

# 考虑摩阻效应的大行程滑移支座 非线性耦合分析

颜东煌<sup>1,2</sup>,董道福<sup>1,2</sup>,陈常松<sup>1,2</sup>,涂光亚<sup>2</sup>,袁 明<sup>2</sup>,李 炎<sup>2</sup>

(1. 长沙理工大学 桥梁工程湖南省高校重点实验室,湖南 长沙 410114;

2. 长沙理工大学 土木与建筑学院,湖南 长沙 410114)

**摘 要:**为解决大跨结构支座类构件在其接触面发生特大相对滑移情况下的边界非线性与结构整体几何非线性耦合效应分析问题,基于平面杆系结构有限元分析理论,提出适用于考虑动、静摩阻力的大行程滑移支座全过程受力及变形特性非线性解决方法。完善可精确考虑轴力、弯矩耦合效应的基于随动坐标系下总体拉格朗日列式(CR-TL)的全量梁柱理论,使其适用于一般结构大位移条件下的快速几何非线性分析;采用双单元模式建立滑移支座非线性计算模型,优化适合动、静摩擦因数的滑动-停止判别条件;利用动态单元法、动态刚臂单元法及修正的主从节点法考虑大行程滑移支座滑动模拟过程中的支座斜置现象;建立符合支座滑动全过程受力特性的梁柱理论计算模式,并提出与之相适应的求解非线性方程的变刚度法,以及适应多支座体系协同工作模式的内部折减系数法。研究表明:利用 CR-TL 全量梁柱理论进行大跨斜拉桥结构施工全过程分析时,在相同计算精度水平下,其计算效率可提高 30%;当采用不同支座模拟方式时,完全滑动及带摩阻力滑动条件下的单支座与双支座刚架结构位移计算结果相差可达 44%~55%;在车辆荷载作用下,大跨斜拉桥结构主梁纵向位移及索塔偏位差达到 10 cm 级别,显著改变了结构的响应特征,提出的理论能够实现对同类工程问题的精细分析。

**关键词:**桥梁工程;几何非线性;边界非线性;CR-TL 全量梁柱理论;大行程滑移支座;摩阻效应;动态刚臂

中图分类号:U441.4

文献标志码:A

## Nonlinear coupling analysis considering dynamic and static friction effect for large travel sliding bearing

YAN Dong-huang<sup>1,2</sup>, DONG Dao-fu<sup>1,2</sup>, CHEN Chang-song<sup>1,2</sup>,

TU Guang-ya<sup>2</sup>, YUAN Ming<sup>2</sup>, LI Yan<sup>2</sup>

(1. Hunan Province University Key Laboratory of Bridge Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, Hunan, China; 2. School of Civil Engineering and Architecture, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, Hunan, China)

**Abstract:** In order to solve the analysis problem of coupling effect between boundary nonlinearity

收稿日期:2016-11-15

基金项目:国家自然科学基金项目(51678070,51678068);桥梁工程湖南省高校重点实验室开放基金项目(13KA03);

国家重点基础研究发展计划(“九七三”计划)项目(2015CB 057706);湖南省教育厅科研项目(10K006)

作者简介:颜东煌(1961-),男,湖南娄底人,教授,博士研究生导师,E-mail:yandonghuang@126.com。

and geometrical nonlinearity on bearing component of long-span structure where an especially big relative slipping occurs in contact surface, a nonlinear solution in the whole process of mechanical characteristics considering the dynamic and static friction effect in large travel sliding bearing was created based on the finite element analysis theory of plane skeletal structures. The total deformation beam-column theory based on total Lagrange formulation under co-rotating coordinate system (CR-TL) about coupling effect between axial force and bending moment was perfected firstly to make it suitable for rapid geometrically nonlinear analysis on large displacement of general structure. A double element nonlinear calculation model of sliding bearing was built and the criterion condition of sliding-stopping which was suitable for dynamic and static friction coefficient was optimized. The dynamic element method, dynamic rigid arm method, and the modified main and subordinate node method were all used to solve the bearing sideling phenomenon in large travel sliding bearing. A beam-column theory calculation model in the whole process of mechanical characteristics was built, and variable stiffness method for solving the nonlinear equation was put forward. A collaborative work pattern based on internal discount coefficient method which adapted to the multiple bearing element system was applied to calculation. The results show that under the same precision level, the calculation efficiency can be improved by 30% when using CR-TL total deformation beam-column theory to analyze the whole construction process of large span cable-stayed bridge. When using different bearing simulation modes, the result difference between single and double bearing rigid frame under the conditions of absolute slippery and frictional slippery can reach 44% to 55%. Under vehicle load, differences of longitudinal displacement of girder and deviation of pylon can reach to 10 cm level, which significantly changes the response characteristics of structures. The theory can be applied to precise analysis for the same kind of engineering problems. 4 tabs, 9 figs, 26 refs.

**Key words:** bridge engineering; geometric nonlinearity; boundary nonlinearity; CR-TL beam-column theory; large travel sliding bearing; friction effect; dynamic rigid arm

## 0 引 言

现代大跨结构设计、施工及养护皆强调精细分析理念,准确考虑这类结构在外界作用下的几何非线性及边界非线性效应是达到上述要求的重要措施。文献[1]、[2]在这方面做了较多基础性研究并进行了优化。至目前为止,大跨结构的几何非线性分析理论已相对成熟<sup>[3-7]</sup>,同时在其边界非线性分析理论方面亦积累了较多成果<sup>[8-12]</sup>,能够描述一般结构边界支承构件的力学行为。

在一般结构的静力计算中,关于支座单元的模拟方式有如下几种:①弹簧支座单元模式,该模式实质是将支座单元等效为具有有限刚度的弹簧,并将其刚度叠加到总刚度矩阵中对应于支承节点各自由度的元素上<sup>[13]</sup>;②主从节点单元模式,根据单元支承受力特点建立其节点主从关系,在结构有限元总体平衡方程中,只含有主节点自由度与从节点中独立的自由度;③点单元模式,在一定的静、动平衡判

别条件下,通过改变单元刚度矩阵中的某些元素,使其能反映单向受力支座和带摩擦力的滑动支座的力学特性<sup>[8-9]</sup>。

现阶段基于结构抗震性能开发了多种类型减隔震支座,并对其工作模式及动力性能进行了试验测试及有限元分析,得到了滑动工作模式下支座构件动态性能描述信息<sup>[10-12]</sup>。此外,文献[14]中利用通用有限元软件对弹性滑移支座进行了有限元分析,但其研究对象中的支座接触面未发生相对滑动;文献[15]、[16]分别对支座滑动面摩擦因数变化特征及曲线梁桥中支座模型对结构地震反应的影响进行了研究,但都局限于小位移模式;文献[17]、[18]中采用主从约束(自由度耦合)方式模拟支座工作性能,但未能考虑其与几何非线性的耦合效应;文献[19]研究了活动支座状态对桥梁弹塑性地震反应的影响;文献[20]、[21]分别对设置夹层橡胶及弹性索的支座受力性能进行了详细描述。

综上,大跨结构的支座除具有一般支座的受力

变形特性外,还具有以下特点:①上下盖板接触面间可能发生大行程的相对滑动,在温度变化引起的结构边界滑移、大跨桥梁结构施工及运营过程中主梁相对墩塔滑移、混凝土构件收缩徐变引起结构大变形等情况下,其相对滑移量甚至可达到与构件外形尺寸相同的数量级;②结构变形过程中需要根据支座面的动、静摩擦因数分别计算其摩擦力并判断其与滑动失衡力的关系,且需要建立适应滑动-停止交替过程的完整判别条件。为保证对此类构件在外界作用下响应描述的准确性及过程控制的精确性,需要对这类边界问题进行深入研究。但上述处理支座单元工作性能的方式存在一些不足:①不适用于特大行程滑动特性描述;②未建立完善的适应滑动-停止反复模式判别条件;③考虑结构几何非线性时,可能导致支座单元斜置现象,从而导致计算不收敛;④未对支座的静、动摩擦因数进行区别;⑤滑动-停止判别条件不适用于多支座单元工作模式等。这些缺陷最终导致对结构设计、施工及后期运营过程中精细分析实现困难,甚至会得到错误的结果。

鉴于此,本文基于平面杆系二阶随动坐标系下的总体拉格朗日列式(CR-TL)全量梁柱理论,考虑一般几何非线性效应,采用双单元模型模拟支座单元的实际受力特性,建立全过程滑动-停止判别条件,利用动态单元法、动态刚臂法及修正的主从节点法,结合变刚度法解决支座非线性精细求解问题,并使其适用于多支座体系协同工作。

## 1 CR-TL 全量梁柱理论

本文在描述支座单元特性时做如下假定:①支座构件工作可靠,相对滑动发生在上下盖板既定的滑动面上,对存在支座垫石的情况则将其视为支座结构的一部分;②忽略支座构件的滞回性能,暂不考虑动力效应。

图1为基于CR坐标的梁柱理论受力图示,其中: $l$ 为单元变形后的弦长; $\theta_A$ 、 $\theta_B$ 分别为单元首、末端(节点*i*、*j*)扣除刚体转角后的全量角位移; $M$ 、 $N$ 、 $Q$ 分别为弯矩、轴力、剪力。利用结构(构件)的无应力状态量,以及CR-TL全量非线性二阶梁柱理论,可得到CR坐标下单元基于小应变假设的二阶平衡微分方程<sup>[22-23]</sup>

$$EIy'' + M_A - Q_A x - N_B y = 0 \quad (1)$$

式中: $E$ 、 $I$ 分别为弹性模量和截面惯性矩; $M_A$ 、 $Q_A$ 分别为单元首端的弯矩、剪力; $N_B$ 为单元末端的轴力; $x$ 、 $y$ 分别为梁柱在 $xOy$ 坐标系中的横、纵坐标。

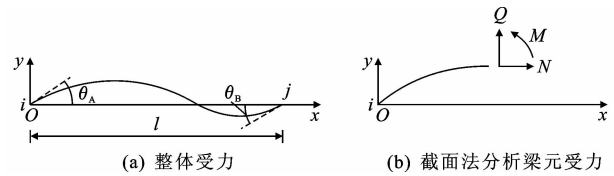


图1 基于CR坐标的梁柱理论

Fig. 1 Beam-column theory based on co-rotational procedure

式(1)表示的梁柱刚度方程可用稳定函数的形式表示为<sup>[24]</sup>

$$\begin{cases} M_A = (c_1 + c_2)\epsilon\theta_A + (c_1 - c_2)\epsilon\theta_B \\ M_B = (c_1 - c_2)\epsilon\theta_A + (c_1 + c_2)\epsilon\theta_B \end{cases} \quad (2)$$

式中: $c_1$ 、 $c_2$ 为刚度系数; $\epsilon$ 为单元弯曲线刚度; $M_B$ 为单元末端的弯矩。

根据单元首末端的弯矩平衡方程可确定其杆端剪力 $Q$ ;根据单元无应力长度 $l_0$ 、变形后弦长 $l$ ,并考虑“弓弦效应”,可计算单元的轴力 $N$ 。文献[24]给出了不考虑剪切效应并具有明确截断准则,且适用于 $-3.8 \leq N_B/N_E < +\infty$  ( $N_E$ 为单元的欧拉临界荷载)的稳定函数幂级数解,本文采用并优化其相关公式,即

$$c_1 = 3 + \omega/20 - \omega^2/2800 + R(\gamma) \quad (3)$$

$$c_2 = 1 + J\gamma^2/c_1 \quad (4)$$

其中

$$\begin{cases} R(\gamma) = 3(1 + 3J)\gamma^{6.25-0.75J}/40000 \\ \omega = 4J\gamma^2 \\ \gamma = \pi \sqrt{JN_B/N_E}/2 \\ N_E = \pi^2 EI/l^2 \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\omega$ 、 $\gamma$ 、 $J$ 均为系数,当 $N_B > 0$ 时, $J = 1$ ,否则 $J = -1$ 。

考虑梁柱构件的“弓弦效应”对单元的轴力修正量<sup>[25]</sup>,有

$$\Delta N_B = EAC_b = EA[b_1(\theta_A + \theta_B)^2 + b_2(\theta_A - \theta_B)^2] \quad (6)$$

式中: $A$ 为单元截面面积; $C_b$ 为轴向力修正等效应变项。

另有

$$b_1 = (s+c)(2-c)/8\omega, \quad b_2 = c/(s+c)/8 \quad (7)$$

式中: $s$ 、 $c$ 均为与单元的轴向力相关的系数。

且

$$s = c_1 + c_2, \quad c = c_1 - c_2 \quad (8)$$

当轴力很小时(可设定 $\gamma \leq 1.2 \times 10^{-3}$ ),有

$$b_1 = 1/40, \quad b_2 = 1/24 \quad (9)$$

利用上述理论可建立完整的梁柱理论单元计算模式,结合有限元法即可实现对一般结构的几何非

线性分析。

## 2 支座单元滑动-停止判别条件及非线性计算策略

支座单元有限元模型如图 2 所示。设整体坐标系为  $xOy$ , 支座系统  $b$  采用竖向及水平向设置的双单元  $v, h$  模拟, 且通过设置刚臂信息使单元  $h$  与滑动面重合(图中另示出了针对小尺寸支座的有限元模拟方式)。两单元均只含沿单元长度方向的轴向刚度, 支座系统沿整体坐标系水平向与竖直向的初始与当前阶段的几何长度为  $l_h^0, l_v^0$  及  $l_h^t, l_v^t$ , 滑动面距单元  $v$  首末端节点的距离分别为  $l_m, l_n$ , 单元  $v$  首末端节点发生的线位移分别为  $x, y$ , 相对滑移  $\Delta x, \Delta y$  分别为

$$\Delta x = x_j - x_i, \Delta y = y_j - y_i \quad (10)$$

式中:  $x_i, y_i$  分别为节点  $i$  的水平向、竖向位移;  $x_j, y_j$  分别节点  $j$  的水平向、竖向位移。

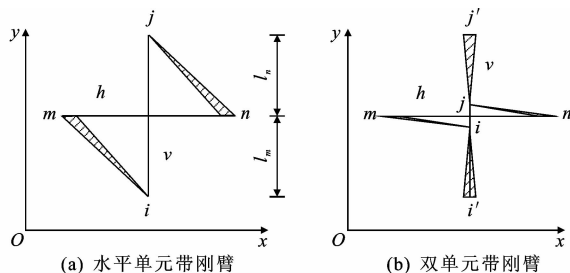


图 2 支座有限元模型

Fig. 2 Finite element model of bearing

### 2.1 支座单元系统滑动-停止判别条件

图 2 中采用节点  $i, j$  所在单元模拟支座系统的竖向支承(相应方向的刚度记为  $k_v$ ), 采用节点  $m, n$  所在单元模拟支座系统的水平向支承(相应方向的刚度记为  $k_h$ )。支座滑动面对应的动、静摩擦因数为  $\mu_d, \mu_s$ , 根据该摩擦因数与单元  $v$  末端的轴压力  $N_j$ , 可以确定沿滑动面方向的动、静摩擦力(水平向)绝对值  $F_{sd}, F_{ss}$  分别为

$$F_{sd} = \mu_d |N_j|, F_{ss} = \mu_s |N_j| \quad (11)$$

此外, 支座系统在整体坐标系下水平向的不平衡力为  $Q_j$ , 即单元  $h$  末端的轴向力。

结构处于初始时刻(设为  $t$  时刻)时, 支座单元系统由上述完整的双单元构成。随着外界作用的施加, 结构出现不平衡力, 表现为单元  $h$  的轴力增加, 当支座处于水平向限位或其不平衡力未突破支座滑动面的最大静摩擦力, 支座计算模式无需改变, 此时支座系统不平衡水平力  $Q_j$  与最大静摩擦力  $F_{ss}$  具有以下关系式

$$|Q_j| < F_{ss} \quad (12)$$

定义符号函数

$$\text{sign}(Q_j) = \begin{cases} 1 & Q_j \geq 0 \\ -1 & Q_j < 0 \end{cases} \quad (13)$$

随着外界作用的继续增加(设为  $t + \Delta t$  时刻,  $\Delta t$  为时间增量), 系统的不平衡力亦随之增大, 在允许出现滑动模式时, 其值突破最大静摩擦力时, 支座的滑动面将出现相对滑移, 支座系统的不平衡力得到释放, 随着后续新的平衡位置的出现, 此不平衡力将逐渐减小, 直至小于动摩擦力, 从而实现结构在新位置上的重新平衡。借鉴文献[10]~[12]、[26]的研究结果, 可将整个滑动过程及平衡条件按以下步骤做进一步优化。

(1) 在一定外界作用下, 根据双单元模式下的支座系统, 按一般单元刚度特性计算其内力及静摩擦力, 若式(12)继续成立则判定支座滑动面不出现相对滑动, 结构刚度矩阵及相关计算不发生改变, 继续进行后续计算。

(2) 若式(12)不成立, 则判定滑动面出现相对滑动, 此时支座单元系统刚度矩阵中  $k_h$  项为 0(即去掉单元  $h$ ), 并在支座单元首末节点  $i, j$  沿整体坐标系水平方向添加相应的动摩擦力  $F_{sd}^{t+\Delta t}$ , 即在末端节点施加水平力  $-\text{sign}(Q_j^t) F_{sd}^{t+\Delta t}$  及弯矩  $-\text{sign}(Q_j^t) \cdot F_{sd}^{t+\Delta t} l_n^{t+\Delta t}$ , 首端节点施加水平力  $\text{sign}(Q_j^t) F_{sd}^{t+\Delta t}$  及弯矩  $\text{sign}(Q_j^t) F_{sd}^{t+\Delta t} l_m^{t+\Delta t}$ , 随后按更新的刚度矩阵计算该荷载步下结构响应, 当所有外界作用施加完成且结构最终平衡后, 可判定此时的位形即为对应的新平衡位置。

(3) 在新的位形下重新激活单元刚度矩阵中的  $k_h$  项, 同时取消加载在支座单元首末节点的动摩擦力, 继续计算对应支座系统的内力及静摩擦力, 重新按上述判别过程进行后续计算。

### 2.2 支座竖向单元的变刚度法及水平向单元复位

实际计算中支座单元的不平衡水平力可能较大, 此时直接取消水平单元刚度项  $k_h$  将可能导致计算不稳定甚至不收敛, 解决此类问题时可采用变刚度法, 其具体过程为: 取消支座水平向单元刚度项  $k_h$  后, 对支座竖向单元  $v$  设置一较大的抗弯刚度, 待该情况下的计算过程收敛后再逐级减小上述抗弯刚度值, 最终实现零抗弯刚度下结构的平衡。

此外, 按本文支座系统的抗弯惯性矩取微小值, 采用梁柱理论计算其轴力修正项  $C_b$  时可能产生异常, 因此须设置如下参数以实现结构计算过程的稳定性

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = 4 \\ c_1 - c_2 = 2 \\ C_b = 0 \end{cases} \quad (14)$$

由于实际支座的“梁柱效应”微小,故式(14)确定的参数在保持计算过程稳定的同时实际亦符合真实支座受力特性。

外界作用下结构实现最终滑动平衡后,仍需要重新激活支座单元的水平向刚度,此时为保证根据现时位形计算得到的不平衡力与之前的动摩擦力效应一致,需要重新设置单元  $h$  的无应力长度  $l_{h0}^{t+\Delta t}$ ,使式(15)得到满足

$$F_{sd}^{t+\Delta t} = \text{sign}(Q_j^{t+\Delta t})EA(l_h^{t+\Delta t} - l_{h0}^{t+\Delta t})/l_{h0}^{t+\Delta t} \quad (15)$$

式中: $l_h^{t+\Delta t}$ 、 $l_{h0}^{t+\Delta t}$ 分别为  $t + \Delta t$  时刻单元  $h$  的现时有应力和无应力长度。

### 3 支座单元斜置复位有限元实现

如前所述,大跨结构支座在发生大行程滑动位移后,采用一般有限元模拟可能出现如图3所示的支座斜置现象,图中  $e$ 、 $f$  为单元编号。

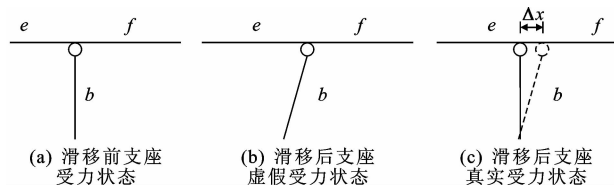


图3 滑移后支座单元斜置及复位

Fig. 3 Sliding and reduction of bearing element after slipping

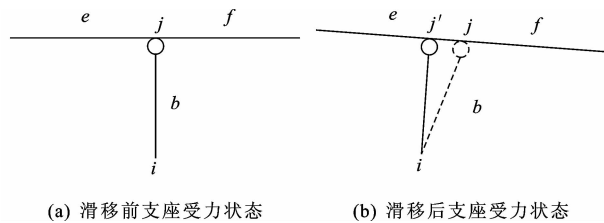
发生上述现象时,支座单元将产生沿水平向(滑动面方向)的拉压力分量,当该支座单元的抗弯刚度微小时,可能导致几何非线性求解失败。这种情况与结构的实际受力状态矛盾(实际支座构件仍处于严格的竖向拉压状态),求解结果不合理。为除此项误差,可采用的解决方案有:动态单元法、动态刚臂单元法、改进的主从节点法等。

#### 3.1 动态单元法

在整个相对滑动的计算过程中,始终更新节点  $j$  的  $x$  坐标( $y$  坐标由更新  $x$  坐标后引起的弦长变化比例确定),使支座单元  $h$  始终保持与滑动面平行的关系(根据新坐标产生的节点记为  $j'$ ),坐标更新示意图见图4。

使用梁柱理论进行分析时,会导致与节点  $j(j')$  相连的单元  $e$ 、 $f$  产生内力误差而造成计算过程失真,解决此问题的方法是动态调整单元  $e$ 、 $f$  的无应力尺寸。

设单元  $e$ 、 $f$  对应  $t$  时刻的无应力长度分别为



(a) 滑移前支座受力状态

(b) 滑移后支座受力状态

图4 动态单元法原理

Fig. 4 Principle of dynamic element method

$l_{e0}^t$ 、 $l_{f0}^t$ ; 设复位前后单元  $e$  的弦长分别为  $l_e^{t+\Delta t}$ 、 $l_e^{t+\Delta t'}$ , 据此计算比例系数  $\beta_e$

$$\beta_e = l_e^{t+\Delta t'} / l_e^{t+\Delta t} \quad (16)$$

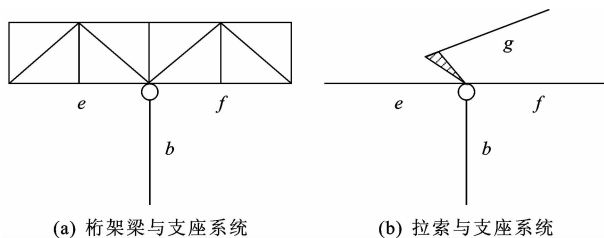
同理可确定系数  $\beta_f$ , 则可得复位后动态单元  $e$ 、 $f$  的无应力长度  $l_{e0}^{t+\Delta t}$ 、 $l_{f0}^{t+\Delta t}$  分别为

$$l_{e0}^{t+\Delta t} = \beta_e l_{e0}^t, l_{f0}^{t+\Delta t} = \beta_f l_{f0}^t \quad (17)$$

由于坐标的更新,继而可以通过新的运算使结构的不平衡力得到消除,达到新的平衡状态。

#### 3.2 动态刚臂单元法

实际支座结构可能连接于桁架构件的节点或者连接节点上存在柔性拉索等构件,如图5所示,其中  $g$  为单元编号。此时采用动态单元法考虑支座斜置情况将使分析过程变得复杂,避免此问题的另一种可行方法是采用动态刚臂单元法。



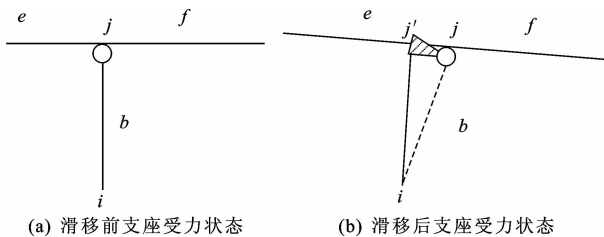
(a) 桁架梁与支座系统

(b) 拉索与支座系统

图5 支座与桁架式构件及柔性拉索节点连接关系

Fig. 5 Connection relationships between bearing and truss component or joint of cable

当节点  $j$  产生相对滑移  $\Delta x$  时,支座单元  $v$  的末端节点  $j$  形成一动态刚臂,其几何信息由类似动态单元法中  $j$  及  $j'$  节点信息确定,形成的带刚臂单元见图6<sup>[13]</sup>。



(a) 滑移前支座受力状态

(b) 滑移后支座受力状态

图6 动态刚臂单元法原理

Fig. 6 Principle of dynamic rigid arm element method

为保证与实际结构体系受力一致,需在节点  $j$

处额外施加一力矩  $\Delta M_j$

$$\Delta M_j = -N_j \Delta x' \quad (18)$$

式中:  $\Delta x'$  为支座单元局部坐标系下  $j$  与  $j'$  在水平方向的更新坐标差。

### 3.3 改进的主从节点法

通过设置支承单元首末节点沿单元方向的主从关系,可实现类似动态刚臂单元法的功能,但需要额外施加如式(18)所示的力矩以确保结构整体受力和变形效应一致。比较上述 3 类方法,概括其优缺点如下所述。

(1)动态单元法由于实现了支承单元实际支承位置的动态描述,在描述结构构件内部连接真实性方面,优于动态刚臂单元法及改进的主从节点法,后两者实质上改变了结构的局部受力模式,但整体效应仍保持一致。

(2)有限元实现的复杂程度方面,动态单元法不适宜针对节点区存在多单元连接的情况,动态刚臂单元法及改进的主从节点法则不存在此问题,因此适应性更广。

(3)有限元编程实现方面,动态单元法更适合于采用全量理论计算,后两者则既适合于增量理论,也适合于全量理论计算,且无需对现有程序进行大的改动即可实现所需功能。

(4)改进的主从节点法由于采用节点自由度耦合,无法直接输出支承单元的内力,这对于描述考虑摩阻力的支承单元的受力和变形存在不便,因此需要额外求解相应支承单元的真实内力状态。

综合比较上述 3 种方式的优缺点后,本文对于需要考虑支承单元大行程滑移特性及摩阻力效应分析时,采用动态刚臂单元法进行模拟。

## 4 加载原则及多支座单元工作模式

考虑一双支座受力体系,采用全量计算理论,若该体系在 1 个荷载步内施加外界作用  $p$ ,最终计算结果可能导致双支座体系皆会出现相对滑移现象;而若将作用  $p$  分级施加,可能的结果则是其中某支座先出现相对滑移,且释放了结构的不平衡力,最终即使在外界作用  $p$  施加完成后,另一支座体系仍未出现相对滑移现象,这与一次性施加外界作用计算结果不一致。

对于多支座体系,可根据外界作用的性质选择加载模式:当外界作用为逐级连续施加时,为避免结构非线性计算中出现矛盾结果,可将外界作用  $p$  分级施加;若外界作用一次性施加时,则可按全量理论计算,无需对  $p$  分级。本文提出在外界作用逐级施

加时判断多支座系统滑移顺序的 2 种方法:荷载步加密法及内部折减系数法。

### 4.1 荷载步加密法

荷载步加密法的分级原则为:某荷载步计算收敛后,在确定结构中未有多多个相同摩擦性能及受力模式支座系统的前提下,结构仅容许逐个支座体系发生相对滑移(否则可将加载系数减半重新计算),并按本文理论处理该支座体系滑移效应,此时其他支座体系仍按未发生相对滑移处理。随后的加载步按此原则依次执行,直至所有外界作用  $p$  施加完成。

### 4.2 内部折减系数法

上述分级原则理论上具有较高精度,但实际上增加了荷载步数,且需要编写专用数据模块以减小加载系数后程序能重新进行分析。基于此,可采用另一种针对多支座系统判断其滑移先后顺序的方法——内部折减系数法。该方法计算时,当某一荷载步计算收敛时进入多支座系统滑移顺序判断子程序:①比较滑移支座系统单元  $h$  的内力(即支座系统的水平不平衡力)与计算得到的静摩擦力,判断各支座系统是否达到滑移条件,并记录达到滑移条件的支座系统数目  $I'$ ;②若  $I'=0$ ,则说明各支座无相对滑移,程序自动进入后续步骤;③若  $I'=1$ ,则将该支座系统的  $h$  单元冻结(整体刚度矩阵不计入其贡献),进入后续步骤;④若  $I'>1$  且有多多个相同摩擦性能支座系统的内力初值与增量值皆一致,则判定其皆达到相对滑移条件,据此确定一系列滑动支座系统并返回步骤③;⑤若仅  $I'>1$ ,则将当前荷载步增加的内力进行折减后重新计算支座单元总内力,并继续判定,直到满足  $I'=1$ ,据此确定优先滑动支座系统并返回步骤③;⑥将上述确定的滑移支座系统的  $h$  单元的首末节点按第 2 节的方法施加动摩擦力,由于该过程将导致结构产生新的不平衡力,因此只需再进入不平衡力判断子程序寻找后续平衡位置即可;⑦循环上述步骤①~⑥,直至  $I'=0$ 。

## 5 理论方法对比及算例验证

### 5.1 CR 增量理论与 CR 全量理论计算效率对比

以九江长江公路大桥(主跨 818 m 双塔双索面半漂浮体系混合梁斜拉桥)施工全过程增量及全量几何非线性分析耗时来验证本文提出的理论。采用基于 CR 列式的增量格式进行结构全过程分析时,需要将荷载分级以保障计算精度,这在一定程度上降低了分析效率;而基于梁柱理论且利用 CR-TL 列

式时则不必对荷载分级,在保证同等计算精度的前提下可加快计算效率。经验证,利用增量理论进行求解,且将荷载步数  $N_P$  设置为  $N_P \geq 5$  时,位移及内应力计算结果将基本保持稳定;利用本文全量理论进行求解,且将荷载步数  $N_P$  设置为  $N_P \geq 1$  时,位移及内力的计算结果皆保持一致且与增量理论多荷载步计算结果吻合。

在上述求解精度一致性前提下,由于全量理论只需 1 个荷载步即得到稳定解答,因此将其耗时成本设置为 1 个时间单位,其他增量理论耗时成本则采用与全量理论计算耗时的相对值进行比较,其具体结果见表 1。

表 1 采用不同荷载步时增量理论与全量理论的耗时对比

Tab. 1 Time consumed with different load steps between incremental theory and total deformation theory

荷载步数 $N_P$	增量理论耗时单位	全量理论耗时单位
1	1.17	1.0
2	1.19	
3	1.31	
5	1.50	

从以上对比数据可以看出,对于现有大跨度桥梁结构,一般计算硬件水平下,采用增量理论及本文全量理论皆可得到一致稳定的计算结果。但由于增量理论计算需要将荷载分级,因此总的时间成本将增加,相较之下本文 CR-TL 全量梁柱理论求解更具效率。

5.2 单支座刚架

如图 7 所示的单支座(考虑摩阻效应的大行程滑移支座)刚架模型,其中:1、4、7、10、11 为节点编号;且节点 1、7 为固结。相关计算参数为: $l=4.0\text{ m}$ ;弹性模量  $E=2.1 \times 10^8\text{ kPa}$ ;单元  $f$  横截面面积为  $0.0168\text{ m}^2$ ,截面惯性矩  $I=4.936 \times 10^{-2}\text{ m}^4$ ;单元  $e$  横截面面积为  $0.0148\text{ m}^2$ ,截面惯性矩  $I=1.026 \times 10^{-3}\text{ m}^4$ ,单元  $g$  横截面面积为  $0.0168\text{ m}^2$ ,截面惯性矩  $I=5.936 \times 10^{-2}\text{ m}^4$ ;支座  $b$  横截面面积为  $0.168\text{ m}^2$ ,截面惯性矩  $I=5.936 \times 10^{-10}\text{ m}^4$ ;动、静摩擦因数分别为  $\mu_d=0.025$ 、 $\mu_s=0.03$ ;外界作用  $p_2=3\,000\text{ kN}$ ,荷载  $q=50\text{ kN/m}$ 。

计算时设置不同的  $p_1$  值以验证本文理论,计算结果见表 2。

由表 2 可知:当  $p_1=50\text{ kN}$  时,结构不平衡力未突破支座单元的静摩擦力,未出现相对滑动;当  $p_1=100\text{ kN}$  时,结构不平衡力已大于静摩擦力,因此支座单元产生相对滑动,最终支座刚架水平位移较未滑动

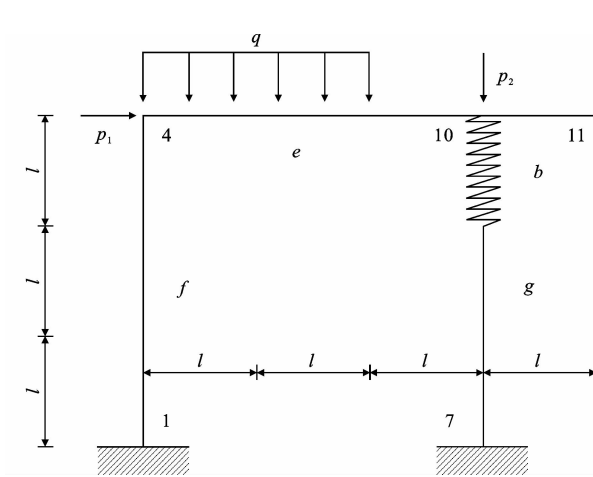


图 7 单支座刚架

Fig. 7 Rigid frame of single bearing

表 2 不同水平推力下单支座刚架计算结果

Tab. 2 Calculation results for rigid frame with single bearing under different horizontal thrust

外界作用 $p_1/\text{kN}$	不平衡力/kN	动、静摩擦力/kN	刚架水平位移/mm
50	73.3	92.2 (静摩擦力)	3.2(未滑动)
100		76.9 (动摩擦力)	5.6(滑动)

时(4.4 mm)大,但较完全滑动模式(不考虑动摩擦效应)时(10.0 mm)小。

5.3 双支座刚架

如图 8 所示的双支座(考虑摩阻效应的大行程滑移支座)刚架模型,其中:1、4、7、10、11、12、14、15 为节点编号,节点 1、7、12 为固结。图中相关几何尺寸及单元  $b_1$ 、 $b_2$ 、 $f$ 、 $g_1$ 、 $g_2$  的截面特性等与 5.2 节一致,仅改变外界作用: $p_2=p_3=3\,000\text{ kN}$ , $q=50\text{ kN/m}$ 。

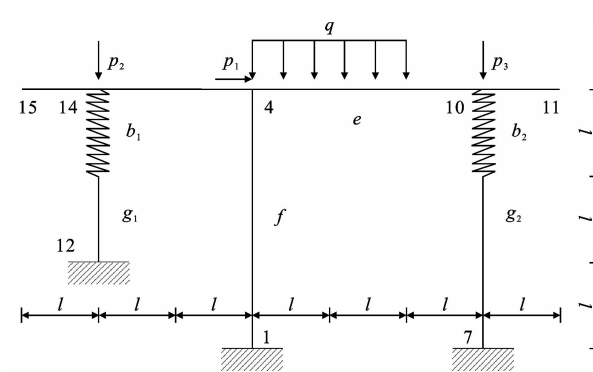


图 8 双支座刚架

Fig. 8 Rigid frame of double bearing

计算时通过设置不同的  $p_1$  值以验证本文理论,计算结果见下页表 3。

表 3 不同水平推力下双支座刚架计算结果

Tab. 3 Calculation results for rigid frame with double bearings under different horizontal thrust

$p_1/\text{kN}$	不平衡力/ $\text{kN}$		静摩擦力/ $\text{kN}$		动摩擦力/ $\text{kN}$		钢架水平位移/ $\text{mm}$
	单元 $b_1$	单元 $b_2$	单元 $b_1$	单元 $b_2$	单元 $b_1$	单元 $b_2$	
50	85.7	24.8	89.8	92.2			1.1( $b_1, b_2$ 均未滑动)
100		55.8		92.2	74.8		2.4(仅 $b_1$ 滑动)
150		81.4		92.2	74.7		3.6(仅 $b_1$ 滑动)
200					74.7	76.9	6.3( $b_1, b_2$ 均滑动)

由表 3 可知:当  $p_1=50\text{ kN}$  时,结构不平衡力未突破支座单元静摩擦力,未出现相对滑动;当  $p_1=100\text{ kN}$  时,支座单元  $b_1$  的不平衡力已经大于静摩擦力(此时支座单元  $b_2$  仍未滑动),因此支座单元  $b_1$

将产生相对滑动;当  $p_1=150\text{ kN}$  时,支座单元  $b_2$  仍未滑动;当  $p_1=200\text{ kN}$  时,支座单元  $b_2$  亦产生相对滑动;最终刚架水平位移较未滑动时明显偏大,但较完全滑动模式(不考虑动摩擦效应)时的位移( $14.1\text{ mm}$ )小。

5.4 主梁最大纵向位移荷载试验

利用本文提出的考虑摩阻效应的大行程滑移支座有限元计算理论,对主跨  $818\text{ m}$  的双塔双索面半飘浮体系混合梁斜桥荷载试验中主梁最大纵向位移工况(图 9)进行计算。对比分析过程中采用以下 4 种支座单元模拟方式:模式 I,所有支座均可自由滑动;模式 II,南塔支座限制纵向位移,其他支座可自由滑动;模式 III,所有支座均考虑摩阻力效应(静、动摩擦因数标准值  $\mu_s=0.03, \mu_d=0.025$ );模式 IV,在模式 III 基础上取其动、静摩擦因数的 1.2 倍进行对比计算,同时列出现场实测值进行对比,结果如表 4 所示。

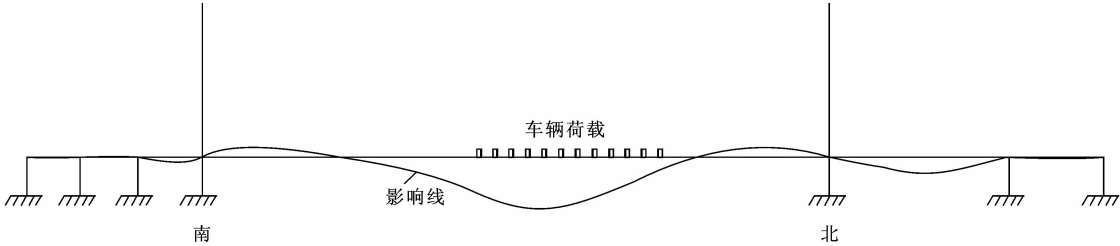


图 9 九江长江大桥主梁最大纵向位移荷载试验工况布载

Fig. 9 Load arrangement for maximum longitudinal displacement of girder in load test on Jiujiang Yangtze River Bridge

表 4 主梁最大纵向位移工况结构计算值与实测值对比

Tab. 4 Comparison of longitudinal displacement between calculated results and measured results under condition of maximum

longitudinal displacement of girder mm

位置	模式 I	模式 II	模式 III	模式 IV	实测值
南塔梁交接处 主梁纵向位移	97.1	1.0	4.4	0.7	0.1
北塔梁交接处 主梁纵向位移	85.6	-8.5	-4.9	-8.5	-9.0
南塔偏位	202.8	98.2	101.9	97.9	95.6
北塔偏位	-164.6	-260.9	-257.4	-261.1	-244.0

注:南塔向中跨偏为正,北塔向中跨偏为负,反之亦然。

由表 4 可知,除模式 I 以外的其他 3 种支座模式得到的结果均相差较小,模式 I 相对其他模式在桥塔偏位及主梁纵向位移方面差别均较大,说明支座摩阻力对结构体系在外界作用下响应的影响较大。荷载试验现场测试结果显示在该工况下,结构实际响应与按模式 II、IV 的计算结果基本吻合。由于该桥结构设计的特殊性(主梁仅单边跨布置为混凝土梁),导致混凝土边跨主梁部分对应支座的静摩

擦力偏大,而在汽车活载下实际上基本不能发生相对滑移,采用模式 II 可基本吻合真实的结构响应;若实际结构形式发生变化时,应采用更符合实际的带摩阻力大行程滑移支座系统(模式 IV)模拟真实的支座受力状态,同时注意摩擦因数的现场识别。

6 结 语

(1)采用基于 CR-TL 全量梁柱理论的非线性有限元分析模式,在保证最终计算结果可靠的前提下能一定程度加快计算效率,节约分析成本。

(2)大行程滑移支座有限元计算原理能准确描述工程实际中支座单元在不同水平外界作用下全过程受力变形特性,利用本文理论编写的有限元程序计算分析过程稳定,且能适应多支座单元协同工作。

(3)考虑支座摩阻力效应可能完全改变结构运营过程中在外界作用下的响应特征,因此结构设计阶段即应考虑该类影响,进一步优化结构受力。

(4)下一步将对具有大行程滑移支座单元的动、



静摩擦因数及其对分析结果的影响程度进行试验性校核,并对动力作用下结构的实际响应做理论与实测对比分析。

## 参考文献:

## References:

- [1] CHEN Z Q, AGAR T J A. Geometric nonlinear analysis of flexible spatial beam structures[J]. Computers and Structures, 1993, 49(6): 1083-1094.
- [2] WANG P H, LIN H T, TANG T Y. Study on nonlinear analysis of a highly redundant cable-stayed bridge [J]. Computers and Structures, 2002, 80(2): 165-182.
- [3] 梁 鹏. 超大跨度斜拉桥几何非线性及随机模拟分析 [D]. 上海: 同济大学, 2004.  
LIANG Peng. Geometrical nonlinearity and random simulation in super long span cable-stayed bridges [D]. Shanghai: Tongji University, 2004.
- [4] 陈常松, 颜东煌, 陈政清. 带刚臂的两节点精确悬链线索元的非线性分析[J]. 工程力学, 2007, 24(5): 29-34.  
CHEN Chang-song, YAN Dong-huang, CHEN Zheng-qing. Nonlinear analysis of two-node accurate catenary cable element with arbitrary rigid arms[J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(5): 29-34.
- [5] 陈政清. 梁杆结构几何非线性有限元的数值实现方法 [J]. 工程力学, 2014, 31(6): 42-52.  
CHEN Zheng-qing. Numerical implementation of geometrically nonlinear finite element method for beam structures[J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(6): 42-52.
- [6] 邓继华, 邵旭东. 基于 U. L 列式的带刚臂平面梁元非线性分析[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2012, 39(5): 8-12.  
DENG Ji-hua, SHAO Xu-dong. Non-linear analysis of plane beam element with rigid arms based on U. L formation[J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2012, 39(5): 8-12.
- [7] 邓继华, 邵旭东, 张 阳, 等. 考虑索端刚臂的斜拉桥空间拉索非线性分析[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2014, 41(1): 21-26.  
DENG Ji-hua, SHAO Xu-dong, ZHANG Yang, et al. Non-linear analysis of spatial stay cable with rigid arms of cable-stayed bridge [J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2014, 41(1): 21-26.
- [8] 李 乔. 偏心支承曲线梁桥有限元模型[J]. 桥梁建设, 2000(3): 8-10.
- LI Qiao. Finite element model for curved girder bridge with eccentric supports[J]. Bridge Construction, 2000(3): 8-10.
- [9] 李 乔. 桥梁支座的有限元模型[J]. 工程力学, 2000, 17(增 1): 657-660.
- LI Qiao. Finite element model for bridge bearing[J]. Engineering Mechanics, 2000, 17(S1): 657-660.
- [10] 韩 强, 刘卫刚, 杜修力, 等. 多球面滑动摩擦隔震支座计算模型及其试验确认[J]. 中国公路学报, 2012, 25(5): 82-88.
- HAN Qiang, LIU Wei-gang, DU Xiu-li, et al. Computational model and experimental validation of multi-spherical sliding friction isolation bearings[J]. China Journal of Highway and Transport, 2012, 25(5): 82-88.
- [11] 张 彬, 刘 欣, 李 洋. 板式橡胶支座滑动的地震响应分析[J]. 噪声与振动控制, 2014, 34(6): 131-134.  
ZHANG Bin, LIU Xin, LI Yang. Seismic response analysis of laminated rubber bearing's sliding [J]. Noise and Vibration Control, 2014, 34(6): 131-134.
- [12] 李 悦, 李 冲, 李 茜. 地震作用下板式橡胶支座滑移对中小跨径桥梁抗震性能的影响[J]. 土木工程学报, 2014, 47(增 1): 124-129.
- LI Yue, LI Chong, LI Qian. Effect of elastomeric bearings slide on seismic performance of small and medium span girder bridges in earthquake[J]. China Civil Engineering Journal, 2014, 47(S1): 124-129.
- [13] 颜东煌, 田仲初, 李学文. 桥梁结构电算程序设计 [M]. 长沙: 湖南大学出版社, 1999.
- YAN Dong-huang, TIAN Zhong-chu, LI Xue-wen. Design of computer procedures for bridge structures [M]. Changsha: Hunan University Press, 1999.
- [14] 王 璐, 欧 瑾, 王曙光, 等. ABAQUS 软件在弹性滑移支座非线性有限元分析中的应用[J]. 南京工业大学学报: 自然科学版, 2010, 32(4): 49-53.
- WANG Lu, OU Jin, WANG Shu-guang, et al. Nonlinear finite element analysis of elastic sliding bearing based on ABAQUS [J]. Journal of Nanjing University of Technology: Natural Science Edition, 2010, 32(4): 49-53.
- [15] 李枝军, 葛 飞, 徐秀丽, 等. 板式橡胶支座性能有限元模拟与试验研究[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2013, 43(6): 1299-1304.
- LI Zhi-jun, GE Fei, XU Xiu-li, et al. Finite element

- simulation and experimental study of property for elastomeric pad bearing[J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition, 2013, 43 (6): 1299-1304.
- [16] 李正英, 蒋林均, 李正良. 曲线连续梁桥支座模型对结构地震反应影响分析[J]. 振动与冲击, 2015, 34(2): 182-186.
- LI Zheng-ying, JIANG Lin-jun, LI Zheng-liang. Effect of bearing model on the seismic response of curved continuous girder bridge[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(2): 182-186.
- [17] 陈俊岭, 彭文兵, 马人乐, 等. 不对称高位滑移连接双塔结构的抗震性能分析[J]. 建筑结构, 2013, 43(23): 47-52.
- CHEN Jun-ling, PENG Wen-bing, MA Ren-le, et al. Seismic performance of an asymmetric double-tower structure connected by sliding supports[J]. Building Structure, 2013, 43(23): 47-52.
- [18] 王常峰, 朱春林, 陈兴冲. 活动支座摩擦作用对连续梁桥弹塑性地震反应的影响[J]. 公路交通科技, 2013, 30(5): 67-73.
- WANG Chang-feng, ZHU Chun-lin, CHEN Xing-chong. Effect of friction effect at movable support on elasto-plastic seismic response of continuous girder bridge[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2013, 30(5): 67-73.
- [19] 王常峰, 包仪军, 陈兴冲, 等. 活动支座状态对桥梁弹塑性地震反应的影响[J]. 公路交通科技, 2015, 32(3): 75-81.
- WANG Chang-feng, BAO Yi-jun, CHEN Xing-chong, et al. Effect of state of movable support on elasto-plastic seismic response of bridges [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2015, 32(3): 75-81.
- [20] ABE M, YOSHIDA J, FUJINO Y. Multiaxial behaviors of laminated rubber bearings and their modeling. I: experimental study[J]. Journal of Structural Engineering, 2004, 130(8): 1119-1132.
- [21] YUAN W C, WANG B B, CHEUNG P, et al. Seismic performance of cable-sliding friction bearing system for isolated bridges[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2012, 11(2): 173-183.
- [22] 秦顺全. 桥梁施工控制——无应力状态法理论与实践[M]. 北京: 人民交通出版社, 2007.
- QIN Shun-quan. Bridge construction control: theory and practice of unstressed state method[M]. Beijing: China Communications Press, 2007.
- [23] 李国强, 沈祖炎. 钢结构框架体系弹性及弹塑性分析与计算理论[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1998.
- LI Guo-qiang, SHEN Zu-yan. Elastic and elastoplastic analysis and computing theory of steel frame system [M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Publishers, 1998.
- [24] 宋启根, 罗穆勇, 宋 丹. 框架非线性分析的新梁柱单元[J]. 力学季刊, 2001, 22(2): 186-191.
- SONG Qi-gen, LUO Mu-yong, SONG Dan. A new beam-column element for nonlinear analysis of frames [J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2001, 22(2): 186-191.
- [25] 童根树. 钢结构的平面内稳定[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005.
- TONG Gen-shu. In-plane stability of steel structure[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2005.
- [26] 肖建春, 聂建国, 成 刚, 等. 浅网壳预应力施工阶段的可滑移弹性支座单元[J]. 工程力学, 2003, 20(4): 179-184.
- XIAO Jian-chun, NIE Jian-guo, CHENG Gang, et al. Sliding elastomeric bearing element for prestressed shallow lattice shells during construction[J]. Engineering Mechanics, 2003, 20(4): 179-184.