

文章编号:1671-8879(2017)01-0106-06

考虑首末站约束和站间客流强度的公交线网优化

蒋阳升^{1,2}, 罗孝羚^{1,2}

(1. 西南交通大学 交通运输与物流学院, 四川 成都 610031; 2. 西南交通大学 综合交通
运输智能化国家地方联合工程实验室, 四川 成都 610031)

摘要:为解决已有可达性研究没有量化可达性与客流需求关系,以及没有考虑实际公交网络中线路首末站布局位置的问题,首先提出广义可达性的概念,引入可达强度指标,并在此基础上建立了已知规划站点布设和规划线路数量,以客流强度与可达强度匹配最佳和可达性值最大为目标,以首末站布局位置要求为约束的公交线网可达性优化模型,设计了求解该模型的遗传算法,并通过算例对模型和算法进行验证。研究表明:考虑量化可达性与客流关系及首末站约束条件后的公交线网优化方案,其可达强度与客流强度匹配程度比不考虑上述条件的公交线网优化方案提高了 1.57%,且最终优化方案满足首末站布局位置约束条件;在公交线网设计及优化时,考虑可达性与客流关系能够有效提高线网布局与客流出行需求的匹配程度,使线网中的直达出行比例提高,乘客出行更为便捷;依据公交线网规划与优化过程中首末站点应布设在公交场站内或靠近公交场的实际情况,增加首末站点布局约束条件可使最终优化线网与实际相符。研究为公交线网设计及优化提供了一种辅助决策方法,该方法考虑了乘客出行需求量以及公交线网首末站布局要求,使最终优化结果更加符合实际需求。

关键词:交通工程;城市交通;可达性优化;遗传算法;公交线网;客流强度

中图分类号:U491 **文献标志码:**A

Optimization of public transit network considering initial and terminal stations location requirements and passenger flow intensity

JIANG Yang-sheng^{1,2}, LUO Xiao-ling^{1,2}

(1. School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan, China;
2. National United Engineering Laboratory of Integrated and Intelligent Transportation, Southwest
Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan, China)

Abstract: In order to solve the problem that existing accessibility study did not consider the quantitative relationship between accessibility and demand, and ignored the location requirements of the initial and terminal stations, this paper proposed the concepts of generalized accessibility and accessibility strength index. On this basis, an accessibility optimization model of transit network was introduced according to the planning fixed stop locations and line numbers, which took the best matching degree between demand and accessibility and the highest value of accessibility as objective and considers the location requirements of the initial and terminal

收稿日期:2016-05-05

基金项目:国家自然科学基金项目(51578465);国家自然科学基金青年项目(71402149);西南交通大学研究生创新实验实践项目(YC201507106)

作者简介:蒋阳升(1976-),男,湖南衡阳人,教授,工学博士,E-mail:luoxiaoling@my.swjtu.edu.cn.

stations. Genetic algorithm was proposed to solve this model, and the algorithm and model were verified through an example. The results show that the matching degree between demand and accessibility increases by 1.57% when taking the matching degree relationship between demand and accessibility into consideration. In addition, demand and accessibility of the optimized network meet the location requirements. It is indicated that the matching degree and the proportion of travel without transfer can be improved, and passengers travel can be more convenient when considering the relationship between accessibility and passenger flow when the transit network be planned. Meanwhile, according to practical location requirements of initial and terminal stations during the process of transit network planning, the constraint conditions of initial and terminal stations planning should be added, which can make the final optimized network combine with practice. The research results propose an auxiliary decision-making for transit network planning and optimization, which considers travel demand and the location requirements of initial and terminal stations and makes the optimized result meet the practical requirements. 5 tabs, 2 figs, 21 refs.

Key words: traffic engineering; urban traffic; accessibility optimization; genetic algorithm; public transit network; intensity of passenger flow

0 引言

公交线网由公交线路构成,而公交线路由站点组合形成,不同的站点组合会形成不同的公交线网。文献[1]~[3]分别依据固定的客流需求,以乘客出行时间最小化为目标,提出用不同的站点组合方法获得最佳公交线网布局方案。但乘客出行时间包括在车旅行时间和等待时间,与公交线网布局以及线路的发车频率相关,因此以出行时间为目标的单纯的公交线网设计,都需假设已知的线路发车频率,或以乘客在车旅行时间替代实际出行时间,这与实际不符。鉴于该问题,文献[4]~[6]提出利用线网可达性衡量线网中站点组合效果,还通过可达性描述了线网内各站点是否直达,或通过有限可接受次数换乘可达的性能,结果表明:可达路径越多,网络连通性能越好。文献[7]、[8]提出了一种以可达性最大为目标的公交线网优化方法。

但是上述研究都没有考虑公交首末站布设要求,假设任意站点均可以作为首末站,且没有考虑客流与可达性的关系。在公交线网规划中,公交首末站应尽可能地设置于场站或场站附近^[9-11];另一方面,可达性不应该仅仅表示站点间是否连通或仅仅考虑可达性最大,还应该与站点间的客流强度联系起来反映可达的强度^[12-16]。为此,本文重新界定可达性的概念,引入可达性强度指标,将优化模型的目标函数修改为兼顾可达性值最大和可达强度与客流强度匹配程度最优的双目标,旨在为公交线网规划

提供更加符合实际情况,更加科学合理的公交线网布局方法。

1 问题描述及模型建立

1.1 相关概念定义

公交线网布局规划要体现客流需求分布特征,使公交服务供给与公交客流需求达到最佳匹配。换言之,客流需求强度大的站间,其连通程度或可达程度也应该更高。传统的可达性仅仅表征了任意站点是否连通,不能反映其连通程度,因此,本文认为非常有必要结合站点间的客流要素将可达性扩展为广义的可达性,使其包含可达强度和传统的可达性,前者描述连通强度,后者描述站点间是否连通。在此基础上,本文认为在设定规划区域站点数量、位置和拟设线路数的条件下,最佳的站点组合方案应该兼顾传统可达性值最大和站点间客流强度与可达性强度最佳匹配的双目标,即广义可达性最优,同时依据公交线路首末站的讨论分析并结合实际规划现状,新增公交线路首末站约束条件。本文所指的站点可达性定义为:任意起始站点能否通过已有线网布局到达目的站点,且其到达方式只能为直达,或者换乘 1 次到达。但考虑到直达与换乘可达的可达性效果不同,在模型中通过权重系数区别其效用。

根据上述分析,本文对相关概念定义如下。

站点可达强度:在可达基础上,满足站点间出现需求直达线路方案数和换乘可达方案数的权重累计值。

站点间客流强度:站点间单位小时客流量。

站点间可达强度与客流强度匹配程度:通过归一化处理,站点间可达强度与客流强度比值与1差值的绝对值,即当比值与1最接近时,认为最匹配。

广义可达性:兼顾站点间客流因素,既考虑可达性,又考虑可达强度与客流强度匹配程度,两者权重值即为广义可达性。

1.2 模型假设

根据上述公交线网规划研究讨论及分析,为有效构建模型,得到最佳公交线网布局方案,作出如下假设:①规划区域站点及场站等相关数据已知;②所有公交线路首末站须布设于公交场站^[9-11];③直达和换乘1次视为可达,换乘多次视为不可达^[17];④公交上下行线路一致;⑤将站点间的多种直达方案或者换乘可达方案视为等效。

1.3 模型构建

根据上述分析,采用广义可达性为公交线路网络优化目标,构建如下公交线路网络优化模型。

1.3.1 可达性优化模型

$$\max Z_1 = C_1 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ij} + C_2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n y_{ij} \quad (1)$$

$$\begin{cases} n_o \subseteq S^* \\ n_d \subseteq S^* \\ n_m \subseteq S \\ 0 \leq n_c \leq 2 \quad n_c \text{ 为整数} \\ S_{\min} \leq s_l \leq S_{\max} \\ N_{\min} \leq n_s \leq N_{\max} \end{cases} \quad (2)$$

式中: Z_1 为可达性目标函数; C_1 为直达权重系数; i 、 j 为站点标号; n 为站点总数; x_{ij} 为站点 i 到站点 j 的直达变量,取值为0表示不可直达,取值为1表示可直达; C_2 为换乘可达权重系数; y_{ij} 为站点 i 到站点 j 的换乘可达变量,取值为0表示换乘不可达,取值为1表示换乘可达; n_o 为线路起点站; n_d 为线路终点站; S^* 为公交首末站点选择集; n_m 为线路中间站点; S 为公交中间站点选择集; n_c 为换乘次数; s_l 为相邻两站点站间距离; S_{\max} 、 S_{\min} 分别为两站点站间距离允许最大值和最小值; n_s 为1条线路的站点数量; N_{\min} 、 N_{\max} 分别为形成1条线路的最少站点数量和最多站点数量。

可达性模型说明:可达性目标函数 Z_1 是由线网站点间直达变量 x_{ij} 累加值及换乘可达变量 y_{ij} 累加值的加权值,其中 x_{ij} 和 y_{ij} 均为0,1变量,将直达权重系数和换乘可达权重系数差异化能够保证当 x_{ij} 和 y_{ij} 都为1时仅取 x_{ij} 为1,即两站点间既能直达又能换乘可达时只记直达。模型的约束条件依次为:

首末站点选择集约束、中间站点选择集约束、换乘次数约束、站间距离约束以及单条线路站点数量约束。

1.3.2 可达强度与客流强度匹配优化模型

(1)直达强度模型

$$n_{ij}^{DR} = \sum_{l=1}^m d_{ij}^l \quad (3)$$

式中: n_{ij}^{DR} 为站点 i 到站点 j 直达可达强度目标函数; d_{ij}^l 为站点 i 到站点 j 是否可以通过线路 l 直达,是则取1,否则取0; l 为线路标号; m 为线路总条数。

(2)换乘可达强度模型

$$n_{ij}^{ER} = \sum_{l=1}^m \sum_{g=1, g \neq l}^m e_{ij}^{lg} \quad (4)$$

式中: n_{ij}^{ER} 为站点 i 到站点 j 换乘可达强度目标函数; e_{ij}^{lg} 为站点 i 到站点 j 是否可以通过线路 l 经某个换乘站点至线路 g 到达目的地,是则取1,否则取0。

为了将客流强度与公交线网可达性描述统一,将两者都进行归一化处理,使其取值均在 $[0, 1]$ 之间。

(3)站点间可达强度归一化处理

①直达强度归一化处理

$$f_{ij}^{DR} = n_{ij}^{DR} / \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n n_{ij}^{DR} \quad (5)$$

式中: f_{ij}^{DR} 为线路直达可达性归一化处理结果。

②换乘可达强度归一化处理

$$f_{ij}^{ER} = n_{ij}^{ER} / \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n n_{ij}^{ER} \quad (6)$$

式中: f_{ij}^{ER} 为线路换乘可达性归一化处理结果。

(4)客流强度归一化处理

$$f_{ij}^D = D_{ij} / \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n D_{ij} \quad (7)$$

式中: f_{ij}^D 为站点间客流强度归一化处理结果; D_{ij} 为站点 i 到站点 j 的实际客流强度。

(5)可达强度和客流强度匹配模型

$$\min Z_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n |1 - (\alpha_1 f_{ij}^{DR} + \alpha_2 f_{ij}^{ER}) / f_{ij}^D| \quad (8)$$

式中: Z_2 为可达强度与客流强度匹配程度目标函数; α_1 为直达强度效用系数; α_2 为换乘可达强度效用系数。

可达强度目标说明:模型中目标函数为站点间可达强度和客流强度归一化处理比值与1的差的绝对值累加值,该目标用可达强度和客流强度的比值来描述两者的匹配程度,当两者比值为1时,匹配程度最佳。

(6)广义可达性优化模型

$$\max Z = \omega_1 Z_1 - \omega_2 Z_2 \quad (9)$$

式中: Z 为广义可达性目标函数; w_1 为可达性目标函数权重系数; w_2 为可达强度与客流强度匹配程度目标函数权重系数。

模型说明:由于目标函数 Z_1 是求最大值,目标函数 Z_2 是求最小值,将目标函数 Z_2 处理为负值并与 Z_1 进行权重相加即可得到整体目标函数。

2 基于遗传算法求解可达性和可达强度最优化模型

公交线网规划属于 NP-hard 问题,采用传统算法求解将会使问题极其复杂。Lee 等提出的启发式算法更适合公交线网优化求解^[18-20]。Chakrobort 等通过相关启发式算法对比发现遗传算法是解决公交线网优化的最佳算法,因此本文采用遗传算法,利用其迭代优化的性质对问题进行求解,实现公交线路网络整体优化^[21]。求解流程如图 1 所示。

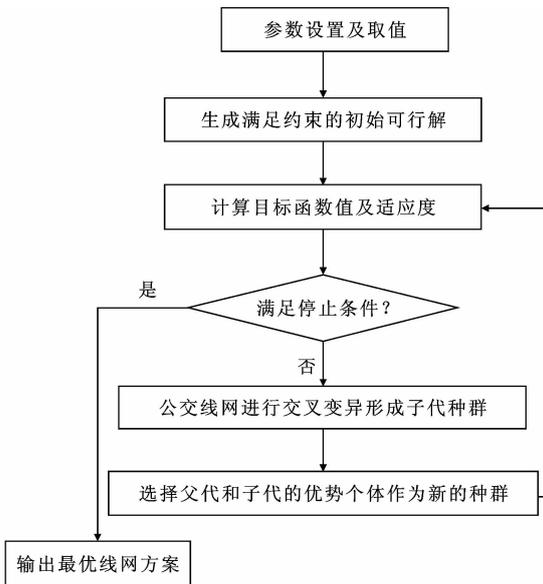


图 1 遗传算法求解流程

Fig. 1 Resolving flow of genetic algorithm

(1)参数设定及取值。将 C_1 、 C_2 及遗传算法的种群规模记为 G ,交叉概率记为 p ,变异概率记为 r ,依据问题本身进行取值。

(2)生成满足约束的初始可行解。依据模型约束条件随机生成与种群规模 G 取值一致且首末站布设满足场站约束($n_o \subseteq S^*$, $n_d \subseteq S^*$),线路中间站点满足已知区域规划站点约束($n_m \subseteq S$),换乘次数小于或等于 1 次($0 \leq n_c \leq 2$),站间距 $S_{\min} \leq s_1 \leq S_{\max}$ 以及单条线路站点数量 $N_{\min} \leq n_s \leq N_{\max}$ 的初始可行解。

(3)计算目标函数值及适应度。根据优化模型式(1)中目标函数值计算式,计算种群中每个公交线

网的目标函数值及适应度值。

(4)算法停止条件判断。判断结果是否满足停止条件,如果满足则停止计算,输出优化结果;反之则进入下一步。

(5)公交线网进行交叉变异形成子代种群。依据设定的选择规则交叉变异概率,依次选择 2 个公交线网染色体序列进行交叉变异操作,直至得到与原种群规模一致的子代公交线网。

(6)选择新的种群。对公交线网子代及其父代按适应度大小进行排序,取适应度大的作为新的种群,并转至(3)。

3 算例求解及对比分析

3.1 数据设定

设定相关数据,假设规划区域为 10 个站点,有 4 个场站,站间距为 400~700 m,每条线路的站点数量为 3~4 个,可达性目标中直达权重系数和换乘可达的权重系数分别为 1 和 0.8,直达强度效用系数和换乘强度效用系数分别取 1.5 和 0.5,规划区域线路为 6 条。规划区域站点间距离矩阵和站点间客流强度分别见表 1、表 2。

表 1 算例站点间距离设定

Tab. 1 Distance setting of example sites

站点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	350	500	600	650	750	900	1 200	1 500	1 700
2	350	0	350	500	600	650	750	900	1 200	1 500
3	500	350	0	350	500	600	650	750	900	1 200
4	600	500	350	0	350	500	600	650	750	900
5	650	600	500	350	0	350	500	600	650	750
6	750	650	600	500	350	0	350	500	600	650
7	900	750	650	600	500	350	0	350	500	600
8	1 200	900	750	650	600	500	350	0	350	500
9	1 500	1 200	900	750	650	600	500	350	0	350
10	1 700	1 500	1 200	900	750	650	600	500	350	0

表 2 站点 OD 数据

Tab. 2 OD data of stations

站点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	10	15	20	30	30	28	17	9	8
2	10	0	10	15	20	30	30	28	17	9
3	15	10	0	10	15	20	30	30	28	17
4	20	15	10	0	10	15	20	30	30	28
5	30	20	15	10	0	10	15	20	30	30
6	30	30	20	15	10	0	10	15	20	30
7	28	30	30	20	15	10	0	10	15	20
8	17	28	30	30	20	15	10	0	10	15
9	9	17	28	30	30	20	15	10	0	10
10	8	9	17	28	30	30	20	15	10	0

3.2 模型求解

根据上述分析,应用本文构建的模型,采用MATLAB编程设计遗传算法对模型进行求解,求解过程及相关数据如下。

(1)经MATLAB编程求解,分别得到迭代过程中第1、15、55、80代目标线网规划方案,见表3。

表3 第1、15、55、80代目标线网

Tab.3 Objective line network of 1, 15, 55, 80 generations

标号	1代	15代	55代	80代
1	10-6-7	10-8-5-1	7-3-2-4	7-3-2-4
2	7-9-6-4	7-3-6-10	10-8-6-7	10-8-6-7
3	1-2-6-10	7-3-6-10	1-5-8-4	1-5-8-4
4	10-8-5-7	4-8-9-10	4-6-9-10	4-6-9-10
5	10-6-3-4	4-3-2-1	1-5-9-7	1-5-9-7
6	7-3-2-1	7-9-5-4	10-6-3-1	10-6-3-1

(2)用遗传算法求解迭代目标函数,见图2。

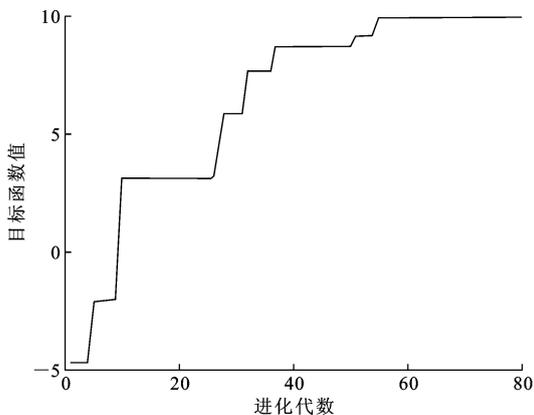


图2 目标函数值变化过程

Fig.2 Changing process of objective function values

(3)根据遗传算法求解得到最终线网方案及目标函数和相关指标,见表4。

表4 最终线网方案及目标函数值

Tab.4 Final line network plan and objective function value

线路标号	线网方案	可达性	可达强度与客流强度匹配程度	最终目标函数值
1	7-3-2-4	70.8	50.94	9.93
2	10-8-6-7			
3	1-5-8-4			
4	4-6-9-10			
5	1-5-9-7			
6	10-6-3-1			

3.3 对比分析

将不考虑首末站和站点客流强度可达性的最优方案与本文定义的广义可达性最优方案进行对比分析,其对比结果见表5。

对比分析可知,广义的公交线网可达性最优方案与可达性最优方案的可达性目标值一样,但前

表5 可达性最优方案和广义可达性最优方案对比

Tab.5 Comparison of optimized accessibility plan and optimized generalized accessibility plan

对比项目	可达性最优方案	广义可达性最优方案
线路布局方案	6-2-1-3	7-3-2-4
	1-4-7-10	10-8-6-7
	9-8-5-1	1-5-8-4
	3-5-7-10	4-6-9-10
	6-4-5-2	1-5-9-7
	6-2-1-3	10-6-3-1
是否满足首末站约束	否	是
可达性目标值	70.8	70.8
可达强度与客流强度匹配程度	51.74	50.94
整体目标函数值	9.53	9.93

者满足首末站约束条件而后不满足该约束条件,且广义可达性最优方案在可达强度与客流强度匹配程度上的目标函数值更优,整体目标函数值增加了4.19%。

3.4 算例结果分析

(1)根据图2可知,通过本文算法求解,目标函数值逐步优化,并最终达到最优解9.93。

(2)在遗传算法迭代过程中,各代线网中公交线路首末站均符合预先设置的首末站点选择集,满足首末站约束条件。

(3)通过可达性最优方案与广义可达性最优方案对比可知,广义可达性最优方案可达性目标与传统优化方法达到的效果一样,其布局方案不但满足首末站约束,而且更加满足实际客流需求。

4 结 语

(1)不同于以往针对出发地到公交站点可达性及单一可达性计算的研究,本文针对公交线网可达性优化问题,结合公交线网布局首末站对土地利用的特殊要求,通过约束首末站布局,使最终线网方案更加符合实际。

(2)考虑公交站点间的客流要素,并引入可达强度、客流强度、可达强度与客流强度匹配程度的概念以细化公交可达性概念。运用归一化处理的方式,将可达强度与客流强度去单位化,且使其值在 $[0,1]$ 之间,构建了其匹配程度模型,使线网布局更加贴近客流实际需求。最后通过遗传算法求解,得到规划区域线网布局最佳方案,并结合算例验证了本文方法的可行性和合理性。

(3)下一步研究可以结合大规模复杂网络,提出适应大规模公交线网优化的求解算法,将模型和算

法运用到城市实际的网络设计及优化中。

参考文献:

References:

- [1] CENDER A. Public transit planning and operation: theory, modeling and practice [M]. London: Butterworth-Heinemann, 2007.
- [2] 刘好德, 杨晓光. 基于路线优选的公交线网优化设计方法研究[J]. 交通与计算机, 2007, 25(2): 14-18.
LIU Hao-de, YANG Xiao-guang. Transit routes network optimal design based on routes optimal choice[J]. Computer and Communications, 2007, 25(2): 14-18.
- [3] 常玉林, 胡启洲. 城市公交线网优化的线性模型[J]. 中国公路学报, 2005, 18(1): 95-98.
CHANG Yu-lin, HU Qi-zhou. Optimal line model on urban public traffic line network[J]. China Journal of Highway and Transport, 2005, 18(1): 95-98.
- [4] 孙仁诚, 邵峰晶. 青岛市公交线路网络复杂性分析[J]. 复杂系统与复杂科学, 2009, 6(3): 63-68.
SUN Ren-cheng, SHAO Feng-jing. Complexity of Qingdao's public transport line network[J]. Complex Systems and Complexity Science, 2009, 6(3): 63-68.
- [5] HANSEN W G. How accessibility shapes land-use [J]. Journal of the American Institute of Planners, 1959, 25(2): 73-76.
- [6] CHENG Y H, CHEN S Y. Perceived accessibility, mobility, and connectivity of public transportation systems[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2015, 77: 386-403.
- [7] VISWANATH K, PEETA S. Multicommodity maximal covering network design problem for planning critical routes for earthquake response[J]. Transportation Research Record, 2003, 1857(1): 1-10.
- [8] MURAWSKI L, CHURCH R L. Improving accessibility to rural health services: the maximal covering network improvement problem [J]. Socio-Economic Planning Sciences, 2009, 43(2): 102-110.
- [9] MONIRUZZAMAN M, PÁEZ A. Accessibility to transit by transit and mode share: application of a logistic model with spatial filters[J]. Journal of Transport Geography, 2012, 24(3): 198-205.
- [10] 李铁柱, 刘勇, 卢璨, 等. 城市公共交通首末站综合评价[J]. 交通运输工程学报, 2005, 5(1): 86-91.
LI Tie-zhu, LIU Yong, LU Can, et al. Comprehensive evaluation on original and terminal station of urban public transport[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2005, 5(1): 86-91.
- [11] 刘婷. 大城市公交场站规划设计初探[D]. 北京: 北京交通大学, 2010.
LIU Ting. Research on design and planning of bus fields and building in big city [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2010.
- [12] BADLAND H, HICKEY S, BULL F, et al. Public transport access and availability in the RESIDE study: is it taking us where we want to go? [J]. Journal of Transport and Health, 2014, 1(1): 45-49.
- [13] SZETO W Y, WU Y Z. A simultaneous bus route design and frequency setting problem for Tinshui Wai, Hong Kong [J]. European Journal of Operational Research, 2011, 209(2): 141-155.
- [14] 左盼盼. 城市公共交通可达性优化模型及评价研究[D]. 兰州: 兰州交通大学, 2014.
ZUO Pan-pan. Study on the accessibility optimization model and evaluation of urban public transit [D]. Lanzhou: Lanzhou Jiaotong University, 2014.
- [15] 张雪梅. 基于GIS的公共交通可达性研究—以泸州市为例[D]. 成都: 西南交通大学, 2014.
ZHANG Xue-mei. Research of public transport accessibility on GIS: a case study of Luzhou [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2014.
- [16] 韩彪, 聂伟, 王卫平, 等. 基于公交车站的可达性度量模型[J]. 深圳大学学报: 理工版, 2013, 30(1): 98-102.
HAN Biao, NIE Wei, WANG Wei-ping, et al. Accessibility measurement model based on bus stop [J]. Journal of Shenzhen University: Science and Engineering, 2013, 30(1): 98-102.
- [17] 赵巧霞, 马志强, 张发. 以最小换乘次数和站数为目标的公交出行算法[J]. 计算机应用, 2004, 24(12): 136-137, 146.
ZHAO Qiao-xia, MA Zhi-qiang, ZHANG Fa. Algorithms for public transit trip with minimal transfer times and stops [J]. Computer Applications, 2004, 24(12): 136-137, 146.
- [18] LEE Y J, VUCHIC V R. Transit network design with variable demand [J]. Journal of Transportation Engineering, 2005, 131(1): 1-10.
- [19] MAUTTONE A, URQUHART M E. A route set construction algorithm for the transit network design problem [J]. Computers Operations Research, 2009, 36(8): 2440-2449.
- [20] AMIRIPOUR S M N, CEDER A, MOHAYMANY A S, et al. Designing large-scale bus network with seasonal variations of demand [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2014, 48(48): 322-338.
- [21] CHAKROBORTY P, WIVEDI T. Optimal route network design for transit systems using genetic algorithms [J]. Engineering Optimization, 2002, 34(1): 83-100.