

半正弦循环荷载作用下的一维非线性固结

程大伟^{1,2}, 陈 茜³

(1. 长安大学 环境科学与工程学院, 陕西 西安 710054; 2. 长安大学 旱区地下水文与生态效应教育部重点实验室, 陕西 西安 710054; 3. 陕西理工大学 土木工程与建筑学院, 陕西 汉中 723000)

摘 要:针对高速公路、机场、铁路等设施上的交通荷载易引发路基土的固结沉降问题,将交通荷载视为半正弦循环荷载,分析该类荷载作用下土体的固结过程以及荷载间歇期、荷载频率、初始超静孔隙水压力等参量对固结过程的影响。通过修正 Davis 假定,使一维非线性固结控制方程适用于模拟具有非零初始超静孔隙水压力条件的饱和土固结过程,采用分离变量法推导半正弦循环荷载作用下一维非线性固结方程通解,并给出初始超静孔隙水压力为常数、正三角形分布和倒三角形分布 3 种典型初始条件下的解析解。模拟了不同的荷载间歇期、荷载频率和初始超静孔隙水压力条件下均质饱和黏土的固结过程。结果表明:固结过程中超静孔隙水压力峰值随时间增大而减小,有效应力和平均固结度峰值随时间增大而增大;初始条件的差异对固结过程的早期具有明显的影响,当初始超静孔隙水压力为 0 时,有效应力和平均固结度峰值均最大,其他情况下从大到小依次为倒三角形分布、正三角形分布、矩形分布;间歇期或荷载频率的差异对整个固结过程均存在影响,随着间歇期的增大,达到稳定时的平均固结峰值减小,固结过程延缓,随着荷载频率的减小,平均固结度峰值增大,固结过程加快。

关键词:道路工程;路基;非线性固结;半正弦循环荷载;解析解;初始条件

中图分类号:U416.01

文献标志码:A

1D non-linear consolidation under haversine repeated loading

CHENG Da-wei^{1,2}, CHEN Xi³

(1. School of Environmental Science and Engineering, Chang'an University, Xi'an 710054, Shaanxi, China;
2. Key Laboratory of Subsurface Hydrology and Ecological Effect in Arid Region of Ministry of Education, Chang'an University, Xi'an 710054, Shaanxi, China; 3. School of Civil Engineering and Architecture, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723000, Shaanxi, China)

Abstract: For the problems of consolidation settlement of subgrade soil caused by traffic loads, which were considered as haversine repeated loading, on expressways, airports, railways and other traffic facilities, the paper analyzed soil consolidation process and the influence of loading rest periods, loading frequency and soil initial excess pore water pressure. By modifying the Davis's hypotheses, the 1D nonlinear consolidation governing equation could be applied to saturated soil consolidation process under the condition of non-zero initial excess pore water pressure. The general solutions of the governing equation were derived via the separation variable method under haversine repeated loading. The analytical solutions with three typical initial

conditions, including initial excess pore water pressure as constant, regular triangular distribution and inverted triangular distribution were reported. Consolidation process of homogeneous saturated soil was simulated for different conditions, such as rest periods of loading, frequencies of loading and initial excess water pressure. The results show that the peak value of excess pore-water pressure decreases with time, but effective stress and average consolidation increase with time. The effects of the initial conditions on the consolidation process happens mainly during the early stages of consolidation. Under zero initial excess pore-water pressure condition, peaks of effective stress and average consolidation degree are the highest. Other cases from large to small in order are inverse triangular distribution condition, triangular distribution condition, and rectangle distribution condition. The differences of rest periods or loading frequencies have an impact on all stages of the consolidation process. With the increase of the rest period, the peak of the average consolidation degree decreases when reaching the static state and the consolidation process is delayed. With the decrease of loading frequency, the average consolidation peak increases, and the consolidation process is accelerated. 7 figs, 22 refs.

Key words: road engineering; subgrade; non-linear consolidation; haversine repeated loading; analytical solution; initial condition

0 引言

固结对土的工程性状有重要影响,与土工建筑物和地基的渗流、稳定和沉降等联系密切^[1-3]。在太沙基提出瞬时加载作用下一维线性固结理论之后,该理论被进一步发展用于考虑荷载随时间变化时土的固结问题^[4]。Olson 通过将连续加载过程划分为一系列加载步,然后利用太沙基瞬时荷载下的解答,给出荷载随时间单调变化下一维线性固结的近似解^[5];Conte 等采用分离变量法给出了单步加载和循环荷载作用下一维线性固结在特定边界条件下的解析解^[6];Razouki 等针对具体荷载形式——无间歇期的半正弦循环荷载,分别给出了数值解^[7]和解析解^[8]。然而,实践表明固结系数和渗透系数随固结过程的发展而变化,该固结过程称为非线性固结。Lo 在研究土的固结问题时认识到固结系数变化对固结过程存在影响^[9];Schiffman 进一步发展了太沙基一维固结理论,使之能够反映固结系数和渗透系数变化对固结过程的影响^[10];在前人对非线性固结问题研究的基础上,Davis 等基于孔隙比与有效应力的对数成正比,且渗透系数的减小与固结系数的减小成正比以及初始有效应力为常数的假定,推导了一次瞬时加载作用下一维非线性固结方程的解析解^[11];采用 Davis 假定,Xie 等推导了梯形循环荷载下一维非线性固结方程的解析解^[12]。然而,土发生渗透固结时其初始有效应力与初始超静孔隙

水压力关系密切,仅当初始超静孔隙水压力为 0 时,初始有效应力为常数的假定才成立。因此,基于 Davis 的初始有效应力为常数假定推导出的解析解难以适用于具有非零初始超静孔隙水压力条件的情形。

高速公路、机场、铁路等交通设施的长期运营易引发路基土的固结沉降问题,学者们从不同的角度开展该类问题的研究工作^[13-20]。其中,对于类似于交通荷载这样的循环荷载简化问题而言,Barksdale 建议在距地基土表面一定范围内,荷载作用形式可按照半正弦循环荷载考虑^[21];Huang 认为对于高速公路、机场等,地表的应力波与车辆的速度和该点距车辆荷载作用位置有关,采用半正弦循环荷载模拟该类荷载是合理的^[22]。该荷载作用效应受荷载间歇期、荷载频率等参量控制,研究其作用下土体固结过程及荷载参量和土体初始条件对固结过程的影响具有重要工程意义。

鉴于此,本文拟开展半正弦循环荷载作用下一维非线性固结研究。首先修正 Davis 假定,使非线性固结控制方程适用于具有非零初始超静孔隙水压力条件的固结过程;其次推导半正弦循环荷载作用下控制方程的解析解;最后分析初始条件及半正弦循环荷载的间歇期、加载频率等因素对固结过程的影响。

1 考虑间歇期的半正弦循环荷载

Razouki 等建议采用如式(1)所示的表达式描

述不考虑间歇期的半正弦循环荷载^[7]

$$q(t) = q_u \sin^2 \left(\frac{\pi t}{d} \right) \quad (1)$$

式中: $q(t)$ 为循环荷载; q_u 为荷载峰值; t 为时间; d^* 为荷载周期。

当考虑间歇期时,其为如图 1 所示的周期函数。图 1 中: $q(t)/q_u$ 为量纲一化荷载; t/d 为量纲一化时间; d 为一个周期内加、卸载持续时间。其表达式为

当 $(N-1)T \leq t < (N-1)T + d$ 时

$$q(t) = q_u \sin^2 \left(\frac{\pi t}{d} \right) \quad (2)$$

当 $(N-1)T + d \leq t < NT$ 时

$$q(t) = 0 \quad (3)$$

式中: T 为考虑间歇期的半正弦循环荷载周期,当 $d = T$ 时,即为无间歇期的半正弦循环荷载; N 为周期数。

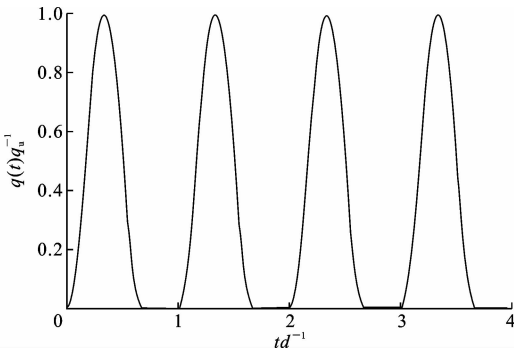


图 1 半正弦循环荷载函数

Fig. 1 Haversine repeated loading function

对式(2)取时间的导数

当 $(N-1)T \leq t < (N-1)T + d$ 时

$$\frac{dq}{dt} = \frac{q_u \pi}{d} \sin \left(\frac{2\pi t}{d} \right) \quad (4)$$

当 $(N-1)T + d \leq t < NT$ 时

$$\frac{dq}{dt} = 0 \quad (5)$$

2 非零初始超静孔隙水压力条件下一维非线性固结控制方程的解答

2.1 Davis 假定及修正

对于如图 2 所示的一维非线性固结模型(L 为土层厚度, z 为土层深度), Davis 提出如下假定^[11-12]:

(1) 孔隙比与有效应力的对数之间服从线性关系模型;

(2) 固结过程中,渗透系数减小量与固结系数减

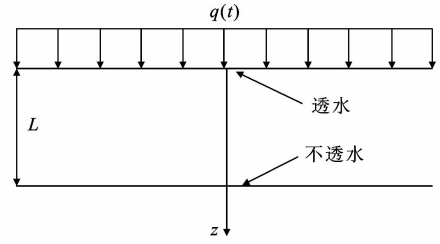


图 2 一维固结模型

Fig. 2 1D consolidation model

小量成正比;

(3) 初始有效应力为常数。

根据假定(3),并采用太沙基有效应力原理,可得^[12]

$$\sigma' = q(t) + \sigma'_0 - u \quad (6)$$

式中: σ' 为有效应力; σ'_0 为初始有效应力; u 为超静孔隙水压力。

所获得的一维非线性固结控制方程为

$$c_v \left[\frac{\partial u}{\partial z^2} + \frac{1}{\sigma'} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] = \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \quad (7)$$

式中: c_v 为固结系数。

对假定(3)进行分析发现,初始有效应力为常数的假定难以适用于具有复杂初始条件的固结问题。如固结问题中最典型的一类工况:初始孔隙水压力为三角形分布,此时式(6)等号两侧不相等。因此,对假定(3)作如下修正

$$\sigma' = q(t) + \sigma'_s - u \quad (8)$$

式中: σ'_s 为有效自重应力,并假定有效自重应力为常数,即 $\sigma'_s = \bar{\sigma}'_s = \frac{1}{2} \gamma_s L$,其中 $\bar{\sigma}'_s$ 为平均有效自重应力, γ_s 为土的浮重度。

2.2 一维非线性固结控制方程求解

直接求取式(7)是困难的,Xie 等建议采用如下变量替换^[12],即令

$$\omega = \ln \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_s + q(t)} \right) \quad (9)$$

将式(9)代入式(7),则有

$$c_v \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} = \frac{\partial \omega}{\partial t} - R(t) \quad (10)$$

式中: $R(t) = -\frac{1}{\sigma'_s + q(t)} \frac{dq(t)}{dt}$ 。

进一步地,将式(2)~式(5)代入 $R(t)$ 的表达式,则有

当 $(N-1)T \leq t < (N-1)T + d$ 时

$$R(t) = -\frac{(q_u \pi / d) \sin(2\pi t / d)}{\sigma'_s + q_u \sin^2(\pi t / d)} \quad (11)$$

当 $(N-1)T + d \leq t < NT$ 时

$$R(t)=0 \quad (12)$$

则式(10)~式(12)共同描述了经过变量变换后的半正弦循环荷载作用下的一维非线性固结控制方程。显然,求解偏微分方程式(10)需要给定相应的初始条件,如 Xie 等给出了初始孔隙水压力为 0 时梯形循环荷载作用下一维非线性固结控制方程的解析解^[12]。由于文献[12]沿用了 Davis 假定(3),即初始有效应力为常数,无法考虑初始超静孔隙水压力为非零的情况,这使得控制方程式(7)不能用于复杂初始条件下的计算。

为此,本文对 Davis 假定(3)进行了修正,使修正后的假定可以考虑更为复杂的初始条件。不失一般性地给出如下初始条件

当 $t=0$ 且 $0 \leq z \leq L$ 时

$$u=p(z,0), \omega=P(z,0) \quad (13)$$

式中: $p(z,0)$ 为初始条件时超静孔隙水压力沿土层厚度的分布; $P(z,0)$ 为初始条件时变换变量沿土层厚度的分布。

边界条件为

当 $0 \leq t \leq +\infty$ 且 $z=0$ 时

$$u=0, \omega=0 \quad (14)$$

当 $0 \leq t \leq +\infty$ 且 $z=L$ 时(底部透水)

$$\partial u / \partial z = 0, \omega = 0 \quad (15)$$

当 $0 \leq t \leq +\infty$ 且 $z=L$ 时(底部不透水)

$$\partial u / \partial z = 0, \omega = 0 \quad (16)$$

基于上述初始条件,在双面排水情况下,采用分离变量法求非线性固结控制方程[式(10)],假设

$$\omega(z,t) = \sum_{m=1}^{+\infty} T_m(t) \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \quad (17)$$

式中: $T_m(t)$ 为待定函数。

则条件式(14)和条件式(15)自动满足。

将 $t=0$ 代入式(17),则有

$$\omega(z,0) = \sum_{m=1}^{+\infty} T_m(0) \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \quad (18)$$

再将式(13)在 $[0, 2L]$ 上展开成半正弦级数

$$\omega(z,0) = \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{2[1-(-1)^m]P(z,0)}{m\pi} \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \quad (19)$$

通过对比式(18)和式(19)的系数可得

$$T_m(0) = \frac{2[1-(-1)^m]P(z,0)}{m\pi} \quad (20)$$

进一步地,将 $R(t)$ 在 $[0, 2L]$ 上展开成半正弦级数

$$R(t) = \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{2[1-(-1)^m]R(t)}{m\pi} \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \quad (21)$$

接下来分别求式(17)对时间 t 的一阶导数和对深度 z 的二阶导数,则有

$$\frac{\partial \omega(z,t)}{\partial t} = \sum_{m=1}^{+\infty} T'_m(t) \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \quad (22)$$

$$\frac{\partial^2 \omega(z,t)}{\partial z^2} = - \sum_{m=1}^{+\infty} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 T_m(t) \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \quad (23)$$

将式(21)~式(23)代入式(10),并化简,则有

$$-c_v \sum_{m=1}^{+\infty} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 T_m(t) \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) = \sum_{m=1}^{+\infty} T'_m(t) \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) - \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{2[1-(-1)^m]R(t)}{m\pi} \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \quad (24)$$

比较式(24)的系数,则有

$$-c_v \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 T_m(t) = T'_m(t) - \frac{2[1-(-1)^m]R(t)}{m\pi} \quad (25)$$

则式(25)为常系数微分方程,其解为

$$T_m(t) = - \frac{2[1-(-1)^m]}{m\pi} e^{c_v \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 t} \cdot \left[\int_0^t R(\tau) e^{c_v \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \tau} d\tau - P(z,0) \right] \quad (26)$$

式中: τ 为积分变量。

将式(26)代入式(17)可得

$$\omega(z,t) = - \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{2[1-(-1)^m]}{m\pi} e^{c_v \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 t} \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \cdot \left[\int_0^t R(\tau) e^{c_v \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \tau} d\tau - P(z,0) \right] \quad (27)$$

将式(27)代入式(9),则可求得双面排水条件下有效应力的解析解,即

$$\sigma' = [\sigma'_s + q(t)] \cdot e^{\left\{ - \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{2[1-(-1)^m]}{m\pi} e^{c_v \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 t} \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \left[\int_0^t R(\tau) e^{c_v \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \tau} d\tau - P(z,0) \right] \right\}} \quad (28)$$

对于单面排水条件,根据对称性原理,则只需将式(28)中的 L 改为 $2L$ 即可获得相应的有效应力,即

$$\sigma' = [\sigma'_s + q(t)] \cdot e^{\left\{ - \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{2[1-(-1)^m]}{m\pi} e^{c_v \left(\frac{m\pi}{2L}\right)^2 t} \sin\left(\frac{m\pi z}{2L}\right) \left[\int_0^t R(\tau) e^{c_v \left(\frac{m\pi}{2L}\right)^2 \tau} d\tau - P(z,0) \right] \right\}} \quad (29)$$

当式(29)中 $P(z,0)=0$ 时即初始超静孔隙水压力为 0,上式退化为 Xie 的解析解形式^[12],但两者的物理意义略有差异。这也表明本文所获得的解析解是合理的,且适用性更广。

2.3 半正弦循环荷载下一维非线性固结方程的解

对于半正弦循环荷载,固结方程中的 $R(t)$ 如式

(11)所示。在式(28)中, $R(\tau)e^{c_v(\frac{m\pi}{L})^2\tau}$ 的积分可表示为

$$\int_0^t R(\tau)e^{c_v(\frac{m\pi}{L})^2\tau}d\tau = \int_0^{(N-1)T} R(\tau)e^{c_v(\frac{m\pi}{L})^2\tau}d\tau + \int_{(N-1)T}^t R(\tau)e^{c_v(\frac{m\pi}{L})^2\tau}d\tau \quad (30)$$

引入 3 个新变量 R_{N-1} 、 R_1 和 R_2 用于描述 $R(\tau)e^{c_v(\frac{m\pi}{L})^2\tau}$ 在不同时段的积分。

当 $0 < t \leq (N-1)T$ 时,则有

$$R_{N-1} = \int_0^{(N-1)T} R(\tau)e^{c_v(\frac{m\pi}{L})^2\tau}d\tau = \sum_{k=0}^{N-2} \int_{kT}^{kT+d} -\frac{(q_u\pi/d)\sin(2\pi t/d)}{\sigma'_s + q_u \sin^2(\pi t/d)} \cdot e^{c_v(\frac{m\pi}{L})^2\tau}d\tau \quad (31)$$

当 $(N-1)T < t \leq (N-1)T+d$ 时,则有

$$R_1 = \int_{(N-1)T}^t R(\tau)e^{c_v(\frac{m\pi}{L})^2\tau}d\tau = \int_{(N-1)T}^t -\frac{(q_u\pi/d)\sin(2\pi t/d)}{\sigma'_s + q_u \sin^2(\pi t/d)} \cdot e^{c_v(\frac{m\pi}{L})^2\tau}d\tau \quad (32)$$

当 $(N-1)T+d < t \leq NT$ 时,则有

$$R_2 = \int_{(N-1)T}^t R(\tau)e^{c_v(\frac{m\pi}{L})^2\tau}d\tau = \int_{(N-1)T}^{(N-1)T+d} -\frac{(q_u\pi/d)\sin(2\pi t/d)}{\sigma'_s + q_u \sin^2(\pi t/d)} \cdot e^{c_v(\frac{m\pi}{L})^2\tau}d\tau \quad (33)$$

故而,式(28)又可表示为

当 $(N-1)T \leq t < (N-1)T+d$ 时

$$\sigma' = \left[\sigma'_s + q_u \sin^2\left(\frac{\pi t}{d}\right) \right] \cdot e^{\left\{ \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{2[1-(-1)^m]}{m\pi} e^{c_v(\frac{m\pi}{L})^2t} \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) [(R_{N-1}+R_1)-P(z,0)] \right\}} \quad (34)$$

当 $(N-1)T+d \leq t < NT$ 时

$$\sigma' = \sigma'_s \cdot e^{\left\{ \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{2[1-(-1)^m]}{m\pi} e^{c_v(\frac{m\pi}{L})^2t} \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) [(R_{N-1}+R_2)-P(z,0)] \right\}} \quad (35)$$

2.4 典型初始条件下一维非线性固结方程的解

在一维固结中,典型初始超静孔隙水压力如式(36)~式(38)所示

当 $t=0$ 且 $0 \leq z \leq L$ 时

$$u = p(z,0) = c \quad (36)$$

$$u = p(z,0) = cz/L \quad (37)$$

$$u = p(z,0) = c(1 - \frac{z}{L}) \quad (38)$$

式中: c 为常数。

当 $c=0$ 时,式(36)表示超静孔隙水压力沿深度方向均为 0;当 $c \neq 0$ 时,呈矩形分布。式(37)和式

(38)分别表示超静孔隙水压力分别呈正三角形和倒三角形分布。

将式(36)~式(38)依次代入式(9)则可获得相应的初始条件下变换变量 ω 为

$$\omega = P(z,0) = \ln\left(\frac{q(t) + \sigma'_s - c}{\sigma'_s + q(t)}\right) \quad (39)$$

$$\omega = P(z,0) = \ln\left(\frac{q(t) + \sigma'_s - cz/L}{\sigma'_s + q(t)}\right) \quad (40)$$

$$\omega = P(z,0) = \ln\left(\frac{q(t) + \sigma'_s - c(1 - z/L)}{\sigma'_s + q(t)}\right) \quad (41)$$

将式(39)~式(41)代入式(33)~式(35)即可获得半正弦循环荷载作用下各相应初始条件时的有效应力。将超静孔隙水压力代入式(42)进行计算,即

$$u = q(t) + \sigma'_s - \sigma' \quad (42)$$

采用超静孔隙水压力定义的平均固结度 U_p 为

$$U_p = \frac{\int_0^L (\sigma' - \sigma'_s) dz}{\int_0^L (\sigma'_i - \sigma'_s) dz} = \frac{\int_0^L [q(t) - u] dz}{\int_0^L q_u dz} \quad (43)$$

式中: σ'_i 为土体固结完成时土中的有效应力。

将式(42)代入式(43),即可获得半正弦循环荷载作用下一维非线性固结平均固结度 U_p 。

3 算例与讨论

本节采用一均质饱和黏土层用于模拟半正弦荷载作用下单面排水的一维非线性固结过程,该土层厚度 $L=3.0$ m,初始有效自重应力 $\sigma'_s=1.267 \times 10^4$ Pa,固结系数 $c_v=0.02$ m²/d。施加的半正弦循环荷载峰值 $q_u=2.0 \times 10^5$ Pa。一个周期内加、卸载持续时间 $d=120$ d,半正弦循环荷载周期 $T=200$ d。

3.1 初始条件对固结过程的影响

为了比较不同初始条件对半正弦循环荷载作用下固结过程的影响,取正/倒三角形分布的初始超静孔隙水压力最大值等于矩形分布的初始超静孔隙水压力。

初始条件 1:初始超静孔隙水压力为 0

$$\begin{cases} u_0 = p(z,0) = 0 \\ \omega_0 = P(z,0) = 0 \end{cases} \quad (44)$$

初始条件 2:初始超静孔隙水压力为矩形分布

$$\begin{cases} u_0 = p(z,0) = 1.0 \times 10^4 \text{ Pa} \\ \omega_0 = P(z,0) = \ln\left(\frac{0.267}{1.267}\right) \end{cases} \quad (45)$$

初始条件 3:初始超静孔隙水压力为正三角形分布

$$\begin{cases} u_0 = p(z, 0) = \frac{z}{3} \times 10^4 \text{ Pa} \\ \omega_0 = P(z, 0) = \ln\left(\frac{3.801 - z}{3.801}\right) \end{cases} \quad (46)$$

初始条件 4: 初始超静孔隙水压力为倒三角形分布

$$\begin{cases} u_0 = p(z, 0) = (1 - \frac{z}{3}) \times 10^4 \text{ Pa} \\ \omega_0 = P(z, 0) = \ln\left(\frac{3.801 + z}{3.801}\right) \end{cases} \quad (47)$$

式中: u_0 为初始超静孔隙水压力; ω_0 为相应的变换变量 ω 的初始值。

由于荷载作用下土层剖面上各点的超静孔隙水压力和有效应力均不同, 代表性地选择土层底部(不透水面处)的超静孔隙水和有效应力用于分析。

图 3 为不同初始条件下有效应力与时间因数 T_v 关系曲线。图 3 中, 纵坐标 σ'/q_u 表示无因次有效应力。由图 3 可见, 有效应力峰值随时间因数的增大而增加。在固结过程的早期, 初始条件改变对有效应力的影响显著。有效应力峰值与初始超静孔隙水压力的关系表现为: 初始超静孔隙水压力为 0 时, 对应的有效应力峰值最大; 为倒三角形分布时次之; 为正三角形分布时再次之; 而为矩形分布时对应的有效应力峰值最小。随着时间因数的增大, 初始超静孔隙水压力分布对有效应力的影响逐渐减弱; 当时间因数达到 1.7 左右时, 初始超静孔隙水压力分布对有效应力已基本无影响。

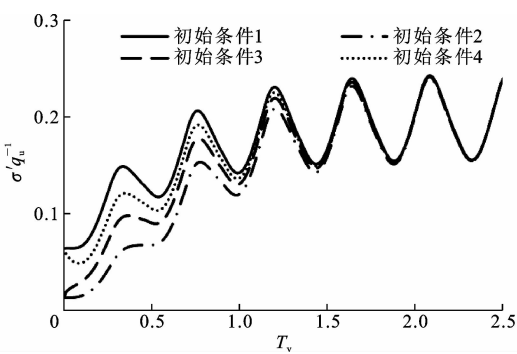


图 3 初始条件对有效应力-时间因数关系曲线的影响
Fig. 3 Effect of initial condition on relation curves of effective time variation and stress

不同初始条件下超静孔隙水压力与时间因数关系曲线如图 4 所示。图 4 中, 纵坐标 u/q_u 表示无因次超静孔隙水压力。由图 4 可见, 超静孔隙水压力随时间因数的增加呈振荡变化的趋势, 且在固结过程早期超静孔隙水压力峰值呈递减趋势。初始条件时仅在固结过程早期对超静孔隙水压力与时间因数

关系曲线产生影响, 表现为当初始超静孔隙水压力为 0 时, 负超静孔隙水压力谷值最小; 为倒三角形分布时次之; 为正三角形分布时再次之; 为矩形分布时最大。

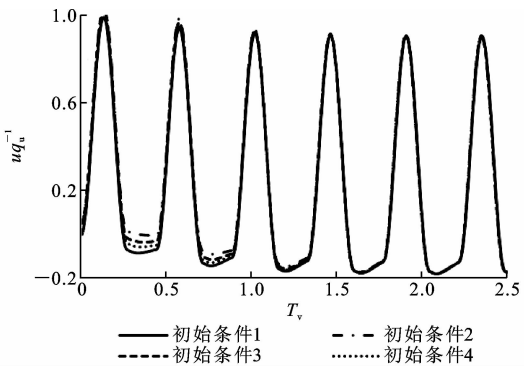


图 4 初始条件对超静孔隙水压力-时间因数关系曲线的影响
Fig. 4 Effect of initial condition on relation curves of time variation and excess pore-water pressure

图 5 为不同初始条件下平均固结度 U_p 与时间因数关系曲线。由图 5 可见, 平均固结度峰值随时间因数增大而增大。在固结过程早期, 初始条件改变对平均固结度的影响显著。随着时间因数的增大, 该影响逐渐减弱。当初始超静孔隙水压力为 0 时, 平均固结度峰值最大; 为倒三角形分布时次之; 为正三角形分布时再次之; 为矩形分布时最小。当时间因数达到 1.5 左右时, 初始超静孔隙水压力分布对平均固结度已基本无影响。

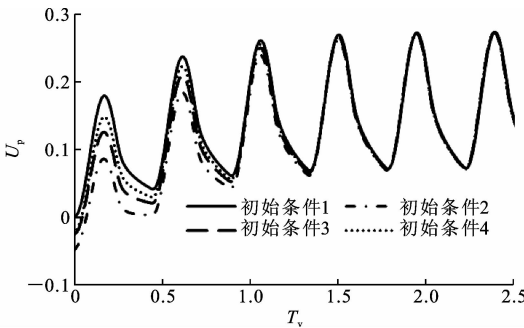


图 5 初始条件对平均固结度-时间因数关系曲线的影响
Fig. 5 Effect of initial condition on relation curves of time variation and average consolidation degree

3.2 间歇期对固结过程的影响

为了揭示半正弦循环荷载间歇期对固结过程的影响。在固结过程中维持半正弦荷载周期 T 不变, 加、卸载持续时间与周期之比 d/T 分别取 1、0.6、0.4 和 0.2。 d/T 越大间歇期越短, 如 $d/T=1$, 即无间歇期。不同间歇期条件下平均固结度与时间因数关系曲线如下页图 6 所示。由图 6 可见, 在整个固结过程中, 平均固结度呈振荡变化的趋势, 且在固结

过程早期,平均固结度峰值随时间因数增大而增大。对于不同的间歇期,平均固结度峰值达到稳定的时间不同,间歇期越小,达到稳定所需时间越长,如 $d/T=0.2$,达到稳定时, T_v 约为 1.0;而 $d/T=1.0$,达到稳定时 T_v 约为 1.5。平均固结度峰值受间歇期影响显著,如 $d/T=0.2$,达到稳定时平均固结度峰值为 0.11;而 $d/T=1.0$,达到稳定时平均固结度峰值为 0.48。可见间歇期增大会延缓固结过程。

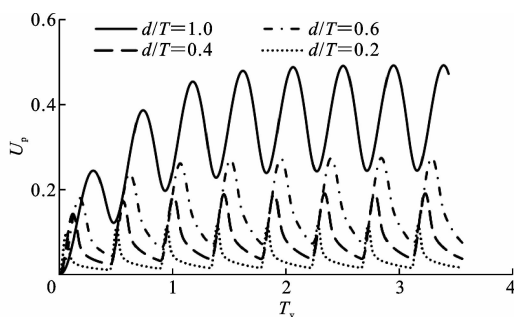


图 6 半正弦循环荷载间歇期对平均固结度-时间
因数关系曲线的影响

Fig. 6 Effect of rest period of haversine repeated loading on
relation curves of time variation and average consolidation degree

3.3 荷载频率对固结过程的影响

为了研究半正弦循环荷载频率对固结过程的影响,选取岩土工程问题中常见的 3 个加载频率进行讨论。可用一个半正弦循环荷载周期对应的时间因数 $T_0 = \frac{c_v T}{L^2}$ 来表示加载频率的大小。可见, T_0 越大,周期越长,频率越小。图 7 为不同半正弦循环荷载频率下平均固结度与时间因数关系曲线,本文取 T_0 为 0.15、0.3、0.6^[8]。由图 7 可见:荷载频率对平均固结度存在显著影响,当 $T_0=0.15$ 时,达到稳定时的平均固结度峰值为 0.21;当 $T_0=0.6$ 时,达到稳定时的平均固结度峰值为 0.29。表明随着荷载频率的减小,平均固结度峰值增大。

4 结 语

(1)通过修正 Davis 初始有效应力为常数的假定,使得一维非线性控制方程能够用于复杂初始条件时的计算。推导了初始有效应力为非常数时,一维非线性固结控制方程解的一般形式,给出了半正弦循环荷载作用下初始超静孔隙水压力沿深度方向为矩形分布、正/倒三角形分布时的解析解。

(2)分析了半正弦循环荷载作用下一维非线性固结过程。超静孔隙水压力、有效应力和平均固结度均随时间增大呈振荡变化趋势。超静孔隙水压力

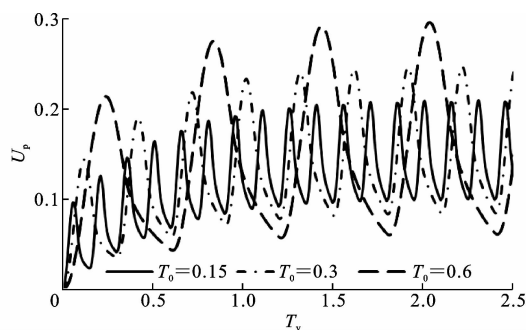


图 7 半正弦循环荷载频率对平均固结度-时间
因数关系曲线的影响

Fig. 7 Effect of frequency of haversine repeated loading on
relation curves of time variation and average consolidation degree
峰值随时间增大而减小,有效应力和平均固结度峰值随时间增大而增大。

(3)探讨了初始条件对固结过程的影响。在固结过程早期,初始条件差异对有效应力和平均固结度有显著的影响。当初始超静孔隙水压力为 0 时,有效应力和平均固结度峰值均最大;为倒三角形分布时次之;为正三角形分布时再次之;为矩形分布时最小。

(4)半正弦循环荷载的间歇期和荷载频率对固结过程影响显著。随着间歇期增大,达到稳定时的平均固结度峰值减小,即间歇期增大会延缓固结过程。随着荷载频率的减小,平均固结度峰值增大。

(5)本文研究适用于分析诸如交通荷载这类可简化为半正弦循环荷载的荷载形式作用下饱和土体固结过程。下一步拟在本文研究的基础上探讨循环荷载作用下非饱和土的固结过程。

参考文献:

References:

- [1] 赖金星,樊浩博,谢永利,等.旋喷桩加固黄土隧道地基固结分析[J].长安大学学报:自然科学版,2016,36(2):73-79.
LAI Jin-xing, FAN Hao-bo, XIE Yong-li, et al. Consolidation analysis of jet grouting pile reinforcement in loess tunnel[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2016, 36(2): 73-79.
- [2] 陈希哲,叶菁.土力学地基基础[M].5版.北京:清华大学出版社,2013.
CHEN Xi-zhe, YE Jing. Soil mechanics and geotechnical engineering[M]. 5th ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2013.
- [3] 刘忠玉,闫富有,王喜军.基于非达西渗流的饱和黏土一维流变固结分析[J].岩石力学与工程学报,2013,

- 32(9):1937-1944.
- LIU Zhong-yu, YAN Fu-you, Wang Xi-jun. One-dimensional rheological consolidation analysis of saturated clay considering non-Darcy flow[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(9):1937-1944.
- [4] 李广信. 高等土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- LI Guang-xin. Advanced soil mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.
- [5] OLSON R E. Consolidation under time-dependent loading[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1977, 103(1):55-60.
- [6] CONTE E, TRONCONE A. One-dimensional consolidation under general time-dependent loading[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2006, 43(11):1107-1116.
- [7] RAZOUKI S S, SCHANZ T. One-dimensional consolidation under haversine repeated loading with rest period[J]. Acta Geotechnica, 2011, 6(1):13-20.
- [8] RAZOUKI S S, BONNIER P, DATCHEVA M, et al. Analytical solution for 1D consolidation under haversine cyclic loading[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2013, 37(14):2367-2372.
- [9] LO K Y. Discussion on Rowe, measurement of the coefficient of consolidation of lacustrine clay [J]. Geotechnique, 1960, 10(1):36-39.
- [10] SCHIFFMAN R. Consolidation of soil under time-dependent loading and varying permeability[C]//TRB. Highway Research Board Proceedings. Washington DC: TRB, 1958:584-617.
- [11] DAVIS E H, RAYMOND G P. A non-linear theory of consolidation[J]. Geotechnique, 1965, 15(2):161-173.
- [12] XIE K H, QI T, DONG Y Q. Nonlinear analytical solution for one-dimensional consolidation of soft soil under cyclic loading[J]. Journal of Zhejiang University: Science A, 2006, 7(8):1358-1364.
- [13] 马 霄, 钱建固, 韩黎明, 等. 交通动载下路基长期运营沉降等效有限元分析[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(增 2):910-913.
- MA Xiao, QIAN Jian-gu, HAN Li-ming, et al. Equivalent finite element method for long-term settlement of subgrade by traffic load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(S2):910-913.
- [14] 吕玺琳, 方 航, 张甲峰. 循环交通荷载下软土路基长期沉降理论解[J]. 岩土力学, 2016, 37(增 1):435-440.
- LU Xi-lin, FANG Hang, ZHANG Jia-feng. A theoretical solution for long-term settlement of soft subgrade induced by traffic loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(S1):435-440.
- [15] 姚兆明, 黄茂松, 曹 杰. 主应力轴循环旋转下饱和黏土的累积变形[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(6):1005-1012.
- YAO Zhao-ming, HUANG Mao-song, CAO Jie. Cumulative deformation of saturated soft clay subjected to cyclic rotation of principal stress axis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(6):1005-1012.
- [16] 孙 波. 交通荷载作用下软土地基的动力响应和长期沉降研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2013.
- SUN Bo. Dynamic response and long-term settlement of soft foundation under traffic load[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2013.
- [17] 胡亚元, 杨 平, 余启致. 超固结土次固结系数的时间效应[J]. 中国公路学报, 2016, 29(9):29-37.
- HU Ya-yuan, YANG Ping, YU Qi-zhi. Time effect of secondary consolidation coefficient of over-consolidated soil[J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29(9):29-37.
- [18] 葛世平, 姚湘静, 叶 斌, 等. 列车振动荷载作用下隧道周边软黏土长期沉降分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, 35(11):2359-2368.
- GE Shi-ping, YAO Xiang-jing, YE Bin, et al. Analysis of long-term settlement of soft clay under train vibration[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, 35(11):2359-2368.
- [19] 刘大鹏, 杨晓华, 王 婧. 低路堤在车辆荷载作用下响应的模型试验[J]. 筑路机械与施工机械化, 2016, 33(12):68-71.
- LIU Da-peng, YANG Xiao-hua, WANG Jing. Model-based testing of response of low embankment under vehicle load [J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2016, 33(12):68-71.
- [20] 李方军. 动荷载作用下路面有限元分析[J]. 筑路机械与施工机械化, 2014, 31(4):58-61.
- LI Fang-jun. Finite element analysis of pavement under dynamic load[J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2014, 31(4):58-61.
- [21] BARKSDALE R D. Compressive stress pulse times in flexible pavements for use in dynamic testing [J]. Highway Research Record, 1971(345):32-44.
- [22] HUANG Y H. Pavement analysis and design[M]. 2nd ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc, 2003.