

文章编号:1671-8879(2017)04-0105-07

# 足尺单柱桥梁模型爆破振动响应

王国波<sup>1</sup>,胡俊<sup>1</sup>,季杉<sup>2</sup>,谢伟平<sup>2</sup>,王礼<sup>2</sup>

(1. 武汉理工大学 道路桥梁与结构工程湖北省重点实验室,湖北 武汉 430070;  
2. 武汉理工大学 土木工程与建筑学院,湖北 武汉 430070)

**摘要:**为了研究高架桥梁桥墩爆破引起的振动传播规律及其对周边的影响,采用现场试验和数值分析相结合的方法开展相关研究。首先在表层无混凝土的土层上选取有代表性的桥墩,按相同尺寸和配筋在试验场进行浇注,修建2个独立墩柱模型进行单柱爆破试验及现场实测;然后利用LS-DYNA软件建立单柱数值计算模型,对爆破试验进行了详细的拟合分析,给出了各测点的振动速度时程曲线及其频谱曲线,并从振动幅值和频谱特性2个方面分析了爆破振动效应;最后将计算结果与试验结果进行对比分析。研究结果表明:随着测点与爆源之间距离的增加,各方向速度响应逐渐衰减,其中竖向速度衰减最快,测点各方向速度为0.05~1.36 cm/s,其中竖向速度最大,水平切向速度最小;各方向振动频率为15~20 Hz,与周边一般建筑的基频相差较大,爆破振动在空气中衰减迅速,表明爆破自身引起的振动效应影响较小;数值拟合分析结果与试验结果的动力响应规律基本一致,表明采取的动力有限元计算分析方法能较好地模拟爆破过程,可利用该方法对整个高架桥的爆破过程进行初步分析,从而为最终的爆破方案提供合理依据。

**关键词:**桥梁工程;足尺模型试验;爆破;振动响应;动力有限元

**中图分类号:**U445.6      **文献标志码:**A

## Blasting vibration response of full-scale single column bridge model

WANG Guo-bo<sup>1</sup>, HU Jun<sup>1</sup>, JI Shan<sup>2</sup>, XIE Wei-ping<sup>2</sup>, WANG Li<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Hubei Province for Road, Bridge and Structure Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, Hubei, China; 2. School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, Hubei, China)

**Abstract:** To research the vibration transmission law and its effect on surroundings induced by viaduct pier blasting, the field test and numerical analysis were combined to carry out relative research. Firstly, representative piers were selected on the surface of soil without concrete, which were poured at the test site according to the same size and reinforcement. And two independent pier column models were built to carry out single column blasting tests and field measurements. Then, numerical calculation models were established through LS-DYNA software and the detailed fitting analysis of the blasting test were conducted to obtain vibration velocity curves and their spectrum of each measuring point. Blasting effect was analyzed from two aspects, vibration amplitude and spectral characteristic. Finally, the results were compared with the test data. The results show that the velocity response of each direction decreases gradually

收稿日期:2017-03-12

基金项目:国家自然科学基金项目(51178365)

作者简介:王国波(1979-),男,湖北孝昌人,副研究员,工学博士,E-mail:wgb16790604@126.com。

with the increase of distance between measuring point and blast source. The vertical velocity decays fastest, and velocity at each point is between 0.05 to 1.36 cm/s, among which the vertical velocity is the largest and the horizontal tangent is the smallest. The vibration frequency at each point in each direction ranges from 15 to 20 Hz, has relatively large difference to the fundamental frequency of general buildings in surrounding area. Blasting vibration decreases very quickly in air, which indicates that the vibration effect caused by blasting is less affected. The numerical fitting analysis results are basically consistent with the dynamic response of the test results, which verifies that the dynamic finite element method employed in this paper can better simulate the test process, and can be used for preliminary analysis on the whole blasting process of viaduct, so as to provide reasonable basis for blasting scheme. 4 tabs, 9 figs, 23 refs.

**Key words:** bridge engineering; full-scale model test; blasting; vibration response; dynamic finite element

## 0 引言

随着城市化进程的不断加快,爆破法拆除已有建(构)筑物已成为城市快速建设中不可缺少的一环。但这类结构的爆破拆除工程面临着体量大、周边环境复杂等特点,为确定合理的爆破方案和防护措施,避免不必要的经济损失和社会、环境负面影响,必要的模型试验研究是必不可少的。

虽然目前关于爆破的理论研究十分丰富,但大部分关于爆破方面的模型试验集中在采矿工程<sup>[1-2]</sup>、岩石工程<sup>[3]</sup>和隧道建设中<sup>[4]</sup>。在地表一般建筑物爆破研究方面:Rdy 等研究了爆破控制技术在某水电站防护墙体爆破拆除中的应用,并探讨了爆破拆除引起的坍塌振动对临近坝体安全的影响<sup>[5]</sup>;Lynn 等运用新型自适应应变积分方法重新编制相关计算程序,并将该程序运用到具体的房屋爆破工程中,得到了与实际相似的结果<sup>[6]</sup>;Cho 等进行了足尺单柱模型爆破试验,研究了混凝土材料碎片形式及数量对地面振动响应的影响<sup>[7]</sup>;Fujikake 等研究了预应力混凝土柱在不同阶段的爆炸响应及其对周边的影响<sup>[8]</sup>;Uenishi 等基于预应力混凝土单柱爆破试验结果与有限差分理论,建立了一种适用于混凝土单柱爆破的三维计算分析方法,该方法能较好地模拟爆破全过程<sup>[9]</sup>;谢先启等针对复杂环境下城市高架桥爆破拆除工程的特点,提出了精细爆破关键技术<sup>[10]</sup>;王守伟等总结了大量实际工程经验,认为在实际桥梁爆破中可以通过增加爆孔直径和采用深孔爆破拆除的方法进行桥梁爆破<sup>[11]</sup>;贺五一等基于复杂环境下城市高架桥爆破拆除技术,改进了爆破方法<sup>[12]</sup>;刘影等基于桥梁爆破工程,研究了塌落触地振动对于周围环境和建筑物的影响,同时考虑了爆破过程对周围道路的影响<sup>[13]</sup>;刘昌邦探讨了城市高架桥爆破

过程中的力学机理,并进行了单跨模型失稳塌落过程试验研究<sup>[14]</sup>;Zhao 等计算分析了某城市高架桥爆破拆除对邻近地铁隧道的影响,指出为保证邻近隧道安全,必须采取措施降低爆破坍塌物引起的地基振动<sup>[15]</sup>。在数值模拟方面:池恩安依据不同工程实际,分析了各种参数的影响,并基于计算分析结果,优化了爆破过程<sup>[16]</sup>;杨国梁等采用 LS-DYNA 软件全程模拟了某桥梁的爆破过程,同时考虑爆破塌落触地对周围环境的影响,精确地描述了桥梁在爆破过程中的力学行为<sup>[17]</sup>;郝晓宁等运用 LS-DYNA 软件对某桥梁的爆破全过程进行了模拟,同时根据实际监测结果得出最优的参数取值<sup>[18]</sup>;黄铁等运用 VB 语言程序进行相关的技术处理,成功实现了广西某桥梁的爆破过程模拟<sup>[19]</sup>。

综上,由于工程本身及周边环境的复杂性,目前的研究成果大多是基于具体工程所得,其合理性和普适性仍值得商榷,且目前中国关于高架桥足尺单柱模型墩爆破试验的研究较少。本文基于足尺单柱模型爆破试验,采用动力有限元方法对试验过程进行拟合分析,并进行试验验证,以确定墩柱炸药单耗和防护形式,预测爆破振动、塌落振动效应以及对地下管线的冲击破坏效应,从而采取针对性保护措施,确保施工安全。

## 1 足尺单柱爆破试验

### 1.1 单柱爆破试验设计

试验选取目前常见的有代表性的桥墩,按相同尺寸和配筋在试验场进行浇注,修建 2 个独立墩柱模型和 1 个 4 墩柱 1 跨桥体模型。针对独立墩柱进行试爆试验,4 墩柱 1 跨桥体模型加载原桥荷载后进行塌落触地试验。各立柱尺寸为 1 m(长)×0.55 m(宽)×5 m(高),立柱材料为 C60 混凝土。爆破的单柱建在土层上(表层无混凝土),在其上布置测点,以此建立有限元模型进行分析。下页图 1 为爆破试验模型及测点布

置,共1#~4#这4个监测点,图1中A、B柱为试验爆破柱,C、D、E、F柱为非爆破柱。图2为爆破现场。

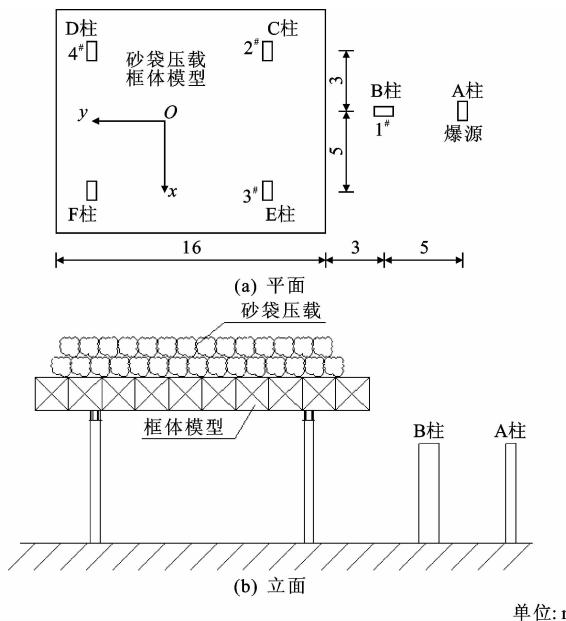


图1 爆破试验模型及测点布置

Fig. 1 Blasting test model and measuring points layout



图2 爆破现场

Fig. 2 Blasting site

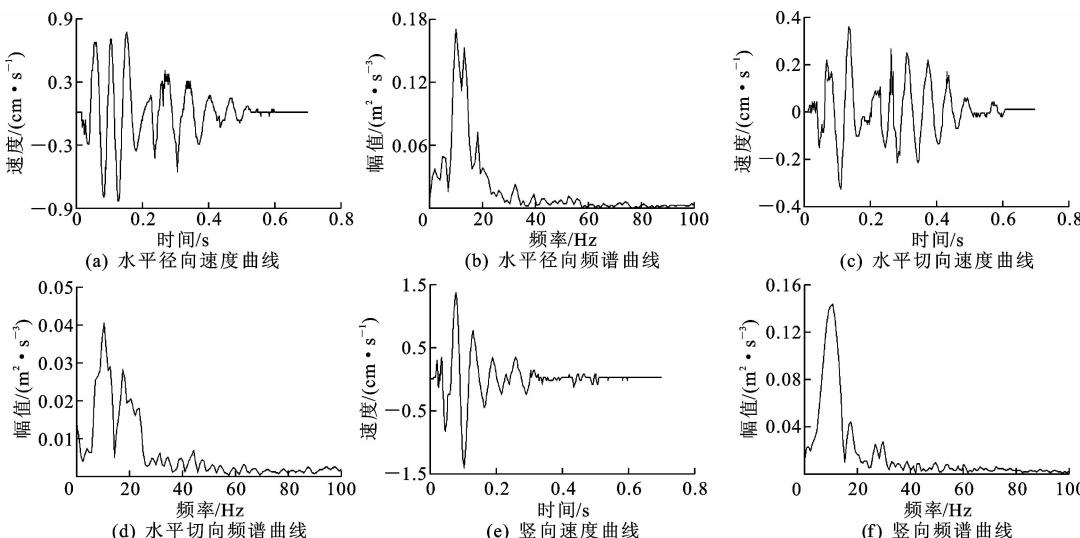


图3 1#测点3个方向的速度时程和频谱曲线

Fig. 3 Velocity time history and spectrum curves along three directions of measuring point 1#

## 1.2 单柱爆破试验结果

表1为A柱爆破试验结果,图3为1#测点x、y、z方向的速度时程和频谱曲线。由表1、图3可见:随着测点与爆源之间距离的增加,各方向速度逐渐衰减,竖向速度衰减最快;测点各方向速度为0.05~1.36 cm/s,其中竖向速度最大,水平切向速度最小;测点各方向振动频率为15~20 Hz。

表1 A柱爆破试验振动监测数据

Tab. 1 Vibration monitoring data of blasting test on column A

测点 编号	水平径向(x方向)		水平切向(y方向)		竖向(z方向)	
	速度/ (cm·s <sup>-1</sup> )	频率/ Hz	速度/ (cm·s <sup>-1</sup> )	频率/ Hz	速度/ (cm·s <sup>-1</sup> )	频率/ Hz
1#	0.840	16.9	0.350	16.9	1.360	17.5
2#	0.291	16.3	0.061	16.9	0.557	16.9
3#	0.347	17.4	0.158	16.5	0.453	20.0
4#	0.050	16.3	0.080	16.0	0.220	15.8

由于A柱孔内布置同段雷管起爆,即使有误差也在20 ms以内,从高速录像也可以看出,各孔内雷管的起爆误差在20 ms以内,从实测波形(图3)可以看出,在前200 ms为高频振动,可初步判断该段为爆破振动阶段,随后有持续的低频振动,且水平向的振动持续时间大于竖向。

## 2 单柱爆破试验的数值模拟

### 2.1 模型建立

因为炸药的尺寸较小,从而导致模型尺寸很小,因此,模型只考虑了距爆源10 m范围内的环境,炸药尺寸以及所在位置如下页图4所示。其中,孔底装炸药100 g,中间间隔30 cm,然后再装炸药100 g,堵塞25 cm。

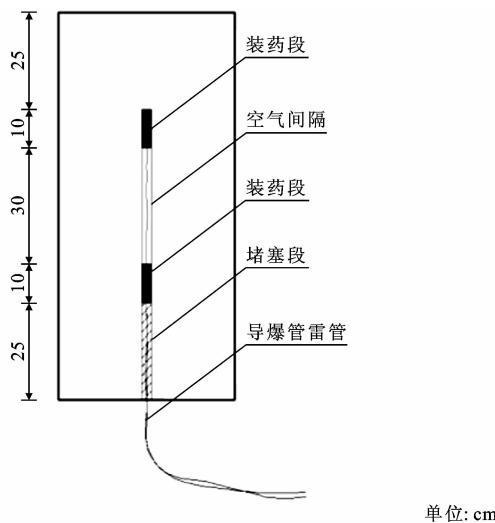


图 4 钻孔装药示意

Fig. 4 Schematic of dynamite in drilling

在 LS-DYNA 中采用具体的状态方程来模拟爆炸过程中爆炸压力与体积之间的关系,以描述炸药的爆炸过程<sup>[20-21]</sup>。同时考虑炸药爆炸对立柱及周围土体的影响,经过多次模拟试算,决定采用任意拉格朗日-欧拉(ALE, arbitrary Lagrange-Euler)流固耦合方法进行爆破过程模拟。

### 2.1.1 模型尺寸

图 5 为有限元模型,由于需要考虑炸药尺寸的影响,因此取实际中立柱 B、C、E 进行建模分析。立柱尺寸为 100 cm(长)×55 cm(宽)×500 cm(高);土体厚度为 200 cm。测点所在立柱与爆破立柱的尺寸相同,两者相对位置及模型方向见图 1。

表 3 炸药和初始空间材料主要参数

Tab. 3 Main parameters for dynamite and initial space materials

参数	密度/(g·cm <sup>-3</sup> )	爆速/(cm·μs <sup>-1</sup> )	爆压/GPa	A/GPa	B/GPa	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	w	E <sub>0</sub> /GPa
炸药或初始空间材料	6.25	0.779	28.3	524.3	7.67	4.2	1.1	0.34	30.00

炸药尺寸为 4 cm×4 cm×10 cm,采用 LS-DYNA 中自带的炸药本构,同时使用 JWL(Lee 于 1965 年在 Jones 和 Wilkins 工作基础上提出)状态方程来模拟炸药爆炸的过程<sup>[22]</sup>。炸药在爆炸过程中的压力 P 与单位质量体积 V 之间的关系可以表示为

$$P = A(1 - \frac{w}{R_1 V})e^{-R_1 V} + B(1 - \frac{w}{R_2 V})e^{-R_2 V} + \frac{w E_0}{V}$$

式中:A、B、R<sub>1</sub>、R<sub>2</sub>、w 为材料参数,与炸药参数一致;E<sub>0</sub> 为初始比内能。

由于实际中并没有给出具体炸药参数,此处采用一般岩石炸药的参数,如表 3 所示<sup>[23]</sup>。

其中:y 方向坐标区间为 -4~7 m;x 方向坐标区间为 -2~12 m;z 方向坐标区间为 -2~0 m。

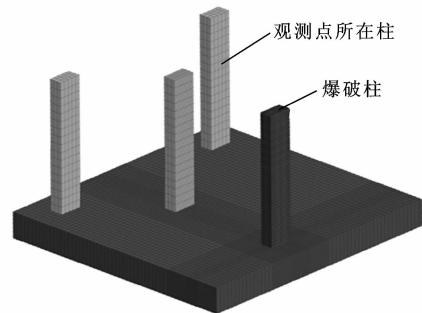


图 5 有限元模型

Fig. 5 Finite element model

### 2.1.2 单元选取

采用 Solid164 单元模拟立柱和土体,炸药单元与初始空间(炸药可能会扩散的区域)采用 ALE 网格,混凝土单元采用拉格朗日网格。

### 2.1.3 材料和本构模型

土体、立柱、炸药和初始空间的具体材料参数见表 2、表 3。土体采用 D-P(Drucker-Prage)模型,混凝土立柱采用大应变混凝土模型,该模型具有在一定应变条件下失效的功能。

表 2 土体和立柱材料主要参数

Tab. 2 Main parameters of soil and concrete column materials

参数	密度/(g·cm <sup>-3</sup> )	弹性模量/MPa	泊松比	黏聚力/kPa	内摩擦角/(°)
立柱	2.50	3.60×10 <sup>4</sup>	0.17		
土体	1.22	6.60	0.25	23.00	26.00

### 2.1.4 接触类型

炸药单元和混凝土单元见下页图 6。模型中建立接触的步骤为:①根据炸药实际位置和尺寸建立炸药单元和混凝土立柱单元,为划分网格方便,对混凝土单元进行细致划分,炸药单元与混凝土单元不共节点;②建立初始空间,初始空间与立柱空间位置相同但并不共节点,对初始空间做细致划分且保证其与炸药单元共节点;③设置连接,立柱单元与炸药单元及初始空间通过流固耦合方式连接,初始空间与炸药单元通过共节点方式连接。

### 2.1.5 起爆方式与边界条件

采用 \*INITIAL\_DETONATION 命令控制起

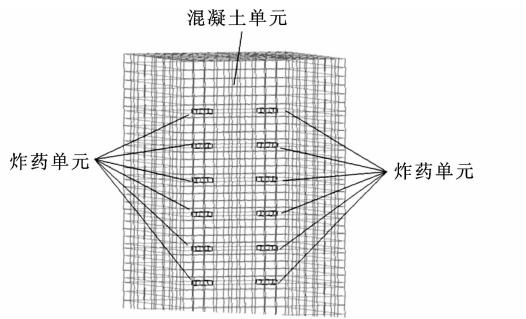


图 6 炸药单元和混凝土单元

Fig. 6 Dynamite elements and concrete elements

爆时间和起爆位置,两边同时起爆,起爆时间从0 s开始。不考虑其延时效应。边界条件四周为对称边界,即约束 $y$ 为 $-4, 7$  m处节点 $y$ 方向水平位移,约束 $x$ 为 $-2, 12$  m处节点 $x$ 方向水平位移,土体底部采用约束全部自由度的方式。

### 2.1.6 阻尼

由于爆炸是瞬时反应,故不考虑混凝土立柱的阻尼,仅对土体设置阻尼,采用\*DAMPING\_PART\_MASS(定义质量阻尼)命令设置,其值为0.1。

## 2.2 数值模拟结果及分析

### 2.2.1 模拟过程

模拟总时间为2 s,爆破从0 s开始。图7为典型时间点的立柱爆破情况。从图7可以看出,起爆时立柱内部因为巨大的爆压发生破坏和失效,随着时间的推移,立柱进一步发生破坏,最终达到一种稳定状态,即立柱最终不再发生破坏。

### 2.2.2 模拟结果与实测结果对比分析

选取的监测点与试验测点相对应,计算时监测点位置如图8所示。 $B$ 点(1#测点)竖向速度时程曲线及频谱曲线如下页图9所示,其他测点各方向振动速度峰值如下页表4所示。

由图9及表4可得如下结论:

(1) $B$ 点响应最大, $C$ 点响应最小,即随着距离的增大,振动速度逐渐衰减,与实测规律一致;

(2)计算得到各点竖向速度大于水平向速度,与实测规律一致;

(3)从时程曲线来看,计算结果与实测结果有一定差别,这与计算细节有关,如土体的分层与计算参数、土体计算范围、爆破模拟的细致程度、体系阻尼的取值等均会影响数值模拟的结果;

(4)从速度峰值来看,计算结果均比实测结果大,但二者依然在同一个数量级上;

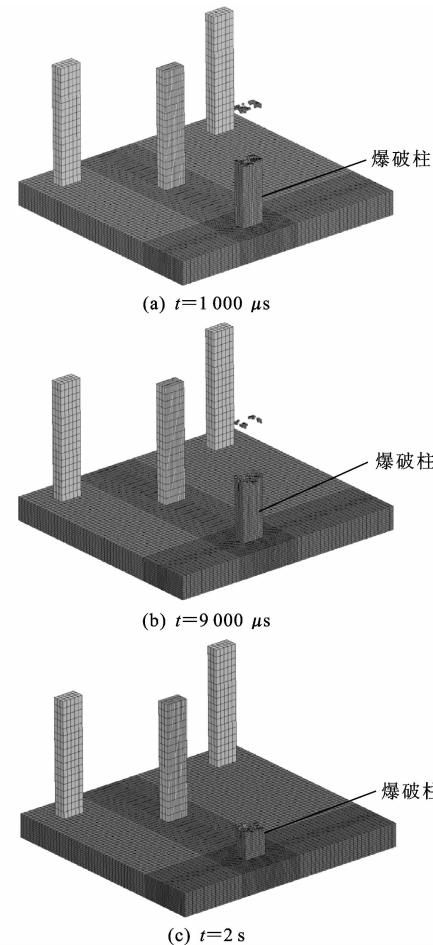


图7 不同时刻立柱的爆破情况

Fig. 7 Blasting statuses of column at different moments

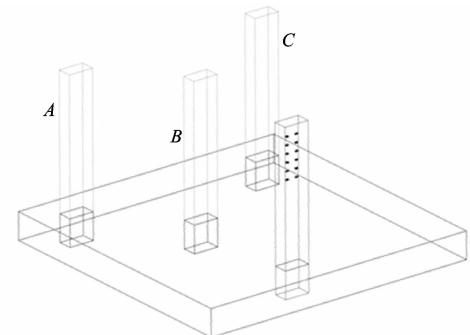


图8 监测点

Fig. 8 Monitoring points

(5)从速度响应的频率特性来看,计算值与实测值相差不大;

(6)数值模拟中倒塌过程与爆破现场的连续倒塌机制也是吻合的。

综上所述,本文采用的数值模拟方法可为定性分析提供依据,若计算时间充足,在考虑更深土层等因素的前提下,可用于定量计算并指导实际工程。

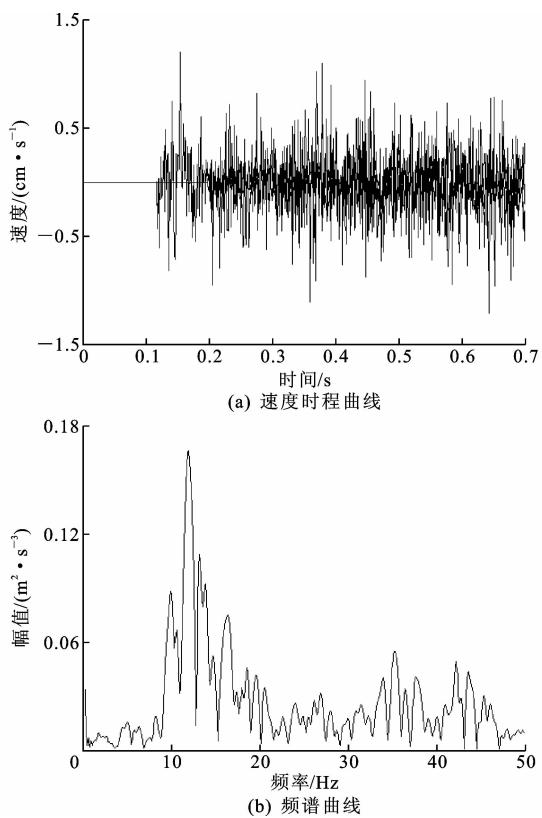


图 9 B 点竖向速度时程和频谱曲线

Fig. 9 Vertical velocity time history and its spectrum curve at point B

表 4 各监测点速度峰值

Tab. 4 Velocity peak value of each monitoring point cm/s

监测点	水平径向(x 方向)		水平切向(y 方向)		竖向(z 方向)	
	计算值	实测值	计算值	实测值	计算值	实测值
A	0.361	0.347	0.175	0.158	0.474	0.453
B	0.880	0.840	0.370	0.350	1.420	1.360
C	0.311	0.291	0.069	0.061	0.0573	0.557

### 3 结语

(1)爆破引起的竖向振动以竖向速度最大,水平切向速度最小;且爆破振动随测点与爆源之间距离的增大而逐渐衰减,其中竖向速度衰减最快。

(2)爆破引起的振动频率为 15~20 Hz,与周边一般建筑的基频相差较大,因此,爆破振动对周边环境的影响有限。

(3)数值模拟再现了炸药爆炸和立柱破坏等过程,模拟结果与实测结果一致,说明该数值模拟方法行之有效,可为高架桥的爆破方案提供合理依据。

(4)下一步应对爆破振动形式及其传播规律进

行参数研究,如炸药量、相互距离、土层条件、减振措施等对振动传播规律的影响;另外,应结合单跨桥梁的爆破坍塌试验,研究坍塌触地振动的传播规律和影响程度及范围。

### 参考文献:

### References:

- [1] 王嘉乐,杨泽进,李义.坑道出口现场爆破模型试验[J].煤炭学报,2013,38(1):97-102.  
WANG Jia-le, YANG Ze-jin, LI Yi. Model test of site blasting at tunnel exit[J]. Journal of China Coal Society, 2013, 38(1): 97-102.
- [2] 马芹永,袁璞,韩博,等.立井井筒掘进爆破模型试验超动态应变测试系统设计[J].爆破,2013,30(4):50-53,74.  
MA Qin-yong, YUAN Pu, HAN Bo, et al. Design of super dynamic strain testing system of shaft blasting model experiment [J]. Blasting, 2013, 30 ( 4 ): 50-53,74.
- [3] 岳松林,邱艳宇,范鹏贤,等.岩石中爆炸成坑效应的模型试验方法及对比分析[J].岩石力学与工程学报,2014,33(9):1925-1931.  
YUE Song-lin, QIU Yan-yu, FAN Peng-xian, et al. Modeling experiment methods for cratering effects of explosions in rocks and comparative analysis [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014,33(9):1925-1931.
- [4] 彭怀德.爆破施工对邻近隧道影响及安全综合防护研究[D].长沙:中南大学,2013.  
PENG Huai-de. Influences and comprehensive safety protection for adjacent tunnel during blasting construction [D]. Changsha:Central South University, 2013.
- [5] RDY P P, SAWMLIANA C, SINGH R K, et al. Safety of dam structures from ground vibrations due to demolition blasting of coffer wall of a hydroelectric project in India[J]. Noise and Vibration Worldwide, 2015,46(1):26-32.
- [6] LYNN K M, ISOBE D. Structural collapse analysis of framed structures under impact loads using ASI-Gauss finite element method[J]. International Journal of Impact Engineering, 2007,34(9):1500-1516.
- [7] CHO S H, MIN H D, PARK J H, et al. Full scaled-column blast experiments for investigating the influence of the stemming materials on the column fragmentation in explosive demolition [J]. Science and Technology of Energetic Materials, 2010, 71 ( 5 ): 123-128.

- [8] FUJIKAKE K, AEMLAOR P. Damage of reinforced concrete columns under demolition blasting [J]. Engineering Structures, 2013, 55: 116-125.
- [9] UENISHI K, TAKAHASHI H, YAMACHI H, et al. PC-based simulations of blasting demolition of RC structures [J]. Construction and Building Materials, 2010, 24 (12): 2401-2410.
- [10] 谢先启,贾永胜,姚颖康,等.复杂环境下城市超长高架桥精细爆破拆除关键技术研究[J].中国工程科学,2014,16(11):65-71,77.  
XIE Xian-qi, JIA Yong-sheng, YAO Ying-kang, et al. Key technologies of precision demolition blasting of ultra-long urban viaduct in complicated surroundings [J]. China Engineering Science, 2014, 16 ( 11 ): 65-71,77.
- [11] 王守伟,唐家明.大直径中深孔在桥梁爆破中的应用探讨[J].爆破,2011,28(1):89-91,106.  
WANG Shou-wei, TANG Jia-ming. Large bore diameter-charge and middle-deep hole explosive demolition technology in bridge [J]. Blasting, 2011, 28 ( 1 ): 89-91,106.
- [12] 贺五一,杨智旭,田永良,等.复杂环境下城市高架桥控制爆破拆除[J].工程爆破,2012,18(4):71-74.  
HE Wu-yi, YANG Zhi-xu, TIAN Yong-liang, et al. Controlled blasting demolition of urban viaduct in complex environment [J]. Engineering Blasting, 2012, 18(4):71-74
- [13] 刘影,严东晋,金广谦,等.城市桥梁爆破拆除塌落冲击振动测试与分析[C]//郑炳旭.第十届全国工程爆破学术会议论文集.北京:冶金工业出版社,2012:950-963.  
LIU Ying, YAN Dong-jin, JIN Guang-qian, et al. Collapsing impact vibration test and analysis of blasting demolition of urban bridges [C] // ZHENG Bing-xu. Proceedings of the 10th National Conference on Engineering Blasting. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2012: 950-963.
- [14] 刘昌邦.城市高架桥爆破拆除力学机理与模型试验研究[D].武汉:武汉科技大学,2015.  
LIU Chang-bang. Study on mechanical mechanism and model test of urban viaduct demolition blasting [D]. Wuhan: Wuhan University of Science and Technology, 2015.
- [15] ZHAO H B, LONG Y, JI C, et al. Study on the dynamic response of subway tunnel by viaduct collapsing vibration and the protective measures of reducing vibration [J]. Journal of Vibroengineering, 2015, 17(5): 2433-2443.
- [16] 池恩安.公路桥梁组合拆除爆破及数值模拟[D].武汉:武汉理工大学,2011.  
CHI En-an. Numerical simulation and application of highway bridge demolition blasting [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2011.
- [17] 杨国梁,杨军,甯尤军.桥梁爆破拆除的有限元法模拟研究[C]//孙锦山.第八届全国爆炸力学学术会议论文集.北京:中国力学学会,2007:365-370.  
YANG Guo-liang, YANG Jun, NING You-jun. Finite element method simulation of blasting demolition for bridges [C] // SUN Jin-shan. Academic Conference Proceedings of the 8th National Conference on Explosive Mechanics. Beijing: Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics, 2007: 365-370.
- [18] 郝晓宁,龙源,谢刚.高架桥爆破拆除倒塌过程数值模拟研究[J].爆破,2010,27(4):78-81.  
HAO Xiao-ning, LONG Yuan, XIE Gang. Numerical simulation of collapse process of viaduct's explosive demolition [J]. Blasting, 2010, 27(4): 78-81.
- [19] 黄铁,袁杰中,郝天家.桥梁爆破拆除的安全性监控研究[J].西部交通科技,2011,36(5):77-80.  
HUANG Tie, YUAN Jie-zhong, HAO Tian-jia. Study on safety monitoring of bridge demolition blasting [J]. Western China Communications Science & Technology, 2011, 36(5): 77-80.
- [20] XU T H, ZHANG L M. Numerical implementation of a bounding surface plasticity model for sand under high strain-rate loadings in LS-DYNA [J]. Computers and Geotechnics, 2015, 66: 203-218.
- [21] 高轩能,刘颖,王书鹏.基于LS-DYNA的大空间柱壳结构爆炸波压力场分析[J].振动与冲击,2011,30 (9): 70-75.  
GAO Xuan-neng, LIU Ying, WANG Shu-peng. Analysis of explosive shock wave pressure distribution on large-space cylindrical reticulated shell based on LS-DYNA [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30 (9): 70-75.
- [22] 沈飞,王辉,袁建飞.一种确定JWL状态方程参数的简易算法[J].振动与冲击,2014,33 (9): 107-110.  
SHEN Fei, WANG Hui, YUAN Jian-fei. A simple method for determining parameters of JWL EOS [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(9): 107-110.
- [23] 白金泽. LS-DYNA 3D理论基础与实例分析[M].北京:科学出版社,2005.  
BAI Jin-ze. LS-DYNA 3D theoretical foundation and case analysis [M]. Beijing: Science Press, 2005.