

文章编号:1671-8879(2016)06-0069-09

# 碎石地基强夯加固机制与加固效果试验

宋朝阳<sup>1,2</sup>, 纪洪广<sup>1,2</sup>, 张月征<sup>1,2</sup>, 张磊<sup>1,2</sup>

(1. 北京科技大学 土木与资源工程学院, 北京 100083; 2. 北京科技大学 金属矿山高效开采与  
安全教育部重点实验室, 北京 100083)

**摘要:** 开山爆破后的散体碎石直径比较大且级配很差, 强夯加固大粒径散体碎石地基的宏观力学特性与散体碎石的细观特性密切相关。针对开山爆破碎石回填地基的特点, 在运用颗粒物质力学理论分析散体碎石回填地基强夯加固机理的基础上, 采用高密度电阻率法、数值模拟和预埋土压力盒相结合的方法评价强夯加固效果, 建立了电阻率-密实度-承载力三者之间的函数关系。研究表明: 地基夯实后的电阻率高低形态能够有效判断地基夯实的均匀性和有效加固深度; 利用强夯前后电阻率的变化幅值, 确定强夯的影响范围, 并建立电阻率-密实度-承载力三者之间的关系, 利用其相关性建立强夯加固散体碎石地基的有效深度及适用的判定指标; 由土压力盒数据分析结果, 验证了高密度电阻率法探测强夯加固碎石地基的有效性; 根据高密度电阻率图像的分布形态、预埋土压力盒的数据、夯沉量及其曲线确定最优强夯击数, 从而为优化强夯设计提供参考。

**关键词:** 土木工程; 高密度电阻率法; 强夯; 土压力盒; 地基

**中图分类号:** TU47      **文献标志码:** A

## Gravel foundation dynamic consolidation mechanism and experiment on consolidation effects

SONG Zhao-yang<sup>1,2</sup>, JI Hong-guang<sup>1,2</sup>, ZHANG Yue-zheng<sup>1,2</sup>, ZHANG Lei<sup>1,2</sup>

(1. School of Civil and Resource Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China; 2. State Key Laboratory of High-Efficient Mining and Safety of Metal Mines of Ministry of Education, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Diameter of granular rock is relatively large and the gradation is poor after mountain cut blasting. The macro mechanical properties of dynamic consolidation of large diameter granular rock foundation are highly related to properties of granular rock. Based on the characteristics of mountain cut blasting gravel backfill foundation and the analysis of granular rock backfill foundation consolidation mechanism by using granular material mechanics theory, this paper adopted comprehensive using high density resistivity method, numerical simulation and burying earth pressure cell method to evaluate the effect of dynamic consolidation, and established the function relation of resistivity, compactness and bearing capacity. The results show that the resistivity of foundation is effective in judging the uniformity of foundation. The variation of resistivity before and after dynamic consolidation is used to determine the influence range of

收稿日期: 2016-05-10

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(51534002)

作者简介: 宋朝阳(1986-), 男, 山东邹平人, 工学博士研究生, E-mail: szhao yang123@126.com.

通讯作者: 纪洪广(1963-), 男, 山东青州人, 教授, 博士研究生导师, E-mail: jihongguan@ces.ustb.edu.cn.

dynamic consolidation, and establish the relationship among resistivity, compactness and bearing capacity. Its correlation is used to establish the effective depth of gravel foundation and the applicable criterion of judgement. The analysis result of each pressure cell data is used to examine the effectiveness of gravel foundation with dynamic consolidation of high density resistivity. By using the distribution pattern of high density resistivity image, data of burying earth pressure cell, weight of the dynamic consolidation and its curve, the optimal dynamic consolidation parameter can be obtained, which provide references for optimization design of dynamic consolidation. 18 figs, 23 refs.

**Key words:** civil engineering; high density resistivity; dynamic consolidation; earth pressure cell; foundation

## 0 引言

随着城市化进程的发展,为了加快施工进度,取材经济方便,施工过程中直接以开山爆破碎石作为碎石地基垫层。但是爆破后的岩石多为大粒径散体碎石,级配差、疏松、透水性强,有别于传统的砂土或软粘土回填材料,可定义为典型的大粒径散体物质体系。利用强夯法处理此类碎石地基是一种行之有效的方法<sup>[1-2]</sup>,而且爆破碎石粒径远大于现行路基施工技术规范的范围,现行规范没有明确其压实质量控制标准,如何有效检测与评价其强夯加固效果,目前还没有行之有效的理论推导。

散体碎石地基不同于一般的均质地基,是一种介于均质材料与块石散体之间的特殊工程地质材料。在强夯夯实过程中表现出极其复杂的力学行为,碎石地基由离散态转变为近连续介质状态,临界状态是碎石地基加固的一个重要性质。散体碎石地基的工程特性在很大程度上取决于其细观结构特征及其变化状态。目前,室内试验与现场压实效果之间的相关关系难以定量描述,数值模拟模型中碎石颗粒形状以圆(球)形或者近似圆(球)形为主,无法准确描述宏观介质的力学特性,细观与宏观参数的对应关系往往需要通过大量的数值试验进行标定<sup>[3-4]</sup>。利用高密度电阻率法探测强夯前后碎石地基电阻率的变化,为加固碎石地基的细观机制与宏观力学性质耦合提供了新思路,该方法具有成本低、效率高、信息丰富等特点,测量过程中,电极布设一次完成,充分发挥了物探技术在勘查中的优势,多应用于探察岩溶地层、采空区、矿山突水、隐伏断层等工程中<sup>[5-15]</sup>。张光保等运用高密度电阻率法对滑坡的滑体性质、厚度以及滑动面进行勘察及效果分析<sup>[16-17]</sup>;尹常斌等运用高密度电阻率法对碎石地基空洞进行了无损探测<sup>[18]</sup>。

大粒径散体碎石地基经过重锤夯击后,强夯作用改变了碎石地基内部接触力及力链结构网络,利用高密度电阻率法、数值模拟以及预埋土压力盒相结合的方法探测地基密实度,评判强夯加固效果是一种有效方法。为此,本文利用高密度电阻率法探测夯击后碎石地基的电阻率分布情况,分析强夯前后幅值变化和确定强夯的影响范围,建立电阻率-密实度-承载力三者之间的相关关系;并采用预埋土压力盒加以验证,为碎石地基加固施工提供可靠的依据。

## 1 强夯加固地基细观力学机理

强夯加固地基细观力学机理的研究中,散体碎石地基被视为离散颗粒物质体。颗粒离散元法以非连续介质为基础,把整个地基分解为有限数量的离散单元,每个颗粒或块体为1个单元,根据每一时刻各颗粒间的相互作用和牛顿运动定律的交替反复运用,预测离散结构的力学行为<sup>[4]</sup>。大量光弹性试验和数值模拟结果表明,颗粒物质内毗邻颗粒间发生接触形成诸多强度迥异的力传递链,它们相互交接构成非均匀的网络贯穿于颗粒物质内,从而形成强力链网络和弱力链网络结构,如下页图1所示<sup>[17]</sup>。颗粒表面摩擦因数、颗粒刚度与颗粒分形维数等自身特性直接影响强力链与弱力链的分布形态、结构的稳定和宏观力学性质<sup>[19-20]</sup>。强力链网络数目较少,只能承受微小剪切,却支撑了颗粒体系的大部分质量及外载荷<sup>[21]</sup>。弱力链网络数目按照指数规律增加,几乎均匀分布在颗粒介质内,与强力链衔接,参与强力链断裂后的重构,在维持强力链剪切稳定性方面也起了非常重要的辅助作用。强夯加固碎石地基的过程即为碎石地基由稀疏到密集,直至固结的转变过程<sup>[22-23]</sup>。

强夯加固碎石地基,即强力链网络与弱力链网络不断破坏与重构的过程,其中强力链数目增加,承

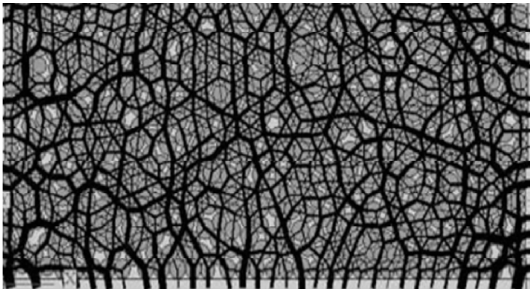


图 1 平面应变等向压缩下 DEM 模拟结果  
Fig. 1 Results of a DEM simulation for plane strain and isotropic compression

载了绝大部分的冲击剪切应力,弱力链网络参与强力链网络的重构过程,控制力链演化过程<sup>[19]</sup>。按强夯加固碎石地基的细观力学机理,其发展过程如图 2 所示,主要分为以下 3 个阶段。

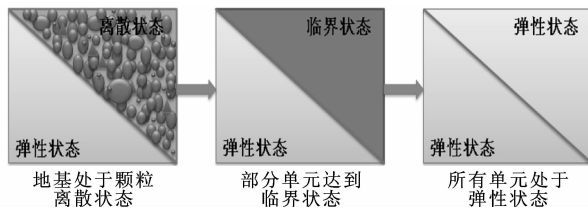


图 2 强夯加固碎石地基离散元转化为有限元的基本思路  
Fig. 2 Basic idea for transiting particle DEM into FEM

(1)能量转换与夯坑冲剪切破坏:强夯初始阶段,碎石排列疏松,体积分数较小,碎石间以点-点、点-线接触为主,孔隙比较大,强夯导致碎石土体冲剪切破坏,夯击点表面沉降量大。

(2)固结压密与储存塑性能阶段:随夯击数继续增加,构成强力链的碎石发生弹塑性变形和破碎,而弱力链网络中的碎石发生弹性变形,并重新排列,体积分数增加,孔隙比减小,碎石间以点-点、点-线、线-面和面-面接触为主,弱力链中一些碎石的弹性变形能被强力链网络结构锁住,其弹性能被“冻结”。

(3)触变固化与强度提高阶段:碎石土体被充分压实,碎石重新分布,碎石间以线-面、面-面接触为主,碎石地基强度与变形模量大幅度提高,地基承载力显著提高。

尽管从细观层次上对强夯加固碎石地基的力学机理给出相对合理的解释,但要提出合理的标度参数来量化力链网络形态及其演变规律却难以突破。利用高密度电阻率法探测强夯前后碎石地基电阻率的变化,可为加固碎石地基的细观机制与宏观力学性质耦合提供新思路。

## 2 现场试验方案

码头工地处于山体与海岸线中间,高程差较大。

为了取材经济方便,回填料直接以开山爆破碎石作为碎石地基基层分层回填。碎石地基颗粒级配曲线如图 3 所示。回填高度为 +5 m,夯击后高度为 +3.8 m,施工方法为推填。重锤直径 2.5 m,质量 17.5 t,重锤起吊高度 17.2 m,夯击方式为梅花型夯击,夯击间距 5 m。

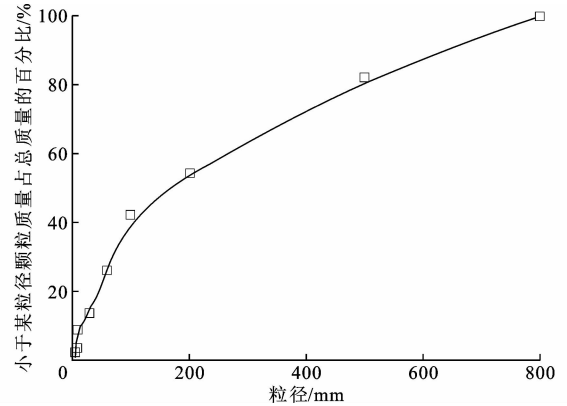


图 3 碎石地基颗粒级配曲线

Fig. 3 Particle gradation curve of broken stone fills

工地现场探测布置方案在整个工地垫层基础面上沿南北向设置 10 条平行剖面,在 1 剖面、2 剖面分别布置 2 个单夯点,间距 10 m,采用 36 个电极,极距 1 m,探测深度为 50 m 左右。碎石地基在夯击过程中,夯击力会以应力波的形式向土体内部传送,应力波传播的范围和衰减的速度与地基的夯击程度直接相关。试验采用在土中埋设土压力盒的方法探测强夯对碎石地基的影响范围。采用 JTM-Y2000 系列微型土压力盒,适用于室内模型试验的应力量测和工程中的水、土、气体压力量测。

根据工程设计要求,试验安排 2 个夯击点进行夯击测量,压力盒设计埋深分别为 -4、-6、-7、-8 m 这 4 个水平层埋设,压力盒分为水平埋设和垂直埋设 2 种,其中 -6 m 层布设水平埋设和垂直埋设各 1 个土压力盒,其余各层位只设置水平埋设土压力盒;土压力盒一共设置 2 组(2 个夯击点),2 组土压力盒水平相距 5 m,如下页图 4、图 5 所示。现场夯击过程采取的是点夯 16 次方式,对夯击点位 1、2 分别进行夯击,夯击过程中对埋设的土压力盒进行实时监测,获取每次夯击时压力盒的应力值。

## 3 试验结果分析

### 3.1 单夯击点反演分析

下页图 6 为强夯加固前碎石地基的电阻率分布,电阻率断面呈现出明显的高阻区和低阻区。在埋深 -4.8 m 以下,电阻率基本维持在较低水平不

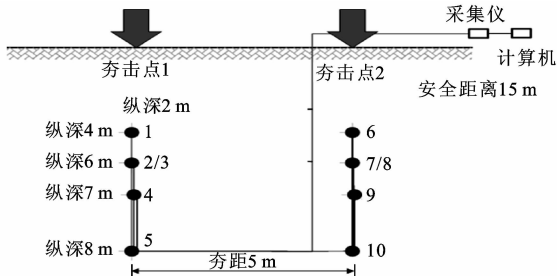
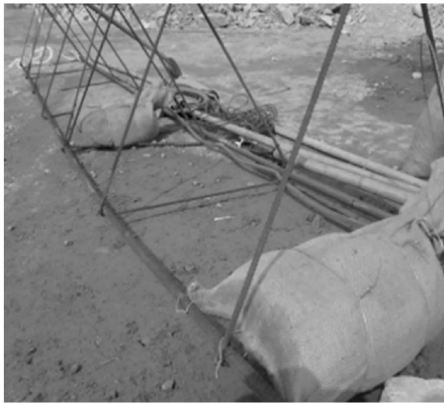
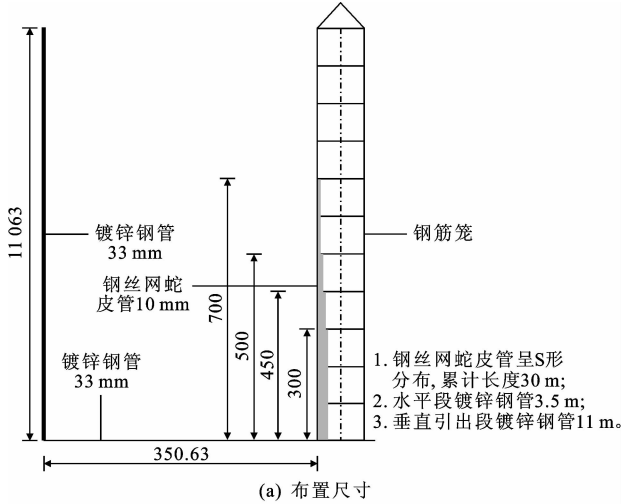


图4 现场夯击测试点及土压力盒埋设位置

Fig. 4 In-situ test measurement points and burying position of earth pressure cells



(b) 布置现场

单位: mm

图5 土压力盒线缆布置与保护

Fig. 5 Cable layout of earth pressure cell and protection

变,结合现场实际情况分析认为-4.8 m 以下为原始地层。原始地层平均电阻率约为  $390 \Omega \cdot m$ ,碎石垫层电阻率值平均约为  $2987 \Omega \cdot m$ 。反演结果较好地给出了不良碎石地基的形态、规模和埋深情况。图7为单点夯击后反演结果,强夯加固后碎石地基高阻区范围明显收缩,同时单夯击点附近碎石地基电阻率明显减小。

图8、图9为夯击点1、2处夯击前后电阻率随深度变化的情况。对比分析可知,单夯击点区域电阻

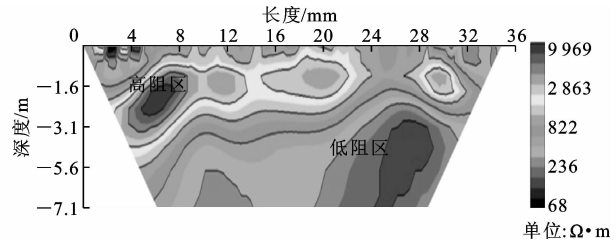


图6 测试点强夯前电阻率探测反演结果

Fig. 6 Probe resistivity inversion results before compaction

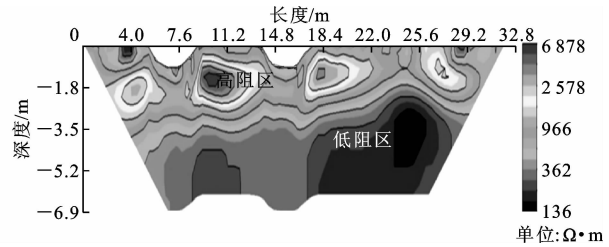


图7 测试点强夯后电阻率探测反演结果

Fig. 7 Probe resistivity inversion results after compaction

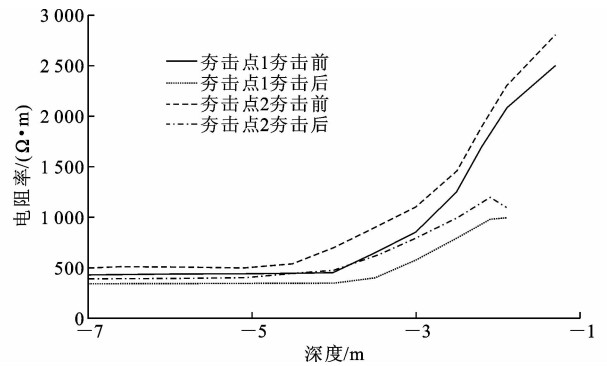


图8 夯击点夯击前后的电阻率变化

Fig. 8 Resistivity changes of tamping points before and after compaction

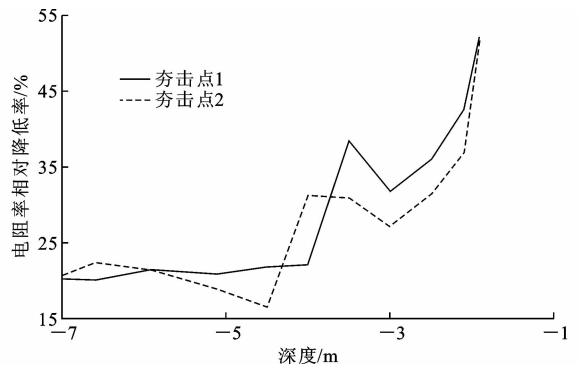


图9 不同埋深点的电阻率相对降低率

Fig. 9 Relatively decreasing rates of resistivity with different depths  
率与周围相比明显减小,散体碎石地基被挤密加固。夯击后电阻率在深度-4.8~-7 m 之间呈现由小到大的细微增长,说明该部分原始地层受到夯击影响,电阻率有所改变,由于其对夯击敏感度相对较

低,所以电阻率改变不大。由图 8 电阻率变化率可知,夯击影响区域主要是碎石垫层,原始地层对夯击反应不敏感。

夯击前碎石垫层极差分布不均匀,极差值较大,说明垫层电阻率分布不均匀,碎石地基体积分数小,孔隙率相对于地层很大;夯击后极差分布在 2.5 左右,说明夯击后垫层电阻率分布相对较均匀,孔隙率减小且密度增加。极差越大,说明夯实效果越差,夯击前后极差的变化即电阻率的变化。

以强夯前地层不同埋深点电阻率值为基数,将每次强夯相对于基准点的电阻率变化率定义为地层不同埋深点的电阻率相对降低率  $\Delta k$ ,有

$$\Delta k = \frac{K_{i0} - K_{ti}}{K_{i0}} \times 100\% \quad (1)$$

式中: $K_{i0}$ 为强夯前夯击点地层不同埋深点的电阻率; $K_{ti}$ 为夯击后地层不同埋深点的电阻率。

### 3.2 强夯加固区域划分

夯击沉降量是强夯施工中最直接的表现特征,在一定程度上反映了散体碎石地基的加固效果。强夯过程中地基的各向异性导致不同埋深点的沉降量也是非连续变化的,引用“沉降梯度”来定义和划分强夯加固影响区。加固地基可以分为加固大变形区、变形移动过渡区、微变形区和未扰动区域

$$\begin{aligned} \text{grad}f(x, y) &= \text{gradu}(x, y) + \text{grad}v(x, y) = \\ &= \left( \frac{\partial u}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \mathbf{j} \right) + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial v}{\partial y} \mathbf{j} \right) = \\ &= \frac{\partial(u+v)}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial(u+v)}{\partial y} \mathbf{j} \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $f(x, y)$ 为点的位移; $\text{grad}f(x, y)$ 为点的位移梯度; $u, v$ 分别为  $x$ (水平)、 $y$ (竖向)方向的位移分量; $\text{gradu}(x, y), \text{grad}v(x, y)$ 分别为  $x, y$ 方向的位移梯度分量; $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ 分别为平行于  $x, y$ 轴的单位矢量。

随着夯击次数的增加,不同夯击次数后  $z$  方向位移云图如图 10 所示。夯坑中心沉降量幅度逐渐减小,总深度逐渐增加。由图 11、图 12 分析可知,第 10 次夯击时,沉降量变化范围小于 2 cm,夯坑总深度为 -2.4 m。强夯第 1 次夯击后出现单点夯击沉降量最大值;随着埋深的逐渐增加,沉降量变化范围逐渐减小,-5 m 以上为夯击大变形区;-5 ~ -7 m 为变形移动过渡区,夯击沉降量明显减小;之后,在深度 -7 ~ -8 m 区域沉降量的衰减幅度急剧变大,为微变形区,强夯产生的冲击能量在迅速衰减,-8 m 以下为未扰动区域。

分析各单夯击点处夯击前后高地表沉降量的变化。由于夯击对原始地层的影响较小,原始地层的

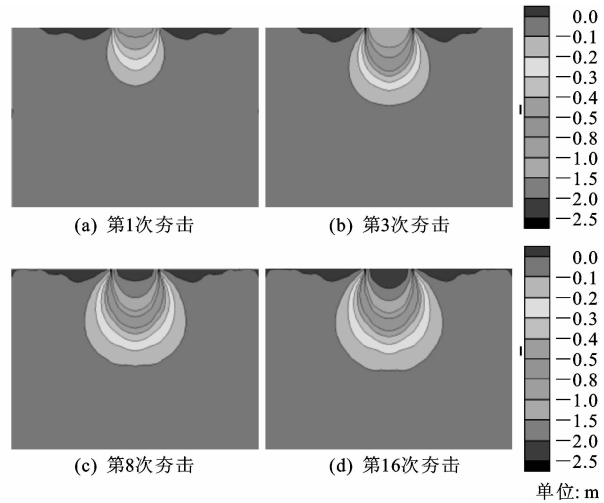


图 10 不同夯击次数  $z$  方向位移云图

Fig. 10 Contour of displacement of  $z$ -direction with different number of tamping

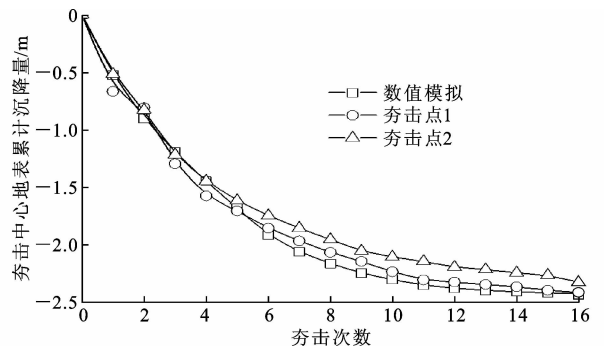


图 11 实测曲线与数值计算曲线对比

Fig. 11 Comparison analysis of measured curve and calculating curve

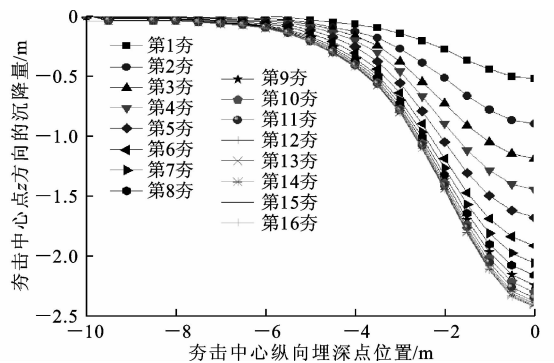


图 12 不同埋深的沉降量与夯击次数关系

Fig. 12 Relationship between different depth location of the settlement and different compact frequency

被压缩效应可以忽略,因此认为夯击引起的高度变化为碎石垫层挤密压实所致;同时夯击后碎石向四周挤压扩散,夯坑周围地表轻度隆起。夯击前后密实度变化可用夯击前后高度变化表示;同时夯击前后电阻率变化可以根据夯击前后的极差变化得出,

对试验数据按照线性关系进行拟合,获得电阻率与密实度的线性相关关系,如图 13 所示。图中: $R_0$  为夯击前电阻率; $R_1$  为夯击后电阻率; $P_0$  为夯击前密实度; $P_1$  为夯击后密实度。

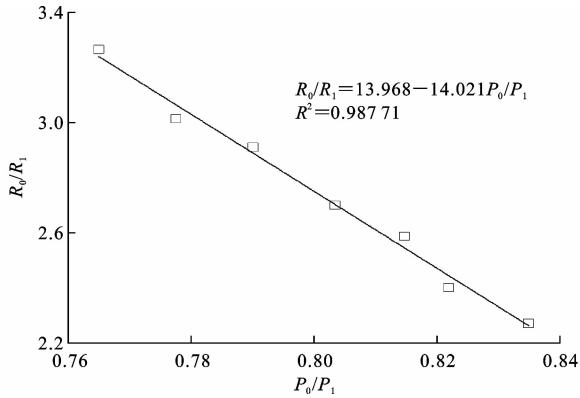


图 13 碎石地基电阻率与密实度的关系

Fig. 13 Relationship between gravel ground resistivity and compactness

### 3.3 土压力盒监测数据分析

夯击过程中对埋设的土压力盒进行实时监测,获得每次夯击时压力盒的应力变化,如图 14、图 15 所示。由图 14、图 15 分析可得,第 1 次夯击后,只有埋深-4 m 处的压力盒压力有变化,其他 3 个压力盒变化不大;从第 2 次夯击后冲击波形曲线明显显现,并且幅值在不断增大;第 10 次夯击之前埋深-6、-7 m 的 2 个压力盒受冲击力较为明显,但幅值较埋深-4、-6 m 的压力值要小得多;第 10 次夯击开始,强夯冲击对埋深-7、-8 m 的 2 个压力盒的影响越来越小直至消失。强夯对碎石地基的最终有效影响深度为-7 m 左右,对碎石地基的最优夯击次数为 10 次。

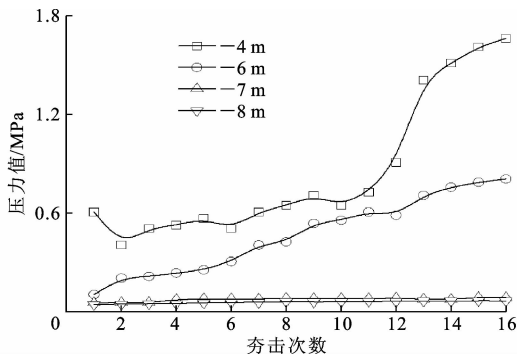


图 14 夯击中压力盒压力的最高峰值

Fig. 14 Maximum amplitude of pressure of pressure cell when tamping

土压力盒数据显现的强夯加固深度与高密度电阻率探测的强夯处理后碎石地基的电阻率分布规律相吻合。土压力盒数据验证了强夯加固地基 4 个分

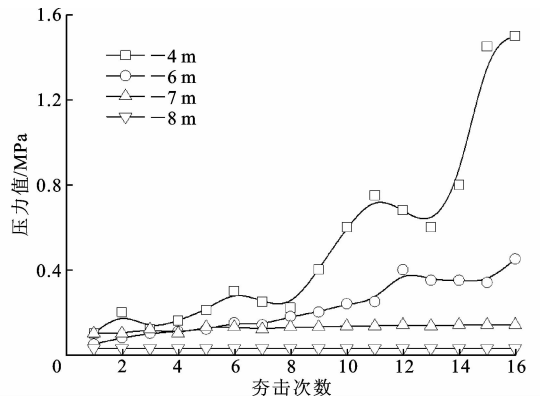


图 15 夯击后压力盒的压力值

Fig. 15 Pressures of pressure cell after tamping

区的合理性。预埋设土压力盒数据和现场实测夯沉量数据表明,高密度电阻率法检测此类回填碎石地基的强夯加固效果切实可行。

## 4 现场探测结果分析

大粒径散体碎石级配差、疏松、透水性强,强夯 4~5 d 后孔隙水压力值基本趋于稳定,孔隙水压力消散较快。由于每遍夯击需要时间远不止 5 d,因此 2 遍夯击可以连续进行,上遍夯击结束后,最初施工的孔隙水压已消散完成,可以进行下次强夯施工。

5-5 剖面夯实后电阻率探测反演结果如图 16 所示。

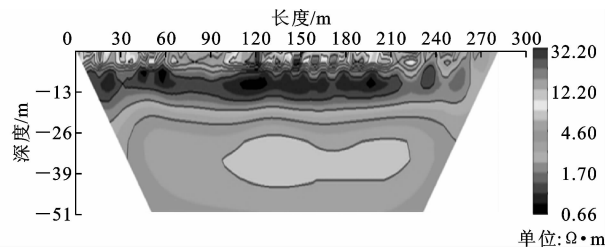


图 16 5-5 剖面夯实后电阻率探测反演结果

Fig. 16 Probe resistivity inversion results of section 5-5 after compaction

由图 16 可知,测线方向为码头南端指向码头中央;浅部 10 m 范围的碎石土层的电阻率变化较为直观,最左端和中段(距南端 10~19 m)电阻率值较高,碎石地基密实度较差,夯实效果较差;6~10 m 和 20~28 m 夯实效果最好。分析发现,右区段与其他测线有部分重合,该段在夯实和长期路面碾压下,密实度十分良好;中段电阻率大,该范围内的夯实效果较差,碎石级配较差,夯实影响深度为-5~-7 m。

下一页图 17 为地基承载力、密实度、电阻率和埋深的关系,根据密实度范围内碎石土承载力标准值判断,强夯区的承载力为 700~900 kPa,而非强夯区为

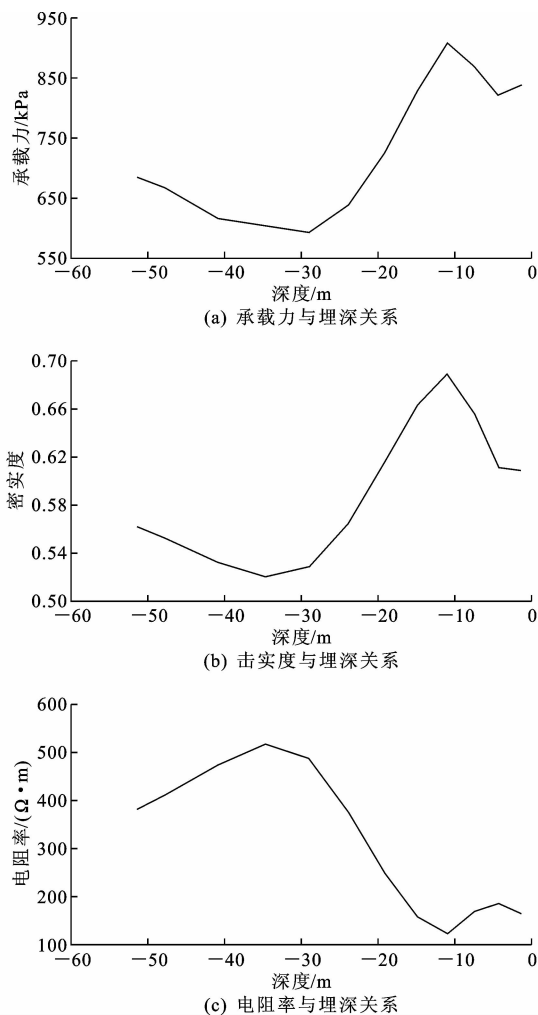


图17 地基承载力、密实度与电阻率与埋深的关系

Fig. 17 Relationship between foundation bearing capacity, density, resistivity and buried depth

300~350 kPa,地基承载力在强夯后提高了1.5倍。

图18为测线承载力随埋深的变化,由图可以看出,测线在0~-11 m之间时,随着深度增加,承载力在逐渐变大,阿尔奇公式计算电阻率的适用范围为-11 m以上孔隙率饱和度为1的碎石地基,计算结果符合之前的推断,也符合逻辑;而在-11 m左右处有明显的转折点,与实际工程中地基埋深11 m的情况吻合;-11 m以下是海底,为淤泥质沙土,不符合阿尔奇计算公式的适用范围。

## 5 结语

(1)强夯加固碎石地基,即强力链网络与弱力链网络不断破坏与重构的过程,其过程主要为3个阶段,能量转换与夯坑冲剪切破坏阶段、固结压密与储存塑性阶段、触变固化与强度提高阶段。

(2)高密度电阻率法对散体碎石强夯加固效果

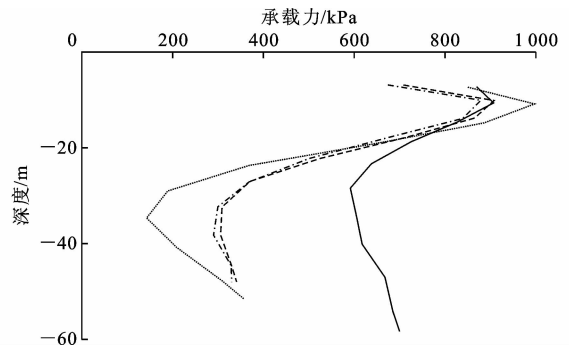


图18 测线承载力随埋深的变化

Fig. 18 Changes of foundation bearing capacity with depth

检测直观有效。高密度电阻率法探测强夯前后地层中电阻率的变化幅度,根据电阻率变化能够较准确地确定强夯的有效加固范围。

(3)电阻率反演断面图中呈现出高阻区和低阻区,直观反映不良碎石地基的形态、规模和埋深情况。通过电阻率变化对夯实度定量分析,得到电阻率与密实度线性相关;分析电阻率、密实度和承载力三者之间的相关性,能够定量分析强夯加固散体碎石地基的加固效果。土压力盒数据分析结果验证了高密度电阻率法探测强夯加固碎石地基的有效性。

(4)本文基于高密度电阻率法对强夯加固地基的加固效果分析评价取得了一定成果,但对于强夯加固地基夯击后的时效性检测以及群夯效果的数值分析还需做进一步的深入研究。

## 参考文献:

### References:

- [1] 陈昌彦,白朝旭,宋连亮,等.多道瞬态瑞雷波技术在公路采空塌陷区探测中的应用[J].地球物理学进展,2010,25(2):701-708.  
CHEN Chang-yan, BAI Chao-xu, SONG Lian-liang, et al. Application of the multi-channel transient Rayleigh wave method to highway goaf detection[J]. Progress in Geophysics, 2010, 25(2): 701-708. (in Chinese)
- [2] 刘远,孙进忠,赵体,等.强夯地基处理效果的多道瞬态瑞雷波检测[J].地球物理学进展,2014,29(6):2910-2916.  
LIU Yuan, SUN Jin-zhong, ZHAO Ti, et al. Quantitative evaluation of dynamic consolidation effect of foundation based on multi-channel transient Rayleigh wave method[J]. Progress in Geophysics, 2014, 29(6): 2910-2916. (in Chinese)
- [3] 田湖南,焦玉勇,王浩,等.土石混合体力学特性的颗粒离散元双轴试验模拟研究[J].岩石力学与工程学报,2015,34(增1):3564-3573.

- TIAN Hu-nan, JIAO Yu-yong, WANG Hao, et al. Research on biaxial test of mechanical characteristics on soil-rock aggregate (SRA) based on particle flow code simulation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34 (S1): 3564-3573. (in Chinese)
- [4] 贾敏才, 吴邵海, 叶建忠. 基于三维离散元法的强夯动力响应研究[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2015, 42(3): 70-76.
- JIA Min-cai, WU Shao-hai, YE Jian-zhong. Discrete element modeling of dynamic compaction in granular soils using PFC<sup>3D</sup> [J]. Journal of Hunan University: Natural Science, 2015, 42(3): 70-76. (in Chinese)
- [5] 白登海, 于 晟. 电阻率层析成像理论和方法[J]. 地球物理学进展, 1995, 10(1): 56-75.
- BAI Deng-hai, YU Sheng. Theory and methods of resistivity tomography [J]. Progress in Geophysics, 1995, 10(1): 56-75. (in Chinese)
- [6] 董浩斌, 王传雷. 高密度电法的发展与应用[J]. 地学前缘, 2003, 10(1): 171-176.
- DONG Hao-bin, WANG Chuan-lei. Development and application of 2D resistivity imaging surveys [J]. Earth Science Frontiers, 2003, 10(1): 171-176. (in Chinese)
- [7] 杨振威, 严加水, 刘 彦, 等. 高密度电阻率法研究进展[J]. 地质与勘探, 2012, 48(5): 969-978.
- YANG Zhen-wei, YAN Jia-yong, LIU Yan, et al. Research progresses of the high-density resistivity method [J]. Geology and Exploration, 2012, 48(5): 969-978. (in Chinese)
- [8] 尹常斌. 高密度电法探测既有公路路基湿度场的应用技术研究[D]. 长沙: 长沙理工大学, 2014.
- YIN Chang-bin. Study on the application technology of high density resistivity method to detect existing highway subgrade moisture field [D]. Changsha: Changsha University of Science & Technology, 2014. (in Chinese)
- [9] 王 桦, 程 桦, 荣传新. 基于高密度电阻率法的松动圈测试技术研究[J]. 煤炭科学技术, 2008, 36(3): 53-57.
- WANG Hua, CHENG Hua, RONG Chuan-xin. Research on measurement and test technology of strata released zone base on high density resistivity method [J]. Coal Science and Technology, 2008, 36(3): 53-57. (in Chinese)
- [10] 葛双成, 李小平, 邵长云, 等. 地震折射和电阻率法在水库坝址勘察中的应用[J]. 地球物理学进展, 2008, 23(4): 1299-1303.
- GE Shuang-cheng, LI Xiao-ping, SHAO Chang-yun, et al. Application of seismic refraction and resistivity for exploration of reservoir dam site [J]. Progress in Geophysics, 2008, 23(4): 1299-1303. (in Chinese)
- [11] 底青云, 倪大来, 王 若, 等. 高密度电阻率成像[J]. 地球物理学进展, 2003, 18(2): 323-326.
- DI Qing-yun, NI Da-lai, WANG Ruo, et al. High-density resistivity image [J]. Progress in Geophysics, 2003, 18(2): 323-326. (in Chinese)
- [12] 吕惠进, 刘少华, 刘伯根. 高密度电阻率法在地面塌陷调查中的应用[J]. 地球物理学进展, 2005, 20(2): 381-386.
- LU Hui-jin, LIU Shao-hua, LIU Bo-gen. Application of resistivity tomography survey method in detecting ground subsidence [J]. Progress in Geophysics, 2005, 20(2): 381-386. (in Chinese)
- [13] 曾 胜, 李振存, 赵 健, 等. 运营公路路基病害快速无损综合检测新技术[J]. 长沙理工大学学报: 自然科学版, 2013, 10(2): 1-7.
- ZENG Sheng, LI Zhen-cun, ZHAO Jian, et al. New technology of rapid, nondestructive and comprehensive testing for operation highway subgrade disease [J]. Journal of Changsha University of Science and Technology: Natural Science, 2013, 10(2): 1-7. (in Chinese)
- [14] 杨镜明, 魏周政, 高晓伟. 高密度电阻率法和瞬变电磁法在煤田采空区勘查及注浆监测中的应用[J]. 地球物理学进展, 2014, 29(1): 362-369.
- YANG Jing-ming, WEI Zhou-zheng, GAO Xiao-wei. The application of the methods of high density method and transient electromagnetic to detecting coal mining goaf and to inspect grouting effect [J]. Progress in Geophysics, 2014, 29(1): 362-369. (in Chinese)
- [15] 徐佩芬. 高分辨率地震勘探确定隐伏地质构造方法研究[J]. 地球物理学进展, 1998, 13(2): 41-45.
- XU Pei-fen. The researching of the high resolution-seismic exploration in determination of geology structure [J]. Progress in Geophysics, 1998, 13(2): 41-45. (in Chinese)
- [16] 张光保. 褚家营巨型滑坡的高密度电法勘察及效果分析[J]. 地球物理学进展, 2012, 27(6): 2716-2721.
- ZHANG Guang-bao. Exploration and effectiveness analysis of high-density resistivity method on Chujiaying giant landslide site [J]. Progress in Geophysics, 2012, 27(6): 2716-2721. (in Chinese)
- [17] 沙振海, 张继锋. 高密度电法在确定滑坡面中的应用研究[J]. 煤炭技术, 2013, 32(7): 100-102.
- SHA Zhen-hai, ZHANG Ji-feng. Application of high

- density resistivity method in landslide surface investigation[J]. Coal Technology, 2013, 32(7): 100-102. (in Chinese)
- [18] 尹常斌,李振存,曾 胜,等. 高密度电阻率法在路基空洞探测中的应用[J]. 长沙理工大学学报:自然科学版, 2013, 10(4): 22-27.  
YIN Chang-bin, LI Zhen-cun, ZENG Sheng, et al. Application of high density resistivity method in the subgrade cavities detecting[J]. Journal of Changsha University of Science and Technology: Natural Science, 2013, 10(4): 22-27. (in Chinese)
- [19] 刘先珊,许 明,熊卫红. 颗粒刚度变化对胶结砂岩力学响应的影响[J]. 北京科技大学学报, 2014, 36(11): 1427-1435.  
LIU Xian-shan, XU Ming, XIONG Wei-hong. Effect of change in particle stiffness on the mechanical response of cemented sandstone[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2014, 36(11): 1427-1435. (in Chinese)
- [20] 许 明,刘先珊. 颗粒摩擦因数对胶结砂岩力学特性的影响[J]. 中南大学学报:自然科学版, 2014, 45(1): 299-305.  
LIU Xian-shan, XU Ming. Influence of particle friction coefficient on mechanical characteristics of cemented sandstone[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2014, 45(1): 299-305. (in Chinese)
- [21] 孙其诚,王光谦. 颗粒物质力学导论[M]. 北京:科学出版社, 2009.  
SUN Qi-cheng, WANG Guang-qian. Introductory theory of granular material mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2009. (in Chinese)
- [22] 钟 杰,彭 政,吴耀宇,等. 二维颗粒流从稀疏态到密集态的临界转变[J]. 物理学报, 2006, 55(12): 6691-6696.  
ZHONG Jie, PENG Zheng, WU Yao-yu, et al. The critical phenomena of the dilute-to-dense transition in two-dimensional granular flow[J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(12): 6691-6696. (in Chinese)
- [23] 彭 政,陆坤权,厚美瑛. 阻塞态颗粒介质的慢速阻力[J]. 物理学报, 2009, 58(9): 6566-6572.  
PENG Zheng, LU Kun-quan, HOU Mei-ying. Slow drag in jammed granular medium[J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(9): 6566-6572. (in Chinese)
- (上接第 55 页)
- [13] 杨永清,蒲黔辉. 抛物线双肋拱在非保向力作用下的横向稳定性[J]. 西南交通大学学报, 2003, 38(3): 309-313.  
YANG Yong-qing, PU Qian-hui. Lateral stability of parabolic double-rib arch under non-directional loads [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2003, 38(3): 309-313. (in Chinese)
- [14] 刘 钊,吕志涛. 有横撑系杆拱桥的侧向稳定承载力[J]. 工程力学, 2004, 21(3): 21-24, 54.  
LIU Zhao, LU Zhi-tao. Lateral buckling load of tied-arch bridges with transverse braces[J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(3): 21-24, 54. (in Chinese)
- [15] 艾永明,黄平明,杨炳成. 下承式双肋斜张拱桥侧倾稳定实用计算方法[J]. 郑州大学学报:工学版, 2010, 31(2): 9-13.  
AI Yong-ming, HUANG Ping-ming, YANG Bing-cheng. Practical calculation method for lateral stability of two-ribs through cable-stayed arch bridge[J]. Journal of Zhengzhou University: Engineering Science, 2010, 31(2): 9-13. (in Chinese)
- [16] 刘爱荣,申富林,邝钜滔,等. 斜靠式拱肋系侧倾失稳临界荷载计算方法[J]. 工程力学, 2011, 28(12): 166-172.  
LIU Ai-rong, SHEN Fu-lin, KUANG Ju-tao, et al. Calculation method for lateral buckling critical load of leaning-type arch rib system[J]. Engineering Mechan- ics, 2011, 28(12): 166-172. (in Chinese)
- [17] 刘爱荣,申富林,张俊平,等. 斜靠式拱桥侧倾失稳临界荷载解析解[J]. 土木工程学报, 2012, 45(4): 107-115.  
LIU Ai-rong, SHEN Fu-lin, ZHANG Jun-ping, et al. Analytical solution of lateral buckling critical load for leaning-type arch bridges[J]. China Civil Engineering Journal, 2012, 45(4): 107-115. (in Chinese)
- [18] POUTRE D B L, SPOORENBERG R C, SNIJDER H H, et al. Out-of-plane stability of roller bent steel arches—An experimental investigation [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2013, 81: 20-34.
- [19] 刘礼辉. 主-副拱协作体系桥梁性能研究[D]. 长沙:湖南大学, 2008.  
LIU Li-hui. The research on properties of main-vice arch cooperation system bridge[D]. Changsha: Hunan University, 2008. (in Chinese)
- [20] 李国豪. 桥梁结构稳定与振动[M]. 北京:中国铁道出版社, 1996.  
LI Guo-hao. Stability and vibration of bridge structures[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1996. (in Chinese)
- [21] 钱莲萍,项海帆. 空间拱桥结构侧倾稳定性的实用计算[J]. 同济大学学报, 1989, 17(2): 161-172.  
QIAN Lian-ping, XIANG Hai-fan. A practical method for lateral buckling analysis of arch bridges[J]. Journal of Tongji University, 1989, 17(2): 161-172. (in Chinese)