

文章编号:1671-8879(2017)02-0018-08

# 人工硬壳层上低路堤大变形理论分析

张宗涛<sup>1</sup>, 张洪亮<sup>1</sup>, 李志刚<sup>1,2</sup>, 程烽雷<sup>1</sup>

(1. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064; 2. 日照交通发展集团有限公司, 山东 日照 276800)

**摘 要:**在软土地基上修建低路堤时,软土地基经常会出现失稳、变形过大等问题,从而造成路面开裂,在此情况下通常会通过修建人工硬壳层对软基进行处治。目前,对于软土地基人工硬壳层相应的设计参数和处治方法并未进行深入的研究,且大部分处理方法都是通过工程实践和室内试验总结得到的。为优化用于处治软土路基的人工硬壳层设计方案,并提出软土地基上人工硬壳层设计参数的推荐取值范围,首先利用有限元软件 ABAQUS 在基于大、小变形理论基础上建立软土地基上路基路面有限元模型,对比分析软土地基模型对计算结果的影响程度,选定能够合理模拟软土地基的有限元模型;然后分析人工硬壳层的模量、厚度、宽度等参数对软土地基和路面力学响应的影响;最后推荐软土地基上人工硬壳层设计参数的合理取值范围。研究表明:含人工硬壳层软基上修建低路堤后,主要有软基整体承载力不足导致的剪切破坏、软基沉降变形过大和路基当量模量过低引起的路面提前开裂 3 种破坏形式;与扩展的 Drucker-Prager 模型相比,基于大变形理论的多孔介质弹性模型在模拟软土地基时表面沉降增大 45.1%,附加应力降低 4.9%,采用大变形理论模拟软土地基更合理;硬壳层的模量、厚度和宽度在一定范围内变化时,随着其数值的增加,软土地基的应力和位移逐渐降低,路面承受的附加应力逐渐增大;推荐软土地基上人工硬壳层的设计模量为 150~300 MPa,处治深度为 1~2 m,每侧宽度比路基边坡增加 1 m。

**关键词:**道路工程;软土地基;低路堤;人工硬壳层;大变形理论

**中图分类号:**U414.75

**文献标志码:**A

## Analysis of low embankment built on artificial hard crust with large deformation theory

ZHANG Zong-tao<sup>1</sup>, ZHANG Hong-liang<sup>1</sup>, LI Zhi-gang<sup>1,2</sup>, CHENG Feng-lei<sup>1</sup>

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 2. Rizhao Transportation Development Group Co. Ltd., Rizhao 276800, Shandong, China)

**Abstract:** The instability and large deformation of soft foundation occur frequently with pavement cracking when low embankment is constructed on soft foundation, and artificial hard crust is usually used to solve this problem. At present, corresponding design parameters and treatment methods of artificial hard crust on soft foundation have not been deeply studied, and most of the methods come from engineering experience and laboratory experiment. To optimize the design of artificial hard crush for the treatment of soft foundation and put forward corresponding value range of design parameters for artificial hard crust, finite element model of road on soft

收稿日期:2016-10-18

基金项目:国家自然科学基金项目(50608007)

作者简介:张宗涛(1975-),男,山东德州人,高级工程师,工学博士研究生,E-mail:zhliang0105@163.com。

foundation was established by using finite element software ABAQUS based on large and small deformation theories. Influence degree of two soft foundation models on the results were compared, and finite element model which could reasonably simulate soft foundation was chosen. Then effects of modulus, thickness, width of artificial hard crust on mechanical response and soft foundation were analyzed. Finally, value range of design parameters for artificial hard crust on soft foundation were recommended. The results show that when the low embankment is constructed on soft foundation containing artificial hard crust, the shear failure caused by low bearing capacity, large settlement deformation of soft foundation and pavement early cracking caused by low equivalent subgrade modulus. Compared with expanded Drucker-Prager model, when porous medium elasticity model based on large deformation theory is used to simulate soft foundation, the surface settlement of pavement increases by 45.1%, while the additional stress decreases by 4.9%, which proves that large deformation theory is more reasonable compared to small deformation theory for simulating soft foundation. Moreover, as modulus, thickness and width of artificial hard crust increase within a proper range, stress and displacement of soft foundation decrease while additional stress of pavement increases. The ranges of modulus and thickness of artificial hard crust are recommended from 150 to 300 MPa and 1 to 2 m respectively, and the width increases by 1 m more than the width of subgrade slopes on each side. 1 tab, 12 figs, 26 refs.

**Key words:** road engineering; soft foundation; low embankment; artificial hard crust; large deformation theory

## 0 引言

随着土地资源的日趋紧张,低路堤道路以其工程造价低、工后沉降小、养护成本低、施工方便且质量易控制等特点成为一种新的发展趋势。然而,在软土地基(软基)上修建低路堤时,在车辆荷载和地表水、地下水的综合作用下,软基容易出现失稳、变形过大等问题,从而造成路面开裂等破坏。针对上述问题,在软基上修建低路堤时,用石灰稳定土、水泥稳定土等材料修建人工硬壳层是一种常用的软基处治方法。

目前,关于软基的硬壳层问题已经引起国内外学者的关注,并对含硬壳层软基中的应力分析、破坏模式等进行了研究。Adhikary等研究指出传统层状体系理论不能给出含硬壳层地基的正确力学响应<sup>[1]</sup>;杨果林根据室内试验,提出了含硬壳层软基中附加应力的分布规律<sup>[2]</sup>;王晓谋等利用有限元软件研究了含硬壳层软基中应力场的分布规律<sup>[3-4]</sup>;曹海莹等以实际工程为依托,推导了应力扩散系数公式,并结合有限元进行模拟分析<sup>[5]</sup>;Gray最早给出了瞬时加荷情况下含硬壳层地基的固结沉降解析解<sup>[6]</sup>;Alamgir等基于典型单元体模型,推导了硬壳层加固区地基的沉降解析公式<sup>[7]</sup>;张波等采用有限元软

件分析了硬壳层对软基沉降和稳定性的影响,认为硬壳层可以有效提高软基的稳定性,减小不均匀沉降<sup>[8-10]</sup>;Meyerhof等通过假定硬壳层地基发生上部冲剪,下部整体剪切的破坏模式,给出了上硬下软地基的半经验承载力计算公式<sup>[11-13]</sup>;Zheng等结合工程实际,分析了硬壳层的承载能力和破坏模式<sup>[14]</sup>;杨彬等通过室内试验和现场试验,提出硬壳层软基破坏形式为整体剪切破坏、局部剪切破坏和冲剪破坏<sup>[15-16]</sup>;毛成琦等利用有限元软件模拟了不同路基填筑高度下硬壳层软基的破坏模式<sup>[17-18]</sup>;梁永辉以现场试验为依托,提出硬壳层最适厚度小于1.5 m,厚宽比大于2时,硬壳层的扩散效果不明显<sup>[19]</sup>。在以上研究中,低路堤情况下,通过有限元分析交通荷载对硬壳层的影响时,软土的模型都考虑为小变形理论模型,与大变形理论模型相比,此模型不能将软基压缩性高、强度低等特点考虑在内,且不能很好地模拟软基土体在交通荷载作用下的沉降变形规律,而大变形理论模型目前尚未用于模拟软基中硬壳层的影响<sup>[20-22]</sup>。此外,低路堤情况下人工硬壳层处理方法大部分通过室内试验或工程实践总结而来,对软基的处治参数并未深入研究,目前尚未提出人工硬壳层的设计参数和处治方法。

为此,本文建立含人工硬壳层软基上路基路面

的有限元模型,其中软基分别采用基于大、小变形理论的模型,并对结果进行对比分析,选定合适的软基模型,然后分析人工硬壳层不同参数对软基的影响规律,提出人工硬壳层设计参数的推荐取值范围。

## 1 交通荷载作用下含硬壳层软基的有限元模型

### 1.1 软基模型

#### 1.1.1 小变形理论

土的小变形理论即塑性变形理论,目前常用的模型有 Drucker-Prager 模型、剑桥模型、邓肯-张双曲线模型、K-G 模型、摩尔-库仑模型等。扩展的 Drucker-Prager 模型广泛应用于模拟土、岩石等材料,允许材料各向同性硬化或软化,并考虑材料的剪胀性和长期非弹性变形<sup>[23]</sup>。线性 Drucker-Prager 函数表达式为

$$t - p \tan(\beta) - d = 0 \quad (1)$$

其中

$$t = \frac{q}{2} \left[ 1 + \frac{1}{k} - \left( 1 - \frac{1}{k} \right) \left( \frac{r}{q} \right)^3 \right]$$

式中: $p$ 、 $t$  分别为横观各向同性体的横向和纵向; $q$  为 Mises 等效应力(kPa); $0.778 \leq k \leq 1.0$ ,为三轴拉伸强度和三轴压缩强度的比值; $r$  为第三应力不变量; $\beta$  为  $p$ - $t$  应力空间屈服面上的倾角( $^\circ$ ); $d = [1 - \frac{1}{3} \tan(\beta)] \sigma_c$ ,为屈服面在  $p$ - $t$  应力空间  $t$  轴上的截距,根据单轴抗压强度确定, $\sigma_c$  为软基的抗压强度(kPa)。

#### 1.1.2 大变形理论

实际工程中,由于地下水的存在,特别是在含水量高的软土地区,软土的实际变形不再是简单的弹塑性变形,单一采用小变形理论对软土变形进行模拟存在很大局限性,将软土变形考虑为大变形成为一种新的思路。目前,软土的大变形理论多采用多孔介质理论,认为土体由固体和流体(包括气体和液体)组成。多孔介质弹性模型将平均应力考虑为弹性体积应变的指数,其本构关系为

$$\frac{\kappa}{(1+e_0)} \ln \left( \frac{P_0 + P_t^{\text{el}}}{P + P_t^{\text{el}}} \right) = J^{\text{el}} - 1 \quad (2)$$

式中: $\kappa$  为体积模量(MPa); $e_0$  为初始孔隙比; $P$  为平均应力(kPa); $P_0$  为初始平均应力(kPa); $P_t^{\text{el}}$  为弹性状态下拉应力极限值(kPa); $J^{\text{el}}$  为弹性体积应变。

多孔介质弹性模型的应力平衡方程为

$$\int_V \sigma \delta_\xi dV = \int_S t_z g \delta(V) dS + \int_V \hat{f} g \delta(V) dV \quad (3)$$

式中: $\sigma$  为真实应力(Pa); $\delta_\xi$  为虚变形率; $V$  为变形率张量; $g$  为重力加速度( $\text{m/s}^2$ ); $t_z$  为单位面积的表面力; $\delta$  为 Dirac 函数; $\delta(V)$  为虚速率场; $\hat{f}$  为单位体积力; $\xi$  为偏心率; $S$  为应力(Pa)。

### 1.2 模型参数选取

采用有限元软件 ABAQUS 分析交通荷载下路基路面的力学响应时,取双轮组单轴载 100 kN 作为交通荷载,轮胎模型采用矩形<sup>[24-26]</sup>,轮胎接地尺寸为  $24 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ ,轮胎轴间距为 180 cm,荷载作用位置如图 1 所示,沿行车方向(用速度  $v$  表示)进行布载,图中  $O$  点为坐标原点即路面平面中心。采用三维有限元模型,路面平面尺寸取  $8 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ ,路基的平面尺寸取  $9 \text{ m} \times 11 \text{ m}$ ,硬壳层的平面尺寸为  $10 \text{ m} \times 12 \text{ m}$ ,软基结构层的平面尺寸为  $18 \text{ m} \times 18 \text{ m}$ 。模型共分为 8 个部分,路面部分采用线弹性模型,路基和硬壳层部分采用摩尔-库仑模型。材料组成、厚度、弹性模量、密度取值见下页表 1。路面材料及人工硬壳层泊松比为 0.30,路基土泊松比为 0.40,软基泊松比为 0.4;路基、人工硬壳层、淤泥质黏土、亚黏土的孔隙比分别为 0.8、1.1、1.3、1.2;淤泥质黏土和亚黏土的对数体积模量分别为  $9 \times 10^{-4}$ 、 $2.2 \times 10^{-5}$  kPa。

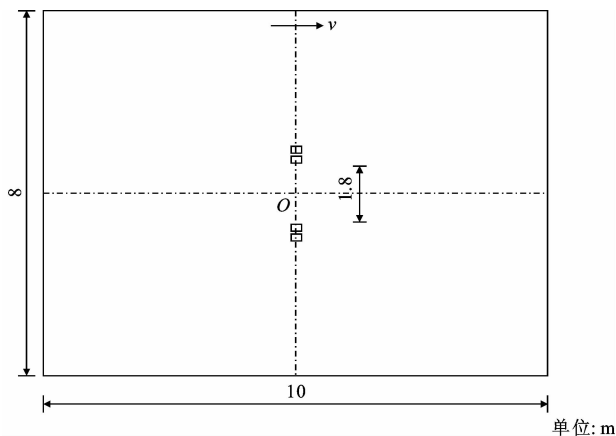


图 1 荷载作用位置

Fig. 1 Position of load

### 1.3 模型假定

对所建立的有限元模型分别做如下假定:

(1) 路面结构层均发生弹性变形,路基发生弹塑性变形;

(2) 道路各结构层层间连续;

表 1 模型参数  
Tab. 1 Parameters of model

结构层	厚度/cm	材料名称	密度/ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	弹性模量/ MPa
软土层	400	淤泥质黏土	1 780	2.5
	1 000	亚黏土	1 780	10.0
人工硬壳层	100	石灰或水泥稳定土	1 780	150.0
路基	150	土	1 830	40.0
垫层	20	砂砾	1 800	200.0
基层	30	水泥稳定碎石	2 300	1 300.0
下面层	8	AC-25	2 400	1 000.0
中面层	6	AC-16	2 400	1 200.0
上面层	4	SMA	2 400	1 400.0

(3)路基底面固定,且路基侧面无水平方向位移。

本文所建立的路基路面结构有限元模型如图 2 所示。

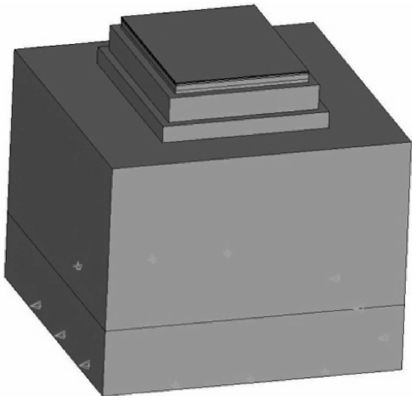


图 2 路基路面结构有限元模型  
Fig. 2 Finite element model of subgrade and pavement structure

1.4 软基计算分析

根据模型计算当软土分别采用大、小变形模型时,交通荷载作用下软基的沉降云图和附加应力云图,根据云图可以确定最大沉降和最大应力的位置。交通荷载下基于大、小变形理论的含硬壳层软基表面最大沉降变化规律如图 3 所示,最大沉降沿深度变化规律如图 4 所示。从图 3 可以看出,多孔介质弹性模型比扩展的 Drucker-Prager 模型的表面沉降大 45.1%。从图 4 可以看出,分别采用扩展的 Drucker-Prager 模型和多孔介质弹性模型模拟软基时,软基沉降值沿深度变化规律一致,沉降主要位于表层以下 3 m 范围内,占整个软基沉降量的 60%。

交通荷载下基于大、小变形理论的含硬壳层软基表面最大附加应力变化规律如图 5 所示。从图 5

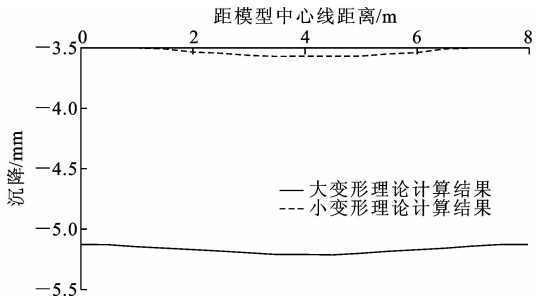


图 3 软基表面沉降变化规律  
Fig. 3 Change laws of settlement of soft foundation surface

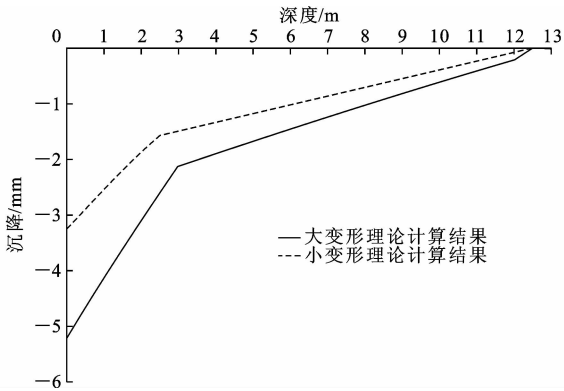


图 4 软基沉降值沿深度变化规律  
Fig. 4 Change laws of settlement of soft foundation with depth

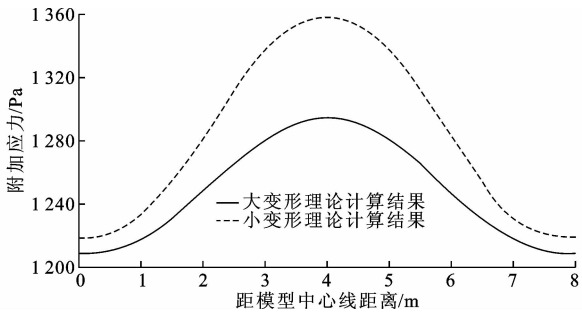


图 5 软基表面附加应力曲线  
Fig. 5 Additional stress curves of soft foundation surface

可以看出,分别采用扩展的 Drucker-Prager 模型和多孔介质弹性模型模拟软基时,软基表面附加应力沿深度变化规律一致,应力最大值均位于荷载正下方。多孔介质弹性模型比扩展的 Drucker-Prager 模型的表面附加应力低 4.9%。

通过对软基沉降和应力的分析可知,分别采用扩展的 Drucker-Prager 模型和多孔介质弹性模型模拟软基时,计算结果差别较大。相比于扩展的 Drucker-Prager 模型,采用多孔介质弹性模型模拟软基时,更能充分考虑软土含水量高、孔隙比大及变形大等特点,故应采用基于大变形理论的多孔介质弹性模型模拟软基。

2 人工硬壳层参数对软基和路面的影响

在影响软基稳定性的众多因素中,硬壳层上路基模量、路基填筑高度、交通荷载、软基上修筑的硬壳层模量和厚度等都会影响软基的受力和变形。本节重点分析人工硬壳层参数对软基和路面结构力学响应的影响,并推荐相应参数的取值范围,以提高软基的稳定性。

2.1 硬壳层模量的影响

考虑现阶段道路上车辆超载现象十分严重,以单轴 100 kN 为标准轴载模拟车辆轴载具有一定的局限性,本文采用 200 kN 的汽车轴载进行分析。采用三维有限元模型,路面平面尺寸取 8 m×10 m,路基平面尺寸取 9 m×11 m,硬壳层平面尺寸为 10 m×12 m,软基结构层平面尺寸为 18 m×18 m。其余参数参照表 1。

分别取硬壳层模量 2.5、100、150、200、300 MPa,研究其对路面结构和软基的影响。此外,硬壳层的厚度统一取 1 m,其余参数不变。硬壳层模量对软基和路面的影响规律如图 6、图 7 所示。结果表明:模量为 2.5、100 MPa 时,最大附加应力位于轴载中心处,其余均位于硬壳层边缘处;从软基附加应力、位移的增长规律来看,硬壳层模量越大,软基的应力和位移越小,硬壳层的壳体作用越明显,但当硬壳层模量大于 150 MPa 以后,软基附加应力和位移的变化相对平缓;硬壳层模量在 150~300 MPa 时,路面的附加应力值比较稳定。

2.2 硬壳层厚度的影响

在硬壳层模量取 150 MPa 的前提下,厚度分别取 0.5、1、1.5、2、3 m,其他参数不变,以分析硬壳层厚度对软基附加应力和位移的影响,计算结果如下页图 8、图 9 所示。结果表明:随着硬壳层厚度的增加,软基的附加应力和位移均降低,路面承受的附加应力逐渐增大,硬壳层的壳体作用越明显,软基越稳定;硬壳层厚度在 1~2 m 时,软基附加应力和位移的变化相对明显,能够有效防止路面沉降。

2.3 硬壳层宽度的影响

人工硬壳层加固软基后,在硬壳层边缘会出现应力集中现象,导致软基发生剪切破坏,因此研究硬壳层处理宽度有利于防止软基发生剪切破坏。分别对人工硬壳层边缘处加宽(相对于坡脚加宽)0、0.5、1、1.5、2、3 m,人工硬壳层模量取 150 MPa,厚度取

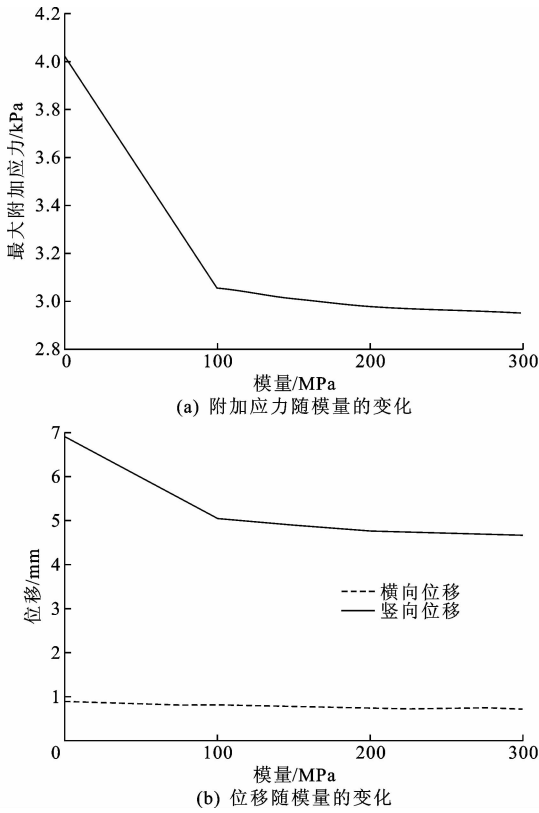


图 6 硬壳层模量对软基的影响

Fig. 6 Influence of hard crust modulus on soft foundation

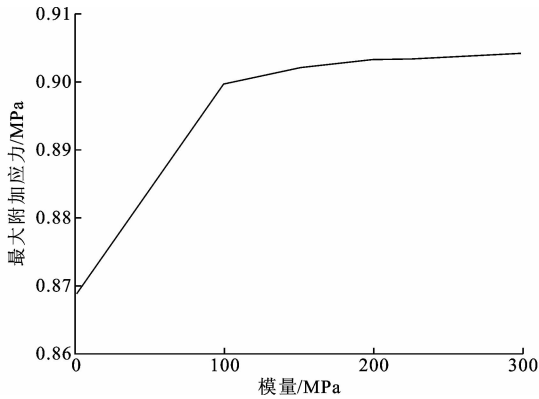


图 7 硬壳层模量对路面附加应力的影响

Fig. 7 Influence of hard crust modulus on additional stress of pavement

2 m,模拟计算结果如下页图 10 所示。结果表明:当硬壳层宽度增加值在 1 m 以内时,软基附加应力的变化相对明显,能够有效减小硬壳层边缘的应力集中;当增加值大于 1 m 时,附加应力的变化相对平缓。

下页图 11 为不同加宽宽度下硬壳层的受力变化。随着硬壳层边缘宽度的增大,硬壳层受力先减小后增大。当硬壳层边缘加宽 0.5 m 时,硬壳层承受的附加应力约为不加宽时的 1/3。当硬壳层

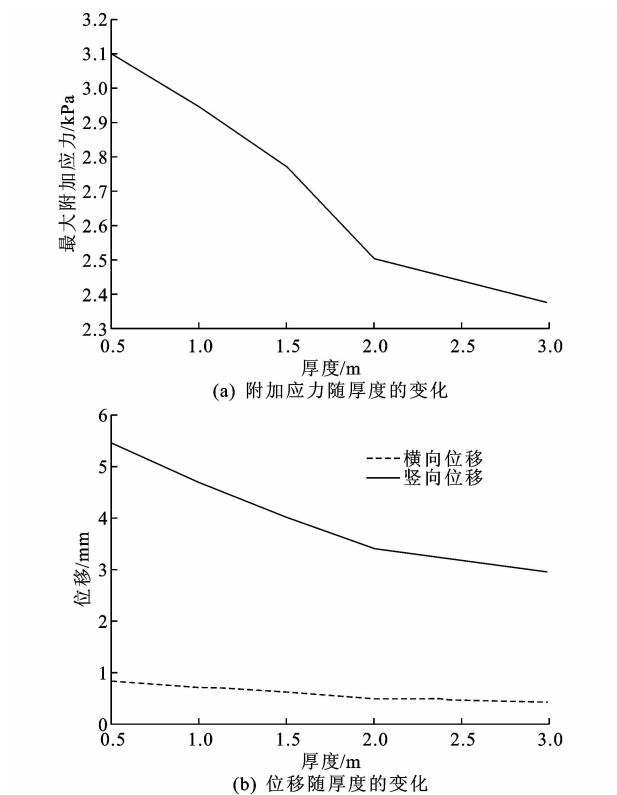


图 8 硬壳层厚度对软基的影响

Fig. 8 Influence of hard crust thickness on soft foundation

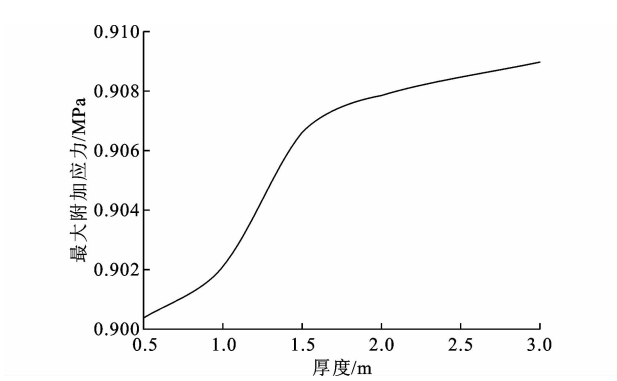


图 9 硬壳层厚度对路面附加应力的影响

Fig. 9 Influence of hard crust thickness on additional stress of pavement

边缘加宽 0.5 m 以上时,其承受的附加应力逐渐增大。当硬壳层边缘加宽 3 m 时,其附加应力可达 15.4 kPa。因此,综合考虑硬壳层边缘宽度对硬壳层和软基的影响,取硬壳层宽度每侧比路基边坡增加 1 m 较为合理。

### 3 人工硬壳层参数推荐取值范围

根据人工硬壳层参数对软基的影响,综合考虑采用人工硬壳层处治软基时的工程造价以及通车后道路结构的使用寿命,人工硬壳层参数的推荐取值

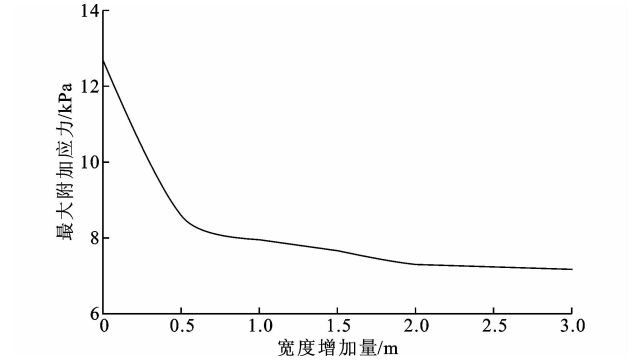


图 10 硬壳层宽度对软基附加应力的影响

Fig. 10 Influence of hard crust width on additional stress of soft foundation

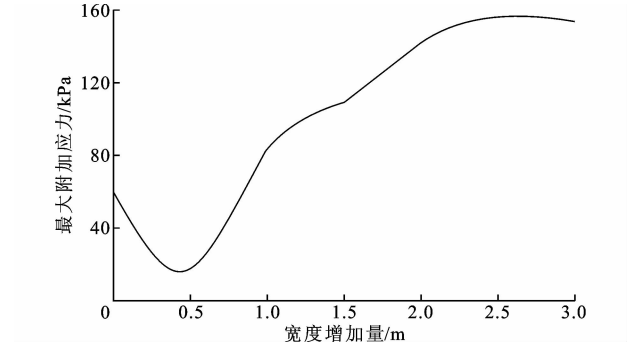


图 11 硬壳层宽度对硬壳层附加应力的影响

Fig. 11 Influence of hard crust width on additional stress of hard crust

范围如下:

- (1)人工硬壳层的模量宜为 150~300 MPa;
- (2)处治深度宜为 1~2 m,如果处理深度过深,会增加工程造价;
- (3)人工硬壳层的宽度每侧比路基边坡增加 1 m,能有效减小因硬壳层边缘应力集中引起的软基剪切破坏;

(4)在保证工程造价的前提下,建议采用较大模量和较厚的人工硬壳层以增加软基的稳定性。如果硬壳层的模量取 300 MPa、深度取 2 m 时仍不能达到要求,推荐采用粉喷桩和碎石桩处理软基。

为检验推荐参数取值适用性,对硬壳层取模量 150 MPa、深度 2 m 时,进行软基稳定性验算,结果如下页图 12 所示。由图 12 可知,采用该推荐参数取值的硬壳层后,软基最危险滑动面上的剪应力均小于抗剪强度,可避免软基过早出现剪切破坏。

### 4 结 语

(1)在含人工硬壳层的软基上修建低路堤时,交通荷载作用下会出现 3 种破坏形式:软基整体承载力不足导致的剪切破坏;软基沉降变形过大和路基

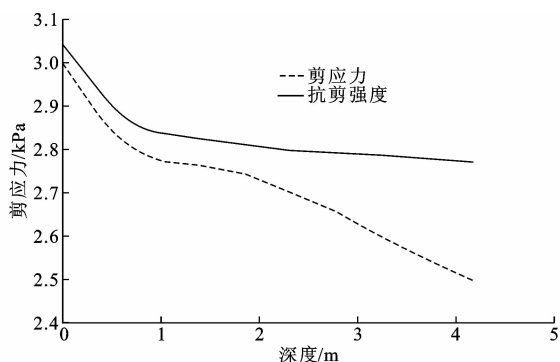


图 12 软基最危险滑动面上剪应力和抗剪强度变化规律

Fig. 12 Variation laws of shear stress and shear strength on the most dangerous sliding surface of soft foundation

当量模量过低引起的路面提前开裂。

(2)通过有限元软件 ABAQUS 建立道路结构模型并进行比选,与扩展的 Drucker-Prager 模型相比,采用多孔介质弹性模型模拟软基时,表面沉降增大 45.1%,附加应力降低 4.9%,该模型能更好地模拟软基,最终确定采用考虑大变形理论的多孔介质弹性模型模拟软基。

(3)通过有限元模型分析了人工硬壳层的模量、厚度、宽度对路面和软基的影响。硬壳层的模量、厚度和宽度在一定范围内时,随上述参数的增加,软基的应力和位移逐渐降低,路面承受的附加应力逐渐增大。

(4)推荐的人工硬壳层模量为 150~300 MPa 之间,处治深度为 1~2 m,每侧处治宽度应比路基坡脚宽度增加 1 m。此外,在保证工程造价的前提下,建议采用较大模量和较厚的人工硬壳层以增加软基的稳定性。

(5)本文在研究车辆荷载下路基路面的动力响应时采用的是静荷载,在进一步的研究中建议采用移动荷载,使道路受力更接近实际情况。

## 参考文献:

## References:

- [1] ADHIKARY D P, DYSKIN A V. A Cosserat continuum model for layered materials[J]. Computers and Geotechnics, 1997, 20(1): 15-45.
- [2] 杨果林. 硬壳层软土地基中界面附加应力研究[J]. 湘潭矿业学院学报, 1996, 11(1): 47-54.  
YANG Guo-lin. Study of boundary plane superimposed stress of two-parameter foundation[J]. Journal of Xiangtan Mining Institute, 1996, 11(1): 47-54.
- [3] 王晓谋, 尉学勇, 魏进, 等. 硬壳层软土地基竖向附加应力扩散的数值分析[J]. 长安大学学报: 自然科学

版, 2007, 27(3): 37-41.

- WANG Xiao-mou, YU Xue-yong, WEI Jin, et al. Numerical analysis of vertical additional stress spreading on soft clay foundation with dry crust[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2007, 27(3): 37-41.
- [4] 问延煦. 双层地基承载与变形特性研究[D]. 上海: 同济大学, 2007.  
WEN Yan-xu. The research work about the bearing capacity and deformation characteristic of two-layered ground[D]. Shanghai: Tongji University, 2007.
- [5] 曹海莹, 刘云飞, 李慧剑, 等. 上覆硬壳层软土路基土层界面动力响应特征及工程应用[J]. 公路交通科技, 2015, 32(7): 33-40.  
CAO Hai-ying, LIU Yun-fei, LI Hui-jian, et al. Dynamic response characteristic of interface of layer of soft soil subgrade with dry crust covering and its engineering application[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2015, 32(7): 33-40.
- [6] GRAY H. Simultaneous consolidation of contiguous layers of unlike compressible soils[J]. Proceedings of the American Society of Civil Engineers, 1944, 70(2): 149-166.
- [7] ALAMGIR M, MJURA N, POORIISHASB H B, et al. Deformation analysis of soft ground reinforced by columnar inclusions[J]. Computers and Geotechnics, 1996, 18(4): 267-290.
- [8] 张波, 石明磊, 白世伟. 长江漫滩低路堤基底浅层固化层工作性状数值分析[J]. 岩土力学, 2007, 28(增): 839-843.  
ZHANG Bo, SHI Ming-lei, BAI Shi-wei. Study of shallow solidified soil layer of low embankment on the Yangtze River floodplain by fast Lagrange method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(S): 839-843.
- [9] 李玲玲. 高等级公路动力固结加厚硬壳层处理方法的研究[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2009.  
LI Ling-ling. Research on the high-grade highway dynamic consolidation make hard crust foundation thickened[D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2009.
- [10] 彭巨为. 浙北地区高速公路低路堤设计关键技术研究[D]. 长沙: 中南大学, 2008.  
PENG Ju-wei. Study on key technology for design of low embankment in northern Zhejiang highway[D]. Changsha: Central South University, 2008.
- [11] MEYERHOF G G. Ultimate bearing capacity of footings on sand layer overlying clay[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, 11(2): 223-229.

- [12] HANNA A M, MEYERHOF G G. Design charts for ultimate bearing capacity of foundations on sand overlying of clay[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1980, 17(2): 300-303.
- [13] HANNA A M. Bearing capacity of foundations on a weak sand layer overlying a strong deposit [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1982, 19(3): 392-396.
- [14] ZHENG J J, WU L J, GUO R H. Bearing capacity characteristics of lacustrine soft clay hard shell layer foundation[J]. Applied Mechanics and Materials, 2013, 347-350: 1203-1206.
- [15] 杨彬. 洞庭湖区软土硬壳层路基的沉降计算方法与承载特性研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2010.  
YANG Bin. Study on method for settlement calculation and loading properties of soft soil and hard crust roadbed in Dongting Lake area[D]. Changsha: Hunan University, 2010.
- [16] 郑传毅, 陈国靖. 硬壳层软土地基的工程特性[J]. 中国公路学报, 1993, 6(2): 68-74.  
ZHENG Chuan-yi, CHEN Guo-jing. Engineering features of soft subgrade with relatively hard clay shell [J]. China Journal of Highway and Transport, 1993, 6(2): 68-74.
- [17] 毛成琦. 路堤荷载作用下软土硬壳层地基变形特征分析和沉降计算[D]. 北京: 北京交通大学, 2011.  
MAO Cheng-qi. Study of characters and settlement analysis of duricrust soft subgrade under road embankment[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2011.
- [18] 刘霞. 路堤下软土硬壳层地基的破坏模式及承载力研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2012.  
LIU Xia. Research on the ultimate bearing capacity and failure mode of soft clay foundation with upper hard crust[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2012.
- [19] 梁永辉. 上覆硬壳层软土地基的工程特性试验研究及数值分析[D]. 上海: 同济大学, 2007.  
LIANG Yong-hui. Model tests and numerical study for engineering properties of soft subsoil with upper crust[D]. Shanghai: Tongji University, 2007.
- [20] 李志刚. 交通荷载作用下含硬壳层软土地基破坏形式及设计方法研究[D]. 西安: 长安大学, 2013.  
LI Zhi-gang. Failure modes and design methods of hard crust reinforcement under traffic load[D]. Xi'an: Chang'an University, 2013.
- [21] 赵仙茹. 软土地基上旧路拓宽高路堤全过程沉降预测[J]. 筑路机械与施工机械化, 2009, 26(9): 40-42.  
ZHAO Xian-ru. Settlement prediction in whole process of high embankment broadening on soft soil foundation [J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2009, 26(9): 40-42.
- [22] 牛志力. 软基高填路堤沉降及边坡强度折减稳定性分析[J]. 筑路机械与施工机械化, 2009, 26(4): 54-56.  
NIU Zhi-li. Analysis on settlement of soft foundation highly-filled embankment and stability of strength-reductive side slope[J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2009, 26(4): 54-56.
- [23] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 2版. 北京: 中国水利水电出版社, 1996.  
QIAN Jia-huan, YIN Zong-ze. Geotechnical principle and calculation[M]. 2nd ed. Beijing: China Water & Power Press, 1996.
- [24] 单景松, 黄晓明, 廖公云. 移动荷载下路面结构的应力响应分析[J]. 公路交通科技, 2007, 24(1): 10-13.  
SHAN Jing-song, HUANG Xiao-ming, LIAO Gong-yun. Dynamic response analysis of pavement structure under moving load [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2007, 24(1): 10-13.
- [25] MAINA J W, OZAWA Y, MATSUI K. Linear elastic analysis of pavement structure under non-circular loading[J]. Road Materials and Pavement Design, 2012, 13(3): 403-421.
- [26] BAYAT A, MARK K. Field evaluation and analysis of flexible pavement structural responses under dynamic loads[J]. Road Materials and Pavement Design, 2012, 13(1): 26-37.