

大客流冲击下北京市轨道交通网络稳定性

孙立山¹, 黄雨晨¹, 宫庆胜¹, 张天齐¹, 姚丽亚²

(1. 北京工业大学 城市公共交通智能化交通运输行业重点实验室, 北京 100124;

2. 北京理工大学 机械与车辆学院, 北京 100081)

摘要:为了减少轨道交通站点运营不稳定现象的发生,优化轨道交通网络结构,提升网络运营效率,对大客流冲击下的轨道交通运行稳定性进行研究。以北京市轨道交通网络为例,采用 L 空间法构建以轨道站点为节点、相邻站点线路为连边的北京市轨道交通网络模型;仿真分析了节点度、平均路径长度、聚类系数、网络直径、网络效率等特征参数值和其分布规律。根据事件类型将站点分为功能减弱站点和功能中断站点,并分别采用客流传播模型和网络效率模型,仿真量化了不同事件类型发生背景下的网络稳定性。研究表明:现阶段北京市轨道交通网络具有无标度网络的特征,网络可达性较好,聚类系数较小,网络连通性有待提高;当换乘站因超大客流出现而功能减弱时,若相邻站点数 $S \leq 7$ 时,网络中拥挤站点拥挤状态可自行消退,且相邻站点数与拥挤消退所需时间呈负相关;当换乘站出现功能中断时,网络效率值会显著降低,破坏站点的重要度系数在 $(0.75, 1]$ 范围时对网络效率的影响最大,在 $(0, 0.5]$ 范围时对网络效率的影响最小。该研究结果为及时发现轨道网络关键点及其薄弱环节,保障超大客流背景下的城市轨道交通网络安全运营提供依据,也为大客流冲击下的北京市轨道网络应急方案的制定提供决策支持。

关键词:交通工程;轨道交通;网络效率模型;复杂网络;网络稳定性;客流传播模型

中图分类号:U495

文献标志码:A

Stability of Beijing rail transit network under the impact of large passenger flow

SUN Li-shan¹, HUANG Yu-chen¹, GONG Qing-sheng¹, ZHANG Tian-qi¹, YAO Li-ya²

(1. Key Laboratory of Advanced Public Transportation Science of Ministry of Transport, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: In order to reduce the operation instability of rail transit station, optimize the structure of rail transit network and improve the efficiency of network operation, the stability of rail transit operation under the impact of large passenger flow was studied. Taking Beijing rail transit network as an example, Beijing rail transit network model with rail stations as nodes and adjacent stations as edges was constructed by using Space L method. The characteristic parameters and distribution rules of node degree, average path length, clustering coefficient, network diameter and network efficiency were simulated and analyzed. According to the type of accidents, these

收稿日期:2017-09-20

基金项目:国家自然科学基金项目(51308017);北京市科技新星计划项目(Z141106001814110);

住房和城乡建设部科学技术项目(2015K5008);北京市科技计划项目(D161100005616001)

作者简介:孙立山(1980-),男,河北唐山人,教授,工学博士,E-mail:lssun@bjut.edu.cn。

stations were divided into site operation weakened and operation disrupted, respectively. Base on passenger-flow propagation model and network efficiency model, the simulation quantified the network stability under the background of different event types. The results show that Beijing rail transit network is a scale-free network. The accessibility of rail transit network is better and clustering coefficient of it is small, but connectivity of it should be improved. And when site operation is weakened because of the large passenger flow in Beijing transit network, if the number of adjacent station is not more than 7, passenger-flow propagation state in network can regress, or negative correlation is observed between the number of adjacent station and the fading time. When transfer station is disrupted, the value of network efficiency will decrease significantly. The importance coefficient of the damaged site has the greatest impact on network efficiency in the range of $(0.75, 1]$, and the least in the range of $(0, 0.5]$. The research results provide a basis for timely finding the key points and weak links of rail network, ensuring the safety operation of urban rail transit network under the background of super passenger flow, and providing a decision support for the development of emergency plan of Beijing rail transit network under the impact of large passenger flow. 5 tabs, 5 figs, 16 refs.

Key words: traffic engineering; rail transit; network efficiency model; complex network; network stability; passenger-flow propagation model

0 引言

城市轨道交通以其范围广、运量大、经济、便捷的优点吸引越来越多的客流涌入,已成为城市公共交通系统的重要支撑。准确分析轨道客流传播路径及影响范围与轨道交通网络的拓扑结构关系,对于及时发现轨道网络关键点及其薄弱环节,保障超大客流背景下的城市轨道交通网络安全运营具有十分重要的现实意义。

国内外学者围绕城市轨道交通系统的复杂网络特性开展了广泛研究^[1-4]。Angeloudis 等分析了大城市地铁系统的数学统计特征,发现城市地铁网络的度分布服从指数分布^[5];乔珂等对比了北京市轨道交通规划路网和目前运营路网的网络特征值,分析了特征值的变化规律,得出规划路网的平均度、聚类系数、平均最短距离等指标均有所增大,但由于服务半径扩大,所以网络效率略有下降^[6];秦孝敏利用复杂网络基本理论描述了重庆市轨道交通网络基本特性,提出评价网络可靠性的 3 个指标,分别是连通度、局部连通效益、全局连通效益,并用熵权法分析了各指标权重,评价了网络中的关键站点^[7];杜斐等基于复杂网络理论,分析了上海市轨道交通网络的复杂网络特性及其鲁棒性^[8];曲迎春等提出了基于客流量和网络结构数据的城市轨道交通网络脆弱性评价指标,提高了评价的精确性^[9]。许多学者还深入研究了轨道交通在不同攻击策略下的网络稳定

性^[10-12]。韩纪彬等采用 L 空间和 P 空间方法建立了不同的网络拓扑结构,分析了轨道网络的静态特性,并提出 4 种不同的攻击策略,发现轨道网络对随机攻击具有鲁棒性,对蓄意攻击具有脆弱性,且动态攻击策略对网络可靠性的影响比静态攻击策略更大^[13];王志强等对上海市地铁网络的可靠性进行仿真分析,发现选择性失效站点达到 14% 时,整个地铁网络面临瘫痪,而随机性失效站点达到 63% 时,整个地铁网络才会瘫痪^[14];陈峰等通过构建随机攻击、基于节点度(或点强度)攻击、基于点介数攻击和基于边介数攻击等 4 种攻击策略模型,系统分析了轨道交通网络的可靠性^[15]。

以上学者侧重分析城市轨道交通网络的拓扑结构特征,及其在节点或边失效后的轨道网络演化特征,缺乏对不同类型故障站点停运时整个轨道交通网络运行状况的分类探讨。为此,本文从单个换乘站点考虑,根据故障严重程度将站点分为站点功能减弱和站点功能中断 2 类,分析各类事故站点对北京市轨道网络的影响。该研究成果可为轨道网络的突发大客流事件应急、安全运营以及合理规划设计提供理论参考。

1 问题描述与建模

1.1 稳定性概念及评价指标

轨道交通具有快捷、环保、舒适等优点,逐渐成为各城市用于缓解地面交通压力的主要方式。目

前,北京、上海、广州等城市的轨道交通网络已有一定的规模。但是,各城市轨道交通网络不断演化发展的同时,也在网络化运营过程中遇到了信号故障、恶意袭击等一系列问题,导致站点或线路瘫痪,对轨道交通网络的安全运营造成不利影响,进而造成经济损失甚至人员伤亡。在此背景下,对轨道交通的复杂网络特性进行研究能够直观上认识网络的结构特征,给出网络结构的拓扑描述;而研究网络在受到干扰后仍能维持正常运营的能力,即网络的稳定性,对保障轨道交通安全运营具有重要意义。本文对轨道网络在遭受大客流冲击的情况下的稳定性进行分析,主要依据拥挤蔓延程度和网络效率变化来判定。

1.2 轨道交通网络换乘坏点

受通勤高峰、大型活动、供电故障、自然灾害、恐怖袭击等事件影响,城市轨道交通换乘站点运营不稳定现象频发,甚至导致站点运营瘫痪。本文定义此类换乘站点为轨道交通坏点,根据故障严重程度将其分为:站点功能减弱型和站点功能中断型。分别采用客流传播模型和网络效率模型,仿真量化不同事件类型发生背景下的网络稳定性波动状况。

1.3 轨道交通网络拓扑结构模型构建及特性分析

截至 2015 年 12 月,北京市轨道交通网络拥有运营站点 267 座,线路总里程 527 km。

若要真实反映轨道交通网络的空间结构,就需要根据现有数据对其进行合理抽象。目前,构建轨道交通网络的方法通常有 3 种:L 空间法、P 空间法和 C 空间法。每种方法构建的拓扑结构中的节点与线的含义见表 1。

表 1 构建拓扑结构的方法

Tab. 1 Establishment methods of topology structure		
方法	节点	线
L 空间法	站点	站点之间的线路,代表 2 个站点相连
P 空间法	站点	代表一个站点到另一个站点不需要换乘
C 空间法	线路	代表两线之间可直接换乘

在 3 种方法中,由于 L 空间法建模直观,节点与线的含义及其相互连接与真实的轨道交通网络相近,故本文采用 L 空间法将轨道交通网络中的线路和站点分别类比为复杂网络中的连边和节点,并用相邻站点间距表示连边长度。因此邻接矩阵 P_{ij} 可构建为

$$P_{ij} = \begin{cases} l_{ij} & i, j \text{ 相邻} \\ 0 & i, j \text{ 不相邻} \end{cases} \quad (1)$$

式中: i, j 分别为站点 i 和站点 j ; l_{ij} 为相邻站点间距。

依据 2015 年北京市轨道网络运行图,以站点为节点,线路为连边构建北京市轨道交通网络拓扑结构,并且给出拓扑邻接矩阵,如表 2 所示。由于北京市轨道交通站点较多,本文在表 2 中只给出部分站点间的邻接矩阵。

表 2 北京市轨道交通网络部分站点间邻接矩阵

Tab. 2 Adjacency matrix among some subway stations in Beijing						km
站名	苹果园	古城	八角游乐园	八宝山	玉泉路	五棵松
苹果园	0	2.4	0	0	0	0
古城	2.4	0	1.9	0	0	0
八角游乐园	0	1.9	0	2.0	0	0
八宝山	0	0	2.0	0	1.5	0
玉泉路	0	0	0	1.5	0	1.8
五棵松	0	0	0	0	1.8	0

进一步利用拓扑邻接矩阵分析包括节点度及度分布、平均最短路径、聚类系数、介数等在内的网络拓扑结构特征参数。各特征参数定义及其计算方法如下所述。

(1)节点度 K (或站点度)表示与该点直接相连的节点数目;度分布表示节点度 K 的概率分布函数。通常采用节点度的累计分布概率 $p(K)$ 来反映节点度的分布状况^[6]。

(2)平均路径长度反映网络的可达性,表示 1 个网络中两点间最短路径长度(或距离)的平均值

$$L = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i \geq j} D_{ij} \quad (2)$$

式中: L 为平均路径长度; n 为站点数; D_{ij} 为站点 i 到站点 j 的距离。

网络直径是指网络中所有最短路径中长度最长的值。

(3)平均聚类系数反映网络的紧密程度,表示与相邻的 N 个站点之间实际存在的边数与总的可能边数的比值

$$C = \frac{1}{n} \sum [2k_i / (N_i(N_i - 1))] \quad (3)$$

式中: k_i 为总边数; C 为网络的平均聚类系数; N_i 为与站点 i 相邻的站点数。

(4)介数是指网络中所有最短路径数与通过该站点的最短路径数的比值,表示各站点对网络的作用程度,其计算公式为

$$B_i = \frac{1}{(n-1)(n-2)} \sum_{i \neq j} [\sigma_{sr}(i) / \sigma_{sr}] \quad (4)$$

式中: B_i 为站点 i 的介数; σ_{sr} 为从站点 s 到站点 r 的所有最短路径数; $\sigma_{sr}(i)$ 为从站点 s 到站点 r 经过站点 i 的所有最短路径数。

(5)轨道交通网络中通常采用网络结构连通性来判断网络稳定性,本文引入网络效率分析网络稳定性。网络效率为网络中所有站点对之间距离倒数之和的平均值(km^{-1}),网络效率反映网络中所有站点对之间的平均接近程度。网络中站点对之间越接近、距离越短,网络效率 E 就越大,其计算公式为

$$E = \frac{1}{n(n+1)} \sum_{i \geq j} (1/D_{ij}) \tag{5}$$

参照以上特征参数,将北京市轨道交通网络中的站点度与累积分布概率数据在双对数坐标中进行拟合,拟合结果如图 1 所示。由图 1 可见,拟合函数符合幂律分布,并且幂律指数为 2.943,在 2.1~4 范围内,说明北京市轨道交通网络具有无标度网络特征。北京市轨道交通网络其他统计特征参数的计算结果如表 3 所示。

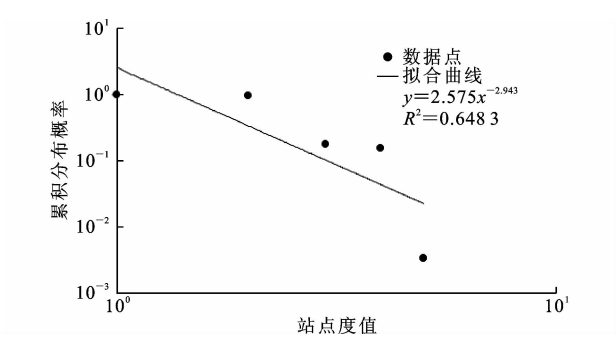


图 1 站点度的累计分布概率及其拟合方程

Fig. 1 Fitting equation of probability of accumulative degree distributions

表 3 北京市轨道交通网络结构参数

Tab. 3 Parameters of rail transit network structure in Beijing

参数	平均度	平均聚类系数	平均路径长度/km	网络直径/km	网络效率/ km^{-1}
参数值	2.283	0.002	23.9	67.2	0.048 3

由表 3 可知:北京市轨道交通网络的平均度为 2.283,表明每个站点平均可与 2.283 个站点相邻;平均聚类系数为 0.002,表明北京市轨道交通网络各站点间联系不紧密;轨道交通网络直径为 67.2 km,但任意 2 个站点间的乘车平均距离(平均路径长度)仅为 23.9 km,说明网络的可达性较好;轨道交通网络效率为 $0.048\ 3\ \text{km}^{-1}$,说明北京市轨道交通网络结构连通性较低。

2 轨道交通网络不同类型换乘坏点的影响分析

2.1 换乘站点功能减弱时轨道交通网络稳定性

当线路中某个站点受到通勤高峰、大型活动等因素影响,导致站内客流激增引发拥挤,站点的服务

水平降低,定义此类站点为功能减弱型站点。北京市轨道交通网络具有无标度特征,因此大客流在轨道交通网络中的传播符合传染病在非均匀社会网络中的传播规律,通过传染病传播(SIR)模型建立轨道客流传播模型是可行的。大客流导致站点出现 3 种状态:正常、拥挤延误、逐渐恢复。运用 SIR 模型模拟轨道交通网络在大客流冲击下拥挤车站数的变化情况,研究大客流对整个轨道交通网运行性能的影响。根据 SIR 模型的计算公式,有

$$\frac{dS_t}{dt} = -\theta S_t I_t = \Delta S_{t+1} \tag{6}$$

$$\frac{dI_t}{dt} = \theta S_t I_t - \lambda I_t = \Delta I_{t+1} \tag{7}$$

$$\frac{dR_t}{dt} = \lambda I_t = \Delta R_{t+1} \tag{8}$$

式中: S_t 为 t 时刻受大客流影响的站点数; I_t 为 t 时刻出现拥挤现象的站点数; R_t 为 t 时刻拥挤现象消失的站点数; θ 为大客流拥挤现象传播率; λ 为大客流拥挤现象消散率。

最终得到大客流传播模型为

$$\Delta I_{t+1} = (\theta S - \lambda I_t) I_t - \lambda I_t \tag{9}$$

式中: S 为网络中与大客流发生站点直接相连的站点数。

通过该模型可得到大客流发生时的传播范围及其影响,从而为轨道交通网络需采取适宜的管控措施提供依据。

θ 表示拥挤客流传播率,即拥挤客流会在相邻站点间传播,其原因主要是客流与列车运行通过能力之间的不匹配,因此可以对 θ 值进行如下量化

$$\theta = (C_1 - C_2) / C_3 \tag{10}$$

式中: C_1 为发生拥挤客流时所需列车的运行通过能力; C_2 为实际列车的运行通过能力; C_3 为设计列车的运行通过能力。

λ 表示拥挤客流消散率,即采取相应的客流疏散措施后站点恢复至正常运营状态。本文对 λ 作如下量化

$$\lambda = (C_4 - C_2) / C_3 \tag{11}$$

式中: C_4 为采取客流控制策略后的列车运行通过能力。

对模型参数进行分析并结合北京市轨道交通站点现状, θ 取 0.3, λ 取 0.2。另外假设 $I_0=1$,表示初始时刻网络中只有 1 个站点发生大客流。以北京市轨道交通站点为例,对模型参数 S 进行敏感性分析(下页图 2),仿真结果如下页图 3 所示。图 3 中, $S=3$ 和 $S=5$ 的拥挤站点数分别为 3.7 和 6.7,这相

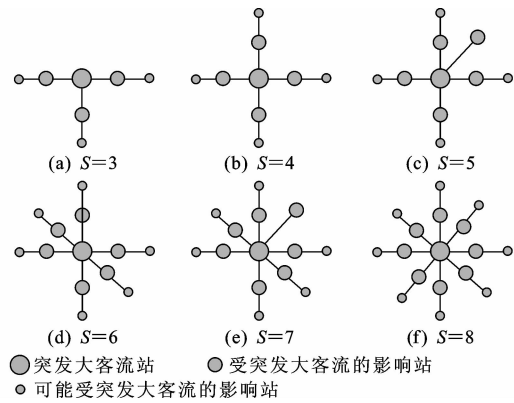


图2 大客流传播扩散
Fig.2 Evolutions of mass passenger flow

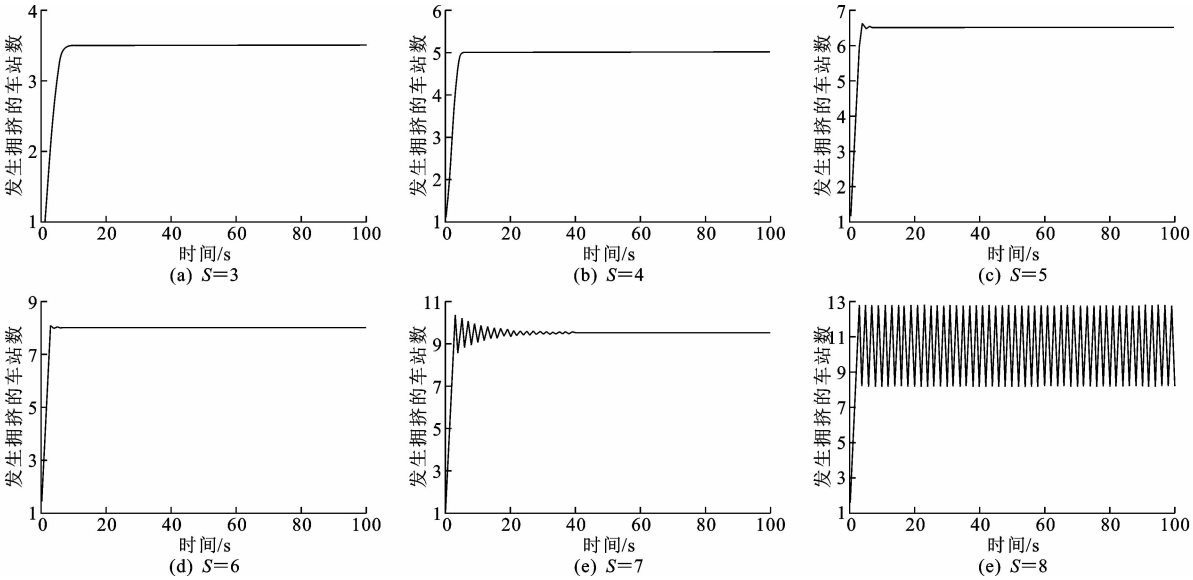


图3 轨道交通网络突发大客流的站点数
Fig.3 Total number of congestion stations in network

(3)当 $S>7$ 时,大客流导致的拥挤站点总数出现波动状态,且不再稳定,拥挤客流的传播范围越来越大,最终影响到整个轨道交通网的正常运行。

(4)在北京市轨道交通网络中,目前换乘站点衔接数最大的是5,为西直门站,因此突发客流拥挤造成全网中断不太可能发生,但可能会导致局部站点发生客流拥堵,给乘客出行带来不便。

2.2 换乘站点功能中断条件下轨道交通网络稳定性

当线路中的站点受自然灾害或恐怖事件影响运行中断时,列车无法经过该站运输客流。基于该特征,第2.1节提出的客流传播模型无法应用于此类站点的研究。考虑到站点客流量、位置以及结构均对网络稳定性有影响,选取换乘站点的日均换乘量、站点度及介数(见下页表4),划分重要度等级,研究不同重要度等级的换乘站点对整个轨道交通网的影响,

当于破坏了第4个和第7个站点的70%,因此最终结果取整数分别为4和7。

由图3可得如下结论。

(1)当 $S<7$ 时,拥挤客流传播一段时间后会趋于稳定,拥挤站点总数不再增加,即大客流传播在该轨道交通网络中得以控制,网络的稳定性能较强;并且与发生大客流换乘站点的相邻站点数越多,则出现拥挤站点总数越多,但拥挤消散所需时间越短。

(2)当 $S=7$ 时,大客流导致的拥挤站点总数会出现一小段波动,但最终拥挤站点总数仍能趋于稳定。

响,通过网络效率的变化来判断影响程度。

由于日均换乘量、站点度、介数的量纲不同,故本文利用“min-max 标准化”方法进行量纲一化处理。设 $\min A$ 和 $\max A$ 分别为各参数的最小值和最大值,将参数中的任意一个原始值 x 进行线性变化处理得到 $x^{[16]}$,其计算公式为

$$x' = (x - \min A) / (\max A - \min A) \tag{12}$$

分析得到3个参数的量纲一化值分别为 x'_1, x'_2, x'_3 。通过调查发现3个参数在轨道交通网络中具有同等重要性,因此重要度系数 M 可按下式进行加权换算,即

$$M = (x'_1 + x'_2 + x'_3) / 3 \tag{13}$$

在此基础上,对换乘站的重要度进行分级,级别由高到低分别为A、B、C、D级。具体等级划分为:(0, 0.25]范围为D级,(0.25, 0.5]范围为C级,(0.5, 0.75]范围为B级,(0.75, 1]范围为A级。经换算,

站点重要度等级如表 5 所示。

表 4 换乘站日均换乘量、站点度及介数

换乘站	日均换乘量/万人	站点度	介数
西直门	24.1	5	0.201 4
宋家庄	18.8	4	0.129 5
建国门	16.6	4	0.202 2
呼家楼	16.4	4	0.151 8
惠新西街南口	16.3	4	0.058 1
国贸	15.8	4	0.176 9
宣武门	13.0	4	0.125 5
复兴门	12.7	4	0.095 3
角门西	12.4	4	0.132 5
海淀黄庄	12.3	4	0.058 8
菜市口	8.0	4	0.129 7
磁器口	7.7	4	0.113 8
金台路	5.6	3	0.128 0
奥林匹克公园	3.7	4	0.046 2
北京西	3.2	3	0.093 8
望京站	2.7	4	0.182 9

表 5 站点重要度等级划分
Tab. 5 Stations importance hierarchy

重要度等级	站点	重要度系数
A 级	西直门	1.000
	建国门	0.718
B 级	国贸	0.651
	呼家楼	0.607
	宋家庄	0.596
	角门西	0.503
	宣武门	0.497
C 级	望京站	0.460
	菜市口	0.429
	复兴门	0.428
	惠新西街南口	0.404
	磁器口	0.390
	海淀黄庄	0.343
	金台路	0.221
D 级	奥林匹克公园	0.182
	北京西	0.110

基于重要度等级划分结果,分析不同等级下站点出现功能中断对整个轨道交通网络的影响程度,同时分析重要度相似的站点对轨道交通网络影响的相似性。假定北京市轨道交通网络各换乘站分别发生运营中断情况,短期内无法正常运营,仿真分析各站点运营中断前后网络效率的变化情况。

图 4 为站点重要度系数与网络效率的关系。由图 4 可见,当站点发生功能中断时,随着站点重要度

等级增大,网络效率逐渐降低。其中,A 级站点网络效率平均降低了 10%,B 级降低了 6.1%,C 级降低了 1.4%,D 级降低了 1.8%。数据表明,C 级和 D 级站点网络效率平均变化值相差较小,因此可将 D 级站点归入到 C 级中。图 5 为站点重要度系数与网络效率变化率的关系。由图 5 可见,等级越大的站点发生功能中断,网络效率变化率越大,说明对整个网络的稳定性能影响也越大。其中变化率最大的为 A 级站点,最小的为 C 级站点。在轨道交通网络运营过程中,应对高等级的站点(如西直门、建国门、国贸、呼家楼、宋家庄等)进行重点维护,加强其稳定性能。此外,还可发现重要度处于同级的站点,网络效率变化率相似,表明同级站点在运营中断后对轨道交通网络影响程度具有相似性的特点。

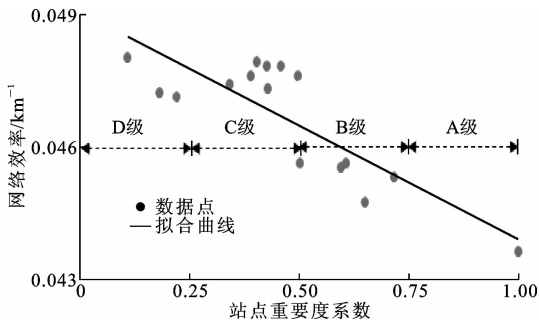


图 4 站点重要度系数与网络效率的关系
Fig. 4 Relationship between station important degree coefficients and network efficiencies

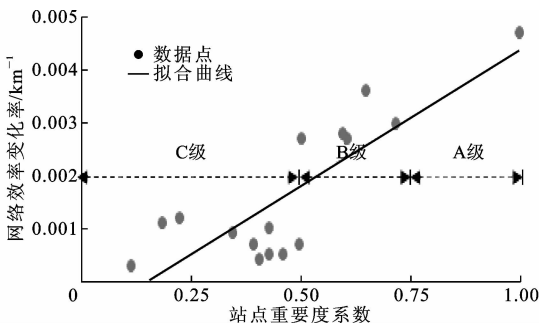


图 5 站点重要度系数与网络效率变化率的关系
Fig. 5 Relationship between station important degree coefficients and network efficiency change rates

3 结 语

(1)构建了北京市轨道交通复杂网络模型和客流动态传播模型,总结大客流在轨道交通网络中的传播特性,并依据网络效率的仿真分析结果,对站点进行了分级。

(2)仿真结果表明,北京市现有轨道交通网络常态运行下的稳定性能较强。在大客流冲击下,当

$S \leq 7$ 时,连接的站点越多,网络恢复到正常的时间越短;当 $S > 7$ 时,大客流导致拥挤站点总数出现波动,并最终影响整个轨道交通网的稳定性。

(3)通过分析站点功能中断时对整个网络运营效率的影响,发现网络中的关键性换乘站为站点度值、客流量及介数综合值较大的站点,如西直门、宋家庄、建国门、呼家楼、角门西、国贸等。建议重点维护该类站点,并采取相关限流措施,预防站点大客流事件的发生。

(4)基于客流量、网络结构等特点,通过量化网络效率的变化率,发现重要度系数在 $(0.75, 1]$ 范围的站点对网络效率影响最大,在 $(0.5, 0.75]$ 范围的站点次之,在 $(0, 0.5]$ 范围的站点影响最小。站点的重要度属性可为大客流冲击下的北京市轨道交通网络应急方案的制定提供决策支持。

(5)本文在研究换乘站点功能减弱条件下的网络稳定性时,仅考虑相邻站点衔接数、客流拥挤传播速率、拥挤消散速率 3 个因素来分析突发客流拥挤的传播特征,但实际网络情况具有一定的复杂性。因此,充分挖掘影响突发客流拥挤传播规律的主要因素,并将其反映到传播模型中是未来的研究重点。

参考文献:

References:

- [1] 刘志谦,宋 瑞.基于复杂网络理论的广州轨道交通网络可靠性研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2010,10(5):194-200.
LIU Zhi-qian, SONG Rui. Reliability analysis of Guangzhou rail transit with complex network theory [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2010,10(5):194-200.
- [2] 王 燚,杨 超.上海市轨道交通网络的复杂网络特性研究[J]. 城市轨道交通研究, 2009,12(2):33-36.
WANG Yi, YANG Chao. Characteristics of the complex network in Shanghai urban rail transit[J]. Urban Mass Transit, 2009,12(2):33-36.
- [3] SUN L, HUANG Y, CHEN Y, et al. Vulnerability assessment of urban rail transit based on multi-static weighted method in Beijing, China[J]. Transportation Research Part A, 2018,108:12-24.
- [4] ZHANG J, XU X, HONG L, et al. Networked analysis of the Shanghai subway network in China[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2011,390(23):4562-4570.
- [5] ANGELOU D P, FISK D. Large subway systems as

complex networks[J]. Statistical Mechanics and Its Applications, 2006,367:553-558.

- [6] 乔 珂,赵 鹏,姚向明.城市轨道交通网络性能分析[J]. 交通运输系统工程与信息, 2012,12(4):115-121.
QIAO Ke, ZHAO Peng, YAO Xiang-ming. Performance analysis of urban rail transit network[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2012,12(4):115-121.
- [7] 秦孝敏.城市轨道交通网络可靠性研究[J]. 城市轨道交通研究, 2015,18(12):90-93.
QIN Xiao-min. Reliability study of urban rail transit network[J]. Urban Mass Transit, 2015,18(12):90-93.
- [8] 杜 斐,黄宏伟,张东明,等.上海轨道交通网络的复杂网络特性及鲁棒性研究[J]. 武汉大学学报:工学版, 2016,49(5):701-707.
DU Fei, HUANG Hong-wei, ZHANG Dong-ming, et al. Analysis of characteristics of complex network and robustness in Shanghai metro network[J]. Journal of Wuhan University: Engineering Edition, 2016,49(5):701-707.
- [9] 曲迎春,徐仲之,龚 航,等.城市轨道交通网络脆弱性分析[J]. 铁道科学与工程学报, 2016,13(11):2276-2283.
QU Ying-chun, XU Zhong-zhi, GONG Hang, et al. Vulnerability analysis of urban rail transit networks [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2016,13(11):2276-2283.
- [10] 叶 青.基于复杂网络理论的轨道交通网络脆弱性分析[J]. 中国安全科学学报, 2012,22(2):122-126.
YE Qing. Vulnerability analysis of rail transit based on complex network theory[J]. China Safety Science Journal, 2012,22(2):122-126.
- [11] 宗 刚,陈先婷.突发事件对城市轨道交通网络的影响研究——以北京市为例[J]. 中国安全科学学报, 2015,25(8):106-110.
ZONG Gang, CHEN Xian-ting. Effect of emergency on urban railway transit network; A case study of Beijing [J]. China Safety Science Journal, 2015,25(8):106-110.
- [12] YANG Y, LIU Y, ZHOU M, et al. Robustness assessment of urban rail transit based on complex network theory; A case study of the Beijing subway[J]. Safety Science, 2015,79:149-162.
- [13] 韩纪彬,郭进利,张新波.上海市轨道交通网络可靠性研究[J]. 中国安全科学学报, 2012,22(12):103-108.
HAN Ji-bin, GUO Jin-li, ZHANG Xin-bo. Reliability analysis of Shanghai rail transit network [J]. China Safety Science Journal, 2012,22(12):103-108.