI Hua, et al. Research on suspension system based on genetic algorithm and neural network control[C]//IEEE. Intelligent Computation Technology and Automation 2009, Second International Conference on IEEE. New York: IEEE, 2009: 468-471.
- [29] CREWS J H, MATTSON M G, BUCKNER G D. Multi-objective control optimization for semi-active vehicle suspensions[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(23): 5502-5516.
- [31] SUN X, CAI Y, WANG S, et al. A hybrid approach to modeling and control of vehicle height for electronically controlled air suspension[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 29(1): 152-162.
- [34] 赵丹,马建,王建峰.非线性悬架大客车平顺性仿真研究[J].计算机仿真,2015,32(9):176-179,258.
- ZHAO Dan, MA Jian, WANG Jian-feng. Nonlinear suspension bus ride comfort simulation study [J]. *Computer Simulation*, 2015, 32(9): 176-179, 258.
- [35] 么鸣涛,管继富,顾亮.基于微分几何法的车辆半主动悬架控制[J].沈阳工业大学学报,2011,33(4):400-404.
- YAO Ming-tao, GUAN Ji-fu, GU Liang. Control for vehicle semi-active suspension based on differential geometry theory[J]. *Journal of Shenyang University of Technology*, 2011, 33(4): 400-404.
- [36] 蓝会立,高远,范健文,等.基于遗传算法的车辆4自由度主动悬架最优控制研究[J].合肥工业大学学报:自然科学版,2014,37(11):1304-1310.
- LAN Hui-li, GAO Yuan, FAN Jian-wen, et al. Optimal control of vehicle active suspension with four degrees of freedom based on genetic algorithm[J]. *Journal of Hefei University of Technology: Natural Science Edition*, 2014, 37(11): 1304-1310.
- [37] 曲志坚,张先伟,曹雁锋,等.基于自适应机制的遗传算法研究[J].计算机应用研究,2015,32(11):3222-3225,3229.
- QU Zhi-jian, ZHANG Xian-wei, CAO Yan-feng, et al. Research on genetic algorithm based on adaptive mechanism[J]. *Application Research of Computers*, 2015, 32(11): 3222-3225, 3229.