

冻融环境下基于 CT 技术混凝土孔隙结构的三维分布特征

田 威^{1,2}, 张鹏坤¹, 谢永利², 党发宁³

(1. 长安大学 建筑工程学院, 陕西 西安 710061; 2. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064;
3. 西安理工大学 岩土工程研究所, 陕西 西安 710048)

摘 要:为了研究不同冻融循环次数下混凝土材料内部细观孔隙特征的变化规律,运用 CT 技术对冻融循环后的混凝土试样细观损伤过程进行了实时扫描,获取了二维断层扫描图像;在此基础上,进行了全数字化的三维孔隙结构重建分析,得到了三维孔隙结构各项特征参数的孔隙率、孔隙分布频率等统计结果。研究表明:随着冻融循环次数的增加,混凝土材料的孔隙率呈现出初期增加后期减小的变化规律;体孔隙频率分布曲线也随冻融循环次数的改变而发生显著变化,反映出冻融循环作用下混凝土内部孔隙的发育和扩展特性。通过混凝土内部孔隙结构三维动态量测与分布研究,对实现精细描述混凝土材料冻融损伤内部结构特征及破损机理具有重要意义。

关键词:岩土工程;混凝土;冻融循环;CT 技术;孔隙结构;细观损伤

中图分类号: TU528.45

文献标志码: A

3D distribution characteristics on concrete porous structure under freeze-thaw environment based on CT technique

TIAN Wei^{1,2}, ZHANG Peng-kun¹, XIE Yong-li², DANG Fa-ning³

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, Shaanxi, China; 2. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 3. Institute of Geotechnical Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, Shaanxi, China)

Abstract: To research the change law of internal meso-porous characteristics of concrete under different freeze-thaw cycles, the CT technology was used to in situ scan the evolution of concrete damage process under freeze-thaw cycles, so the batch of 2D slice images was obtained. On this basis, the 3D porous structure of concrete was reconstructed by means of full digital image processing analysis tools, so the statistics porosity and porous structure distribution of 3D porous structure characteristics parameters were obtained. The results show that the porosity of concrete materials present a “down-up” trend with the growth of cycle numbers. Meanwhile, the frequency distribution curve of volume porous significantly changes with the change of freeze-thaw cycle numbers. The results show that the characteristics of concrete porous development

收稿日期:2015-10-25

基金项目:国家自然科学基金项目(51379015,51579013);长江科学院开放研究基金项目(CKWV2015211/KY);陕西省博士后科学基金项目(110413);陕西省自然科学基金项目(2015JM5160)

作者简介:田 威(1981-),男,陕西西安人,副教授,工学博士,E-mail:tianwei@chd.edu.cn.

and propagation are indicated under the condition of freeze-thaw cycles. Three-dimensional dynamic measurement and distribution characteristics of interior porous structure is vital for the depiction on interior structure characteristics and damage mechanism of freeze-thaw damage concrete. 2 tabs, 10 figs, 24 refs.

Key words: geotechnical engineering; concrete; freeze-thaw cycle; CT technique; porous structure; meso-damage

0 引言

混凝土是一种应用广泛的复合多尺度人工合成材料,其内部细观结构分布有大量的孔隙、微裂纹等初始缺陷,使得材料在经历冻融循环作用后,内部已存在的细观孔隙结构会产生损伤,随着冻融循环作用的进行,混凝土内部的损伤会逐渐加剧,最终将会引起混凝土材料的破坏,因此,其在冻融环境下的宏观断裂破坏和失稳与其变形时的微孔隙、微裂纹等内部缺陷的分布紧密相关^[1]。

自 20 世纪 40 年代以来,国内外学者均开展过混凝土孔隙对强度以及破坏机理影响的研究^[2-11]。随着 X 射线混凝土 CT 技术的发展,应用 CT 技术对混凝土材料在无损条件下细观结构中孔隙的识别与分析取得了一定成果。Guo 等通过 CT 技术对高性能混凝土材料的缺陷进行了分析^[12];Sun 等对得到的水泥浆试样的 CT 图像进行了深入研究,通过编制相关的计算程序,对内部孔隙的渗透性、连通性进行了研究^[13];Wong 等运用 CT 技术研究了单轴压缩条件下混凝土材料的孔洞及骨料的结构分布特点^[14];Kim 等将 CT 扫描技术和扫描电镜技术相结合,研究了不同温度下水泥基材料孔隙结构的演化规律,并建立了孔隙结构变化和宏观物理力学性能之间的关系^[15];Chen 等通过 CT 技术研究了冻融环境下喷射混凝土中微孔隙随冻融循环次数变化的规律^[16];Jin 等应用分形理论对冻融环境下混凝土孔隙的变化过程进行了深入研究^[17];Promentilla 等以 CT 扫描为基础通过图像处理技术得到了不同冻融循环次数下不同类型水泥砂浆的孔隙分布规律^[18];Suzuki 等采用 X 射线 CT 技术对经不同冻融劣化程度的混凝土芯样进行了扫描,发现反映混凝土对 X 射线吸收能力高低的 CT 数可用来反映不同孔隙分布下混凝土芯样受劣化程度的大小^[19-21]。

但是,目前所有的研究大都集中在常态或初态下的孔隙分布特征,实际上在不同环境状态下如冻融环境下,材料孔隙的分布特征会随冻融循环次数的增加发生较大的变化,而针对冻融环境下孔隙分

布规律以及演化特征的研究仍较少。为此,本文在获取一系列冻融混凝土 CT 图像的基础上,采用数字化处理方法,对试样内部孔隙率、孔隙分布及变化进行动态分析,以研究冻融循环作用下混凝土内部细观结构中孔隙的发育和扩展特性,为深入探索冻融环境下混凝土材料的孔隙结构与其细观破坏机理以及宏观断裂破坏的关系奠定基础。

1 试验方法

1.1 试样制备

试验用水泥为陕西秦岭水泥(集团)股份有限公司生产的 42.5 级普通硅酸盐水泥,细骨料为陕西省龙背湾河砂,粒径小于 5 mm,含泥量低于 2%;粗骨料为陕西省龙背湾花岗岩,粒径为 5~30 mm;试验用水为西安市饮用自来水;本次试验的对象是规格为 $\Phi 60\text{ mm}\times 100\text{ mm}$ 的一级配混凝土圆柱体试样。

1.2 试验方法

1.2.1 试验方案

(1)将混凝土试样分为 5 组,每组 3 块,分别对各组试样进行编号;

(2)对编号试样进行冻融循环试验,循环次数分别为 0、25、50 和 75 次;

(3)对特定冻融循环次数下的试样进行 CT 扫描试验。

1.2.2 试验条件

试验方法按照《普通混凝土长期性能和耐久性试验方法》(GB/T 50082—2009)中抗冻试验的快冻法进行^[22]。每次冻融循环历时 180 min,其中冷冻时间 148 min,融化时间 32 min。在整个冻融循环过程中,试样中心温度控制在 $(-18\pm 2)^{\circ}\text{C}$ 和 $(5\pm 2)^{\circ}\text{C}$ 内。冻结和融化之间的转换时间不超过 10 min。

混凝土冻融循环试验在山东省水利科学研究院进行,冻融循环试验仪器采用混凝土快速冻融试验机,如下页图 1 所示。

CT 试验利用济南市医院的 SIEMENS16 排螺旋 CT 机,电压 120 kV,电流 75 mA,图像尺寸为



图 1 快速冻融试验机

Fig.1 Rapid freeze-thaw cycles tester

512 pixel×512 pixel,试验扫描断面间距为 2 mm,共扫描 50 层,如图 2 所示。由于断面较多,限于篇幅本文只给出具有代表性的试样扫描断面图像进行分析,如图 3、图 4 所示。

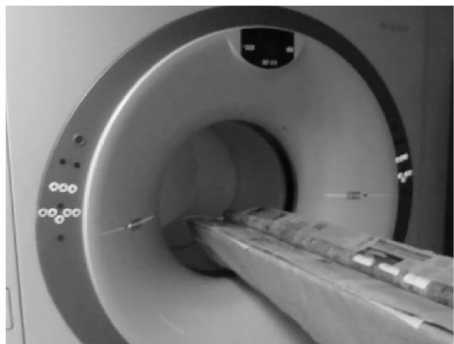


图 2 CT 扫描过程示意

Fig.2 Schematic of CT scanning process

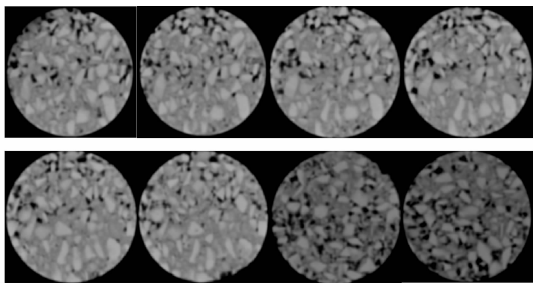


图 3 试样不同高度扫描断面 CT 图像

Fig.3 CT images of concrete samples scanning from different heights

2 试验结果与分析

2.1 图像处理

为了得到高质量的试样内部结构图像,所有原始图像都需要经过图像的预处理,如增强处理、平滑处理、锐化处理等,尽量将干扰信息去除,从而提取出更加有利于检测的孔隙信息。由于这些算法的实现许多文献都有论述,故图像预处理过程在此不再

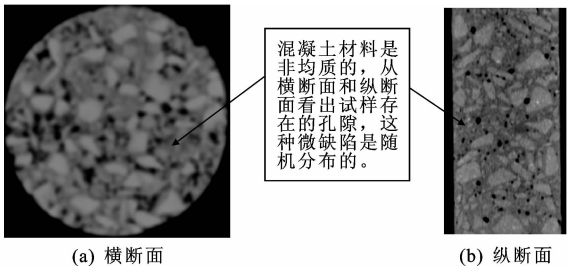


图 4 初始状态下混凝土试样扫描

Fig.4 Image of meso-structure of concrete in initial state

详述。

由于 CT 图像中 CT 数与物质密度成正比,因此可以通过阈值分割方法对混凝土试样的 CT 图像进行分类,即将内部骨料、砂浆(固相)和孔隙(气相)区分出来。

本文基于 MATLAB 软件开发了图像分析程序,对混凝土试样的 CT 图像进行了处理。首先,通过采用最大方差理论的大津法(Otsu)进行图像的二值化分割。具体图像分割过程已经在文献[23]中进行了详细的论述,在此不再赘述。其中在经历 25 次冻融循环过程的图像二值化处理后的结果如图 5(a)所示,从图中可以清晰地看到图像表面孔隙结构等初始损伤的分布。其次,在二值化图像处理的基础上,通过图像处理软件 MIMICS 对孔隙结构进行体数据的三维空间重建,如图 5(b)所示,以此量测出体孔隙率、体孔隙分布等重要参数,从而对试样的孔隙结构进行全面有效地分析。处理流程如下页图 6 所示。

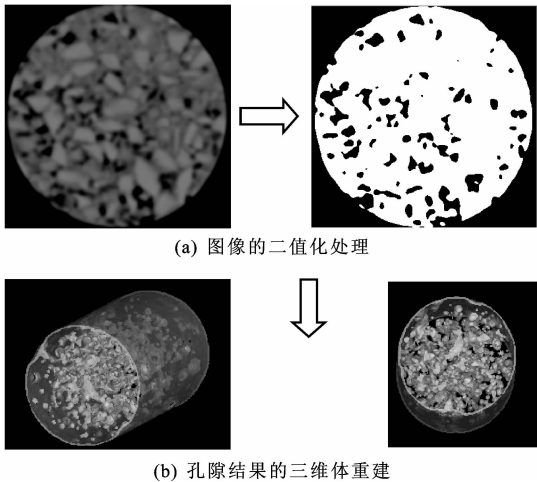


图 5 图像前处理及三维重建过程

Fig.5 Image preprocessing and 3D reconstruction process

2.2 孔隙结构的分析

2.2.1 三维体孔隙率的分析

体孔隙率定义为三维体孔隙重建结构中,孔隙

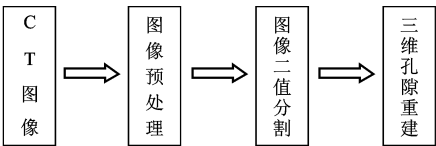


图 6 图像处理流程
Fig. 6 Image processing flow

像素数与总像素数的比值。即二值化图像中,数值为 0 的像素数量(孔隙)与数值为 1(骨料和砂浆)的像素数量的比值。

随着冻融循环次数的增加,体孔隙率的变化如表 1 所示。

表 1 孔隙率随冻融循环次数的变化

Tab. 1 Porosity varying with the number of freeze-thaw cycles		
冻融循环次数	孔隙率/%	变化率/%
0	16.1	0.0
25	18.7	+16.0
50	23.0	+22.0
75	21.2	-7.8

注:“-”号表示减小;“+”号表示增加。

由表 1 可以看出,随着冻融循环次数的增加,混凝土试样的孔隙率出现先增加后降低的趋势。冻融循环初期,试样孔隙率变化较小,变化率为 16%。当经历 50 次冻融循环时,孔隙率明显加大,变化率达到 22%。表明随着冻融循环次数的增加,混凝土试样内部的微孔隙萌生、扩展的速度也不断加快,孔隙率变化非常显著。分析其原因是:由于制样时试样内部产生的微孔隙等初始缺陷的存在,在经过饱水后,水分充分进入到了微孔隙中,会对孔隙产生一定的水压力;而在冻融环境下,混凝土内的水分冻结成冰,产生体积膨胀,对孔隙又产生了挤压的冻胀力,导致试样内孔隙逐步扩展连通,加剧了混凝土损伤的发生。当经历 75 次冻融循环时,试样内部孔隙率出现了减小的趋势,且降幅显著,达到 7.8%。其原因可能是由于冻胀力的作用,试样变得疏松并出现了显著的塌落和掉渣现象,从而引起部分孔隙被填充,部分孔隙被贯穿,导致孔隙率有所下降,说明试样孔隙结构已变得十分不规律。通过对不同冻融循环次数下混凝土试样孔隙率的变化曲线进行拟合,得到了多项式的拟合公式,如图 7 所示。

为了更进一步研究冻融循环下混凝土试样孔隙率的变化对材料细观破损的影响,引入以混凝土试样冻融孔隙率建立的损伤度指标,即经历不同冻融循环次数后发生损伤的混凝土试样的孔隙率,相对于同条件 0 次冻融循环下混凝土试样孔隙率的变化

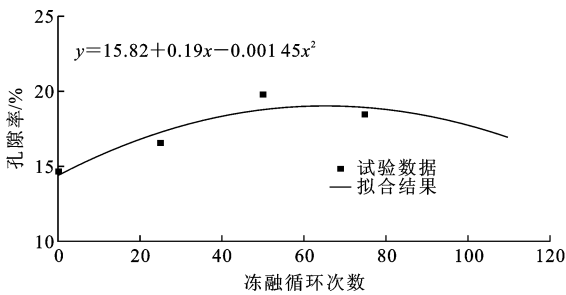


图 7 不同冻融循环次数的混凝土孔隙率拟合曲线
Fig. 7 Concrete porosity curve fitting under different number of freeze-thaw cycles

建立损伤评价公式为

$$D_{F-T} = \frac{P(n)}{P_0} - 1$$

式中: D_{F-T} 为混凝土试样经历不同冻融循环次数下的损伤度; P_0 为 0 次冻融循环下混凝土试样的孔隙率; $P(n)$ 为经历不同冻融循环次数后混凝土试样的孔隙率; n 为冻融循环次数。

试样损伤度随冻融循环次数的变化见表 2。

表 2 试样损伤度随冻融循环次数的变化

Tab. 2 Damage degree of specimen varying with the number of freeze-thaw cycles	
冻融循环次数	损伤度
25	0.161
50	0.429
75	0.317

从表 2 中可以看出,在经历 25 次冻融循环时,试样的损伤度为 0.161,变化幅度较小,表明在此阶段各种尺寸的孔隙在冻融循环作用下都出现了一定的扩展,但扩展的幅度较小,说明该阶段混凝土在冻融循环下的损伤程度较弱。在经历 50 次冻融循环时,试样损伤度的变化幅度逐渐增大,孔隙损伤度达到 0.429,表明试样内孔隙出现了较大范围的扩展,导致损伤度增大,试样的冻融损伤程度明显加剧。在经历 75 次冻融循环时,试样损伤度有所减小。

结果表明,在冻融循环作用初期,混凝土试样中各种尺寸的孔隙扩展迅速,并促使试样的微裂纹萌生、扩展融合,最终导致试样接近破坏。在冻融循环作用后期,正如前述原因一样,试样接近破坏时出现了显著的塌落和掉渣现象,部分孔隙被填充或被贯穿。因此以孔隙率为基础建立的试样损伤度指标出现了减小的趋势,但实际上试样内部众多的裂纹已经扩展贯通,结构愈发变得疏松,试样已经发生破坏。因此,混凝土出现的冻融损伤是由其内部冻胀力与孔隙水压力的联合作用所导致。

2.2.2 体孔隙频率分布特征分析

在试样三维体重建数据中,对孔隙的尺寸分布进行了频率统计,得到了不同孔径的体孔隙频率分布,如图 8 所示。以经历 25 次冻融循环后的三维重建图像进行统计,结果表明,试样经过 25 次冻融循环后孔隙的尺寸分布主要集中于 0.2~2.5 mm 范围内。孔径尺寸为 0.2~0.65 mm 的出现频率较高,其中,孔径尺寸为 0.28 mm 的孔隙出现频率最高,达到 25%。

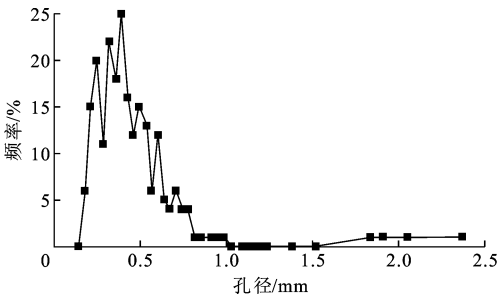


图 8 经历 25 次冻融循环下混凝土孔隙结构分布
Fig. 8 Distribution of porous structure of concrete varying of 25 times under freeze-thaw cycles

为了定量研究混凝土试样在经历不同冻融循环次数下孔隙的分布特征,特别对 CT 扫描结果进行了统计分析。将不同冻融循环次数下混凝土试样的孔隙频率分布曲线进行了绘制,如图 9 所示。

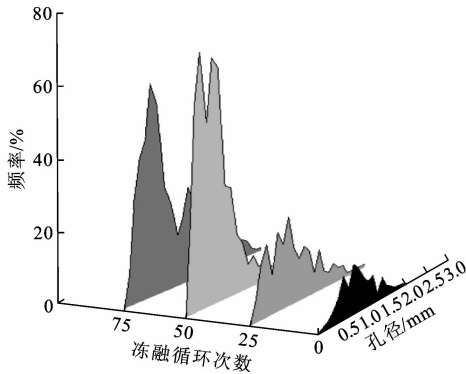


图 9 不同冻融循环次数的混凝土孔隙频率分布
Fig. 9 Frequency distribution of porous structure of concrete varying with different number of freeze-thaw cycles

从图 9 可以看出,随着冻融循环次数的变化,试样孔隙频率分布曲线形态也不一样。0 次冻融循环时,孔隙频率分布曲线狭窄、峰值点较低,说明孔隙的分布不均匀。

经历 25 次冻融循环后,孔隙频率分布曲线略微加宽,峰值点也加高,说明在初期的冻融循环下,小孔隙的孔径有所增加,孔隙数量加大(图 10(a))。峰值点出现频率为 25%。经历 50 次冻融循环后,

孔隙频率分布曲线则发生了更大的变化,曲线宽度突然减小,但是峰值点迅猛加高。可以认为在经历 50 次冻融循环时曲线发生了“突变”。从曲线峰值点的增长速度即可看出,小尺寸孔隙数量增加迅速(图 10(b)),峰值点出现频率为 70%,说明此阶段是损伤发展最快的阶段。

在经历 75 次冻融循环后,孔隙频率分布曲线与经历 50 次冻融循环后的曲线相比,曲线形状逐渐加宽,但峰值点有所下降,说明小孔径的孔隙再次增多,同时较大孔径的孔隙数量有所减少。正如文献[24]提出的材料内部孔隙结构发生了重分布。经历 75 次冻融循环后试样表面已出现酥化,并且肉眼可以看到细长的宏观裂纹,如图 10(c)、(d)所示,表明孔隙的变化规律与微裂纹萌生扩展有密切联系。

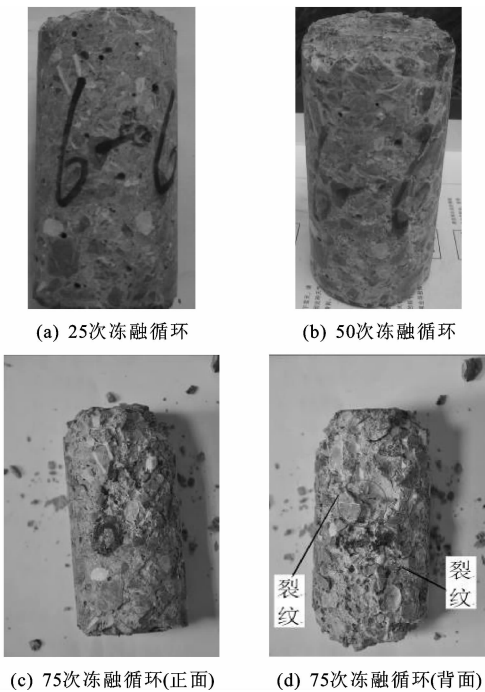


图 10 不同冻融循环次数下试样破坏
Fig. 10 Damage-fracture of concrete under different number of freeze-thaw cycles

3 结 语

(1)混凝土的孔隙率受冻融循环次数的影响较大,随着冻融循环次数的增加,混凝土材料的孔隙率呈现出初期增加后期减小的变化规律。同时体孔隙频率分布曲线也随冻融循环次数的变化而改变。

(2)混凝土材料在冻融循环条件下的微观破损过程可以分为:微孔隙受孔隙水作用→孔隙体积膨胀→冻胀力在孔隙周围作用→孔隙发生改变→表面微裂纹萌生→试样表面掉渣、片落→微裂纹扩展、贯

通→表面块落、松散、失去承载力。

(3)运用 CT 技术对混凝土在不同冻融循环次数后内部孔隙结构三维动态分布的研究,反映了在不同冻融循环作用下混凝土内部细观结构的分布,对精细研究混凝土材料冻融损伤内部结构特征及破坏机理提供了基础。

(4)本文研究成果可为寒区工程的冻融灾变预测提供一定的理论依据,下一步应建立孔隙结构与试样强度之间的关系,并采用多种方法对冻融环境下试样孔隙结构与冻融循环次数的关系进行量化描述。

参考文献:

References:

- [1] 余红发,孙伟,麻海燕,等.冻融和腐蚀因素作用下混凝土的损伤劣化参数分析[J].建筑科学与工程学报,2011,28(4):1-8.
YU Fa-hong,SUN Wei,MA Hai-yan,et al. Analysis of damage degradation parameters of concrete subjected to freezing-thawing cycles and chemical attack[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering,2011, 28(4):1-8. (in Chinese)
- [2] ZHANG B. Relationship between pore structure and mechanical properties of ordinary concrete under bending fatigue[J]. Cement and Concrete Research,1998, 28(5):699-711.
- [3] 姜福香.动静轴拉荷载损伤对混凝土孔隙率的影响及其自愈合效果研究[J].公路交通科技,2012,29(1): 64-69.
JIANG Fu-xiang. Influence of static and dynamic uniaxial tensile load induced damage porosity of concrete and the effect of self-healing[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development,2012, 29(1):64-69. (in Chinese)
- [4] 金浏,杜修力.孔隙率变化规律及其对混凝土变形过程的影响[J].工程力学,2013,30(6):183-190.
JIN Liu,DU Xiu-li. Variation of porosity and its effect on the deformation process of concrete[J]. Engineering Mechanics,2013,30(6):183-190. (in Chinese)
- [5] 金南国,金贤玉,郭剑飞.混凝土孔结构与强度关系模型研究[J].浙江大学学报:工学版,2005,39(11): 1680-1684.
JIN Nan-guo,JIN Xian-yu,GUO Jian-fei. Relationship modeling of pore structure and strength of concrete [J]. Journal of Zhejiang University:Engineering Science,2005,39(11):1680-1684. (in Chinese)
- [6] KUMAR R,BHATTACHARJEE B. Porosity, pore

- size distribution and in situ strength of concrete[J]. Cement and Concrete Research,2003,33(1):155-164.
- [7] GHABEZLOO S. Association of macroscopic laboratory testing and micromechanics modelling for the evaluation of the poroelastic parameters of a hardened cement paste [J]. Cement and Concrete Research, 2010,40(8):1197-1210.
- [8] 杜修力,金浏.考虑孔隙及微裂纹影响的混凝土宏观力学特性研究[J].工程力学,2012,29(8): 101-107.
DU Xiu-li,JIN Liu. Research on the influence of pores and micro-cracks on the macro-mechanical properties of concrete[J]. Engineering Mechanics,2012,29(8): 101-107. (in Chinese)
- [9] AGAR-OZBEK A S,WEERHEIJM J,SCHLANGEN E,et al. Investigating porous concrete with improved strength;testing at different scales[J]. Construction and Building Materials,2013,41(2):480-490.
- [10] DEO O,NEITHALATH N. Compressive response of pervious concretes proportioned for desired porosities [J]. Construction and Building Materials, 2011, 25 (11):4181-4189.
- [11] LIAN C,ZHUGE Y,BEECHAM S. The relationship between porosity and strength for porous concrete [J]. Construction and Building Materials, 2011, 25 (11):4294-4298.
- [12] GUO L P,CARPINTERI A,SUN W,et al. Measurement and analysis of defects in high-performance concrete with three-dimensional micro-computer tomography[J]. Journal of Southeast University: English Edition,2009,25(1):83-88.
- [13] SUN X,DAI Q L,NG K. Computational investigation of pore permeability and connectivity from transmission X-ray microscope images of a cement paste specimen[J]. Construction and Building Materials,2014,68 (5):240-251.
- [14] WONG R C K,CHAU K T. Estimation of air void and aggregate spatial distributions in concrete under uniaxial compression using computer tomography scanning[J]. Cement and Concrete Research,2005,35 (8):1566-1576.
- [15] KIM K Y,YUN T S,PARK K P. Evaluation of pore structures and cracking in cement paste exposed to elevated temperatures by X-ray computed tomography [J]. Cement and Concrete Research, 2013, 50 (4): 34-40.
- [16] CHEN J X,DENG X H,LUO Y B,et al. Investigation of micro structural damage in shotcrete under a

- freeze-thaw environment[J]. Construction and Building Materials, 2015, 83(3): 275-282.
- [17] JIN S S, ZHANG J X, HUANG B S. Fractal analysis of effect of air void on freeze-thaw resistance of concrete[J]. Construction and Building Materials, 2013, 47(5): 126-130.
- [18] PROMENTILLA M A B, SUGIYAMA T. X-ray micro tomography of mortars exposed to freezing-thawing action[J]. Journal of Advanced Concrete Technology, 2010, 8(2): 97-111.
- [19] SUZUKI T, OGATA H, TAKADA R, et al. Use of acoustic emission and X-ray computed tomography for damage evaluation of freeze-thawed concrete[J]. Construction and Building Materials, 2010, 24(12): 2347-2352.
- [20] 段跃华, 张肖宁, 李 智, 等. 基于工业CT的混凝土集料二维及三维轮廓表征方法[J]. 中国公路学报, 2011, 24(6): 9-15.
DUAN Yue-hua, ZHANG Xiao-ning, LI Zhi, et al. Methods about digital representation on surface profile of concrete aggregates from 2-D and 3-D based on X-ray computed tomography [J]. China Journal of Highway and Transport, 2011, 24(6): 9-15. (in Chinese)
- [21] 金春植, 梅 平. 基于空隙率法的路基压实控制[J]. 筑路机械与施工机械化, 2011, 28(1): 46-48.
- JIN Chun-zhi, MEI Ping. Control of subgrade compaction based on void ratio method[J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2011, 28(1): 46-48. (in Chinese)
- [22] GB/T 50082—2009, 普通混凝土长期性能和耐久性试验方法[S].
GB/T 50082—2009, Standard for test methods of long-term performance and durability of ordinary concrete[S]. (in Chinese)
- [23] 田 威, 党发宁, 陈厚群. 基于CT图像处理技术的混凝土细观破裂分形分析[J]. 应用基础与工程科学学报, 2012, 20(3): 424-431.
TIAN Wei, DANG Fa-ning, CHEN Hou-qun. Fractal analysis on meso-fracture of concrete based on the technique of CT image processing[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2012, 20(3): 424-431. (in Chinese)
- [24] 李杰林, 周科平, 张亚民, 等. 基于核磁共振技术的岩石孔隙结构冻融损伤试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(6): 1208-1214.
LI Jie-lin, ZHOU Ke-ping, ZHANG Ya-min, et al. Experimental study of rock porous structure damage characteristics under condition of freezing-thaw cycles based on nuclear magnetic resonance technique [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(6): 1208-1214. (in Chinese)
- (上接第40页)
- FANG Qian-bao, MA Jian-lin, YU Yu, et al. Experimental research on elastic resistant coefficient deformation and compressive moduli of surrounding rock in large section loess tunnel[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(S2): 3932-3937. (in Chinese)
- [15] 郑颖人, 赵尚毅, 张鲁渝. 用有限元强度折减法进行边坡稳定分析[J]. 中国工程科学, 2002, 4(10): 57-62.
ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi, ZHANG Lu-yu. Slope stability analysis by strength reduction FEM [J]. Engineering Science, 2002, 4(10): 57-61. (in Chinese)
- [16] 肖 强, 郑颖人, 叶海林. 静力无衬砌黄土隧洞稳定性探讨[J]. 地下空间与工程学报, 2010, 6(6): 1136-1141.
XIAO Qiang, ZHENG Ying-ren, YE Hai-lin. Stability analysis of static unlined loess tunnel [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2010, 6(6): 1136-1141. (in Chinese)
- [17] 朱宏伟, 姚令侃, 蒋良淮, 等. 考虑变形影响的重力式挡墙地震土压力分布[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(6): 1035-1044.
ZHU Hong-wei, YAO Ling-kan, JIANG Liang-wei, et al. Distribution of seismic earth pressure on gravity retaining walls considering influence of deformation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(6): 1035-1044. (in Chinese)
- [18] 王明年, 陈炜韬, 张 磊, 等. 土质围岩开挖破坏模式研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(8): 2479-2484.
WANG Ming-nian, CHEN Wei-tao, ZHANG Lei, et al. Study of failure modes of soil surrounding rock in excavation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(8): 2479-2484. (in Chinese)
- [19] ZIENKIEWICZ O C, HUMPHESON C, LEWIS R W. Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics[J]. Géotechnique, 1975, 25(4): 671-689.
- [20] CHEN W F, MIZUNO E. Nonlinear analysis of soil mechanics[M]. Amsterdam: Elsevier, 1990.