第 36 卷 第 6 期
2016 年 11 月

长安大学学报(自然科学版)
Journal of Chang'an University(Natural Science Edition)

Vol. 36 No. 6
Nov. 2016

文章编号:1671-8879(2016)06-0105-06

城市居民出行市场非均衡调控机制

黄中祥,蔡建荣,吴立烜
(长沙理工大学 交通运输工程学院,湖南 长沙 410114)

摘 要: 为了能够在交通供求不剧烈波动且调节变量调节幅度不太大的前提下将其调控至均衡状态,解决当前普遍存在的交通供求非均衡问题,将道路网络系统视为一个经济系统,通过对出行需求方和供给方的定义,构建了城市居民出行市场。在出行市场中,针对OD对定义了出行需求函数和出行供给函数,所定义的供求函数具有共同的价格调节变量,区别于传统的交通供求函数具有不同调节变量的情况。经济学非均衡理论认为只有通过价格和数量的共同调节才能使供求关系更好地趋向于均衡状态,基于此考虑价格和数量同时对交通供求所产生的影响,构建了更加符合实际的非均衡出行市场模型。运用动态规划方法分析了价格和数量作为共同的调节变量对非均衡出行市场供求关系的调控机制,获得了相应的最优调节律并演示了不同最优调节律对交通供求的调节作用。研究结果表明:非均衡出行市场模型中交通供求函数采用了共同的价格和数量调节变量,因此可以在同一坐标体系下研究价格和数量对交通供求关系的相互调节作用;单一的最优价格调节或单一的最优数量调节均为最优价格-数量调节在极端情况下的特例;相较于单一的最优价格调节或单一的最优数量调节,通过最优价格-数量调节确实能够更好地调节交通供求关系,达到均衡状态。

关键词: 交通工程;非均衡;出行市场;出行行为;价格-数量调节;调控机制

中图分类号: U491.2　　**文献标志码:** A

Disequilibrium adjustment mechanism for urban resident travel markets

HUANG Zhong-xiang, CAI Jian-rong, WU Li-xuan
(School of Traffic and Transportation Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, Hunan, China)

Abstract: To achieve the equilibrium state between traffic demand and supply on the condition that the demand and supply in traffic do not fluctuate greatly and moderators do not experience large changes, and to solve the current common disequilibrium problem in traffic demand and supply, the road network system was considered as an economic system, and the urban residents travel market was established based on the definitions of travel demand-side and supply-side. In the travel market, the definitions of travel demand function and travel supply function were proposed based on OD pair. Different from the traditional situation where the demand and supply functions have different manipulated variables, the defined functions shared the common price manipulated variable. Based on the disequilibrium theory of economics that only through the adjustments of both price and quantity, the relationship between demand and supply could tend to an equilibrium state, the impacts of both price and quantity on traffic demand and supply were

收稿日期: 2016-06-05
基金项目: 国家自然科学基金重点项目(51338002);国家自然科学基金项目(51278068);湖南省研究生科研创新项目(CX2015B342)
作者简介: 黄中祥(1965-),男,湖南汨罗人,教授,博士研究生导师,E-mail:mehzx@126.com。

taken into consideration, and a more realistic disequilibrium travel market model was built. The adjustment mechanism of price and quantity as collective adjustment variables to the relationship between demand and supply of disequilibrium travel market was analyzed by using the dynamic programming method, the optimal adjustment laws were concluded and the effects of different optimal adjustment laws on traffic demand and supply were demonstrated. The results show that the same price and quantity adjustment variables are used in both the demand and supply functions in the disequilibrium travel market model, so the regulating effect of price and quantity on the relationship of traffic demand and supply can be investigated in the same coordinate system. The single optimal adjustments of price or quantity are both the special case of the optimal price-quantity adjustment in the extreme situations. Compared to the single optimal price adjustment or the single optimal quantity adjustment, the optimal price-quantity adjustment can truly adjust the traffic demand and supply to achieve equilibrium state. 2 figs, 20 refs.

Key words: traffic engineering; disequilibrium; travel market; travel behavior; price-quantity adjustment; adjustment mechanism

0 引 言

从系统科学的角度来看,城市交通系统是城市经济系统的子系统,因此系统分析方法和经济学相关理论与方法成为分析城市交通系统的 2 类主要方法。系统分析方法为解析各种交通现象,刻画道路网络交通流的动态演变过程,探求稳定均衡流模式等提供了强大的方法论。第 1 个运用系统分析方法研究交通系统的是美国交通工程专家麦恩黑姆,在其建立的交通系统分析框架内,建立了交通需求函数和交通服务函数,分别讨论了函数的性质,分析了道路建设效果与社会经济活动的变化。由于交通需求的派生性,交通需求被定义为社会活动系统和交通服务特性的函数;交通服务函数被定义为交通系统和交通量的函数。交通供求均衡理解为出行者根据交通服务特性随时变更出行次数、出行时间和出行方式等;交通运营者调整发车次数、频率和路径等来满足交通需求,最终形成均衡流模式。值得指出的是,麦恩黑姆分析框架中定义的交通需求函数和供给函数各自具有不同的自变量,因而无法在同一坐标系下分析交通供求的均衡与非均衡问题。Firesz 等研究了 1 d 之中网络交通流模式的变化之后,又对逐日间网络流从一个非均衡状态向另一个非均衡状态的转移过程进行了研究[1-3];Bie 等对逐日动态分配系统均衡点的吸引域开展了研究,证明了均衡点在其吸引域内才是稳定的[4];Watling 等以路径流量和费用为基本变量建立了逐日动态分配模型,给出了一般网络均衡稳定性的充分条件,之后又研究了出行者路径选择行为的逐日动态调节对以往出行经验的响应[5-6]。

交通系统的研究方法主要采用系统分析方法,到目前为止,采用经济学相关理论与方法对交通系统进行分析,研究交通供求关系及其变化的成果并不多见。Carey 在研究道路网络均衡的最优化模型及其对偶形式时,首先引入了经济学非均衡理论中的价格和数量术语,但研究的对象是网络均衡流模式,而不是供求关系[7-8];黄中祥等研究了非均衡理论在城市交通规划中的应用问题。在出行市场背景下,分析了交通溢出效应对交通规划过程中各阶段的影响,提出了交通供求总量非均衡度的概念与模型,并将非均衡度嵌入交通需求预测模型,通过将非均衡理论中的价格-数量调节原理引入用户出行行为分析中,建立非均衡价格-数量共同调节的交通分配模型,但在该模型中数量调节并非真正意义上的非均衡数量调节[9-11]。另外,Zhang 等针对微观非均衡双市场模型,运用极大似然估计方法对市场模型参数进行了估计[12];Tang 等基于矩阵匹配性原理对道路网络上公交运能空间分布不均衡问题进行了研究[13]。

在实际交通流管理方面,采用经济学非均衡理论中的价格-数量调节方法对交通进行调节的情况不少。针对中心城区交通拥挤实行的停车收费、拥挤收费是典型的通过价格手段调节交通的方法[14-17];针对高峰期道路交通双向不均匀情况设置的可变车道或者潮汐车道即是典型的数量调节方法,因为高峰期交通需求多为刚性需求,此时价格调节能力非常有限,只能通过数量调节来满足出行需求[18-20]。

将道路网络系统视为一个经济系统,居民出行形成了出行市场,它是一种特殊的商品市场:道路网络中潜在的出行者对应需求方,并满足给定的需求

函数;道路网络本身对应供给方,为出行者提供运输服务,同样满足给定的供给函数;出行价格对应商品价格。在这样的市场中,出行者的出行即为商品交易。市场均衡形式即是 OD 对间出行者数量等于由市场价格确定的交通需求。基于此,本文以道路网络为背景,建立出行市场和市场模型,运用动态规划方法研究非均衡理论中的价格-数量调节方法对交通供求的调节能力。

1　居民出行市场

定义交通需求方为需要从起点到达讫点的所有出行者,需求函数为连接该 OD 对的最短路径上行驶时间的函数。本文关于交通需求函数的定义与弹性需求交通分配问题中关于需求函数的定义一致

$$D^{w}=d^{w}(p_{w}) \tag{1}$$

式中:D^{w} 为 OD 对 w 间的出行需求;d^{w} 为 OD 对 w 间的出行需求函数;p_{w} 为连接该 OD 对的最短路径上的出行时间或出行费用。

由于每一 OD 流代表一交通需求方,因此整个出行市场可能具有多个需求方。交通需求随出行时间的增加而减少,随出行时间的减少而增加,符合一般商品需求函数的共性。假设 OD 对间交通需求为一有界非负函数。

定义交通供给方为短期内能够给需要从起点到达讫点的所有出行者提供出行路径的道路网络管理者,并假设管理者提供的出行路径均不收费。供给函数为连接该 OD 对间最短路径上行驶时间的函数。需要说明的是,供给函数不同于通行能力,可以这样来理解本文定义的供给函数。假设供给方拥有连接某 OD 对的多条路径,这相当于一般商品供给方拥有多个商品生产工厂,供给方根据商品市场需求数量和价格水平(OD 点间的出行需求数量和最短路径上的出行时间)来决定投入多大的生产能力以获得最大利润。供给方的最大供给能力为连接该 OD 对间已有的所有出行路径的通行能力之和,则出行供给函数为

$$S^{w}=s^{w}(p_{w}) \tag{2}$$

式中:S^{w} 为 OD 对 w 间的出行供给;s^{w} 为 OD 对 w 间的出行供给函数。

由于每一 OD 流对应一交通供给方,因此整个出行市场可能具有多个供给方。交通供给随出行时间的增加而增加,随出行时间的减少而减少,符合一般商品供给函数的共性。同样假设 OD 对间交通供给为一有界非负函数。

出行市场上商品交易即为居民在道路网络上的出行。本文以道路网络为背景定义的交通供求函数具有共同的价格调节变量(路径行驶时间),因此,可以像经济学中所展示的一样,在同一坐标体系下研究价格对交通供求关系的相互调节作用,如图 1 所示,图中 p_{e} 为均衡价格;对应的数量 q_{e} 为均衡数量。

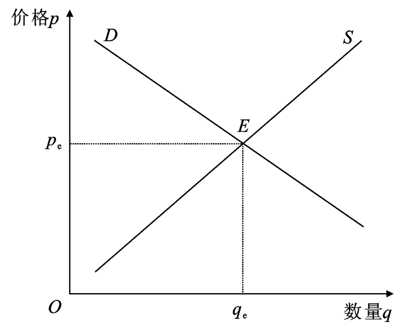

图 1　价格对交通供求关系的调节作用

Fig. 1　Effect of price adjustment on relationship between traffic demand and supply

价格对出行供求双方的调节过程为:随着 OD 对之间出行量的增加,网络上交通流逐渐增大,最短路径上的行驶时间慢慢增加,因而 OD 对之间的出行需求逐渐减小,亦即市场需求随价格的增加而减小;当网络上流量很小时,OD 对之间最短路径上的时间也短,作为供给方只需提供连接 OD 间的 1 条最短路径即可满足出行需求。随着路径流量的增加,最短路径上的时间相应地增加,达到一定程度时,网络供给方需要提供第 2 条最短路径来满足当前的需求,以此类推,亦即市场供给随价格的增加而增加。此时,交通供求双方能够通过价格的调节作用相交于点 E 达到均衡状态,此时点 E 对应的价格 p_{e} 即为均衡价格,对应的数量 q_{e} 即为均衡数量。

2　出行市场模型

根据非均衡理论,出行市场中价格和数量将同时影响交通需求和供给。考虑单一市场情况(1 对 OD 流),假设本期(第 k 期)的出行价格 $\boldsymbol{P}_{k}$ 会影响到本期的需求和供给,同时供求双方可以根据本期的供求状况和交易量 $\boldsymbol{Q}_{k}^{*}$(已出行的 OD 量),对第 $k+1$期的交易量做出预期 $\boldsymbol{Q}_{k}$,并根据预期的数量信号,相应地调整第 $k+1$ 期的供给量和需求量。亦即出行市场供求双方均会受到出行价格和预期数量的双重影响,取模型为

$$\boldsymbol{D}_{k}=\boldsymbol{\alpha}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{k}+\beta_{1}\boldsymbol{P}_{k}+\gamma_{1}\boldsymbol{Q}_{k-1}\quad \beta_{1}<0 \tag{3}$$

$$\boldsymbol{S}_{k}=\boldsymbol{\alpha}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_{k}+\beta_{2}\boldsymbol{P}_{k}+\gamma_{2}\boldsymbol{Q}_{k-1}\quad \beta_{2}>0 \tag{4}$$

$$\boldsymbol{Q}_k^* = \min(\boldsymbol{D}_k, \boldsymbol{S}_k) \quad k=0,1,\cdots,N \tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{D}_k$ 为第 k 期的出行需求；$\boldsymbol{\alpha}_1$ 为外生变量向量 $\boldsymbol{X}_k$ 对需求的影响系数；$\boldsymbol{X}_k$ 为影响需求的外生变量向量；β_1 为出行价格 $\boldsymbol{P}_k$ 对需求的影响系数；$\boldsymbol{P}_k$ 为第 k 期的出行价格；γ_1 为对第 k 期所作的预期交易量对第 k 期需求的影响系数；$\boldsymbol{S}_k$ 为第 k 期的出行供给；$\boldsymbol{\alpha}_2$ 为外生变量 $\boldsymbol{Y}_k$ 向量对供给的影响系数；$\boldsymbol{Y}_k$ 为影响供给的外生变量向量；β_2 为出行价格 $\boldsymbol{P}_k$ 对供给的影响系数；γ_2 为对第 k 期所作的预期交易量对第 k 期供给的影响系数；$\boldsymbol{Q}_k^*$ 为第 k 期已经出行的 OD 流量。

3 出行市场调控机制分析

价格-数量共同调节的目的是希望供求偏差尽量小，且为了避免由于自身波动过大而导致出行市场激荡，亦希望出行价格和数量调节的幅度不要太大，本文采用动态规划方法对其进行分析。

针对出行市场模型式(3)～式(5)，令 $\boldsymbol{Z}_k=\boldsymbol{D}_k-\boldsymbol{S}_k$，有

$$\boldsymbol{Z}_k=(\beta_1-\beta_2)\boldsymbol{P}_k+(\gamma_1-\gamma_2)\boldsymbol{Q}_{k-1}+\boldsymbol{\alpha}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_k-\boldsymbol{\alpha}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_k \tag{6}$$

为简化推导过程，假设外部条件不发生变化，即 $\boldsymbol{X}_{k+1}=\boldsymbol{X}_k$，$\boldsymbol{Y}_{k+1}=\boldsymbol{Y}_k$，令 $\Delta\boldsymbol{P}_k=\boldsymbol{P}_{k+1}-\boldsymbol{P}_k$，$\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}=\boldsymbol{Q}_k-\boldsymbol{Q}_{k-1}$，可得其动态关系式为

$$\boldsymbol{Z}_{k+1}=\boldsymbol{Z}_k+(\beta_1-\beta_2)\Delta\boldsymbol{P}_k+(\gamma_1-\gamma_2)\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1} \tag{7}$$

对于离散线性二次型最优控制问题，其状态方程可设为

$$\boldsymbol{X}_{k+1}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}_k+\boldsymbol{B}\boldsymbol{U}_k \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{X}_k\in\boldsymbol{E}^n$（$n$ 维状态向量）；$\boldsymbol{U}_k\in\boldsymbol{R}^n$（$n$ 维控制向量），控制向量序列 $\boldsymbol{U}_k$ 不受约束；$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 为具有适当维数的矩阵序列。

参照离散线性二次型最优控制问题，取 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{1}$，式(7)可简记为

$$\boldsymbol{Z}_{k+1}=\boldsymbol{Z}_k+\boldsymbol{B}\boldsymbol{U}_k \tag{9}$$

其中

$$\boldsymbol{B}=[\beta_1-\beta_2 \quad \gamma_1-\gamma_2],\ \boldsymbol{U}_k=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{P}_k\\ \Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}\end{bmatrix}$$

二次型性能指标为

$$\boldsymbol{J}=\boldsymbol{X}_N^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{X}_N+\sum_{i=0}^{N-1}[\boldsymbol{X}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}\boldsymbol{X}_i+\boldsymbol{U}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{U}_i] \tag{10}$$

其中

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}\mu_1 & 0\\ 0 & \mu_2\end{bmatrix}$$

式中：$\boldsymbol{G}$、$\boldsymbol{H}$ 为非负定对称矩阵；$\boldsymbol{R}$ 为权系数矩阵。

目标是使 $\boldsymbol{J}$ 为最小，则目标函数为($\boldsymbol{G}=\boldsymbol{1}$、$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{1}$)

$$\boldsymbol{J}=\boldsymbol{Z}_N^2+\sum_{i=0}^{N-1}[\boldsymbol{Z}_i^2+\boldsymbol{U}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{U}_i]\rightarrow\min \tag{11}$$

采用动态规划法求解，从初始端开始，经过 N 次决策得到的最优性能指标可表示为

$$\boldsymbol{J}_0=\boldsymbol{Z}_N^2+\sum_{i=0}^{N-1}[\boldsymbol{Z}_i^2+\mu_1\Delta\boldsymbol{P}_i^2+\mu_2\Delta\boldsymbol{Q}_{i-1}^2] \tag{12}$$

式中：μ_1 为控制向量 $\boldsymbol{U}$ 中 $\Delta\boldsymbol{P}_k$（价格调节）对应的权系数；μ_2 为控制向量 $\boldsymbol{U}$ 中 $\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}$（数量调节）对应的权系数。

从第 k 级开始，经过 $N-k$ 次决策至终端，则这一段的最优性能指标可表示为

$$\boldsymbol{J}_k=\boldsymbol{Z}_N^2+\sum_{i=k}^{N-1}[\boldsymbol{Z}_i^2+\mu_1\Delta\boldsymbol{P}_i^2+\mu_2\Delta\boldsymbol{Q}_{i-1}^2] \tag{13}$$

根据最优性原理，可以建立递推函数方程

$$\boldsymbol{J}_k=\boldsymbol{J}_{k+1}+\boldsymbol{Z}_k^2+\mu_1\Delta\boldsymbol{P}_k^2+\mu_2\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}^2 \tag{14}$$

设二次型问题的最优性能指标为状态的二次型函数，即

$$\boldsymbol{J}_k=\boldsymbol{V}_k\boldsymbol{Z}_k^2 \tag{15}$$

$$\boldsymbol{J}_{k+1}=\boldsymbol{V}_{k+1}\boldsymbol{Z}_{k+1}^2 \tag{16}$$

式中：$\boldsymbol{V}_k$、$\boldsymbol{V}_{k+1}$ 分别为第 k 期、第 $k+1$ 期的控制器。

将式(16)代入式(14)，则有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J}_k=&\boldsymbol{V}_{k+1}\boldsymbol{Z}_{k+1}^2+\boldsymbol{Z}_k^2+\mu_1\Delta\boldsymbol{P}_k^2+\mu_2\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}^2=\\ &\boldsymbol{V}_{k+1}[\boldsymbol{Z}_k+(\beta_1-\beta_2)\Delta\boldsymbol{P}_k+(\gamma_1-\gamma_2)\cdot\\ &\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}]^2+\boldsymbol{Z}_k^2+\mu_1\Delta\boldsymbol{P}_k^2+\mu_2\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}^2=\\ &\boldsymbol{V}_{k+1}[\boldsymbol{Z}_k^2+2\boldsymbol{Z}_k(\beta_1-\beta_2)\Delta\boldsymbol{P}_k+2(\gamma_1-\gamma_2)\cdot\\ &\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}\boldsymbol{Z}_k+(\beta_1-\beta_2)^2\Delta\boldsymbol{P}_k^2+2(\beta_1-\beta_2)\Delta\boldsymbol{P}_k\cdot\\ &(\gamma_1-\gamma_2)\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}+(\gamma_1-\gamma_2)^2\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}^2+\\ &(\gamma_1-\gamma_2)^2\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}^2]+\boldsymbol{Z}_k^2+\mu_1\Delta\boldsymbol{P}_k^2+\mu_2\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}^2\end{aligned} \tag{17}$$

由于控制向量 $\boldsymbol{U}_k$ 不受约束，且最优控制 $\boldsymbol{U}_k^*$ 应使性能指标 $\boldsymbol{J}_k$ 极小，故有

$$\begin{aligned}\frac{\partial\boldsymbol{J}_k}{\partial\Delta\boldsymbol{P}_k}=&2\boldsymbol{Z}_k\boldsymbol{V}_{k+1}(\beta_1-\beta_2)+2\boldsymbol{V}_{k+1}(\beta_1-\beta_2)^2\Delta\boldsymbol{P}_k+\\ &2\boldsymbol{V}_{k+1}(\beta_1-\beta_2)(\gamma_1-\gamma_2)\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}+2\mu_1\Delta\boldsymbol{P}_k=0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\boldsymbol{J}_k}{\partial\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}}=&2\boldsymbol{Z}_k\boldsymbol{V}_{k+1}(\gamma_1-\gamma_2)+2\boldsymbol{V}_{k+1}(\gamma_1-\gamma_2)^2\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}+\\ &2\boldsymbol{V}_{k+1}(\beta_1-\beta_2)\Delta\boldsymbol{P}_k+2\mu_2\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}=0\end{aligned}$$

从而可得最优控制 $\boldsymbol{U}_k^*$。

$$\Delta\boldsymbol{P}_k=\frac{-\boldsymbol{Z}_k\boldsymbol{V}_{k+1}(\beta_1-\beta_2)-\boldsymbol{V}_{k+1}(\beta_1-\beta_2)(\gamma_1-\gamma_2)\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}}{\mu_1+(\beta_1-\beta_2)^2\boldsymbol{V}_{k+1}} \tag{18}$$

$$\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}=\frac{-\boldsymbol{Z}_k\boldsymbol{V}_{k+1}(\gamma_1-\gamma_2)-\boldsymbol{V}_{k+1}(\beta_1-\beta_2)(\gamma_1-\gamma_2)\Delta\boldsymbol{P}_k}{\mu_2+(\gamma_1-\gamma_2)^2\boldsymbol{V}_{k+1}} \tag{19}$$

令

$$\beta=\beta_1-\beta_2 \tag{20}$$

$$\gamma=\gamma_1-\gamma_2 \tag{21}$$

式(18)和式(19)可化简为

$$\Delta \boldsymbol{P}_k=\frac{-\boldsymbol{Z}_k\boldsymbol{V}_{k+1}\beta-\boldsymbol{V}_{k+1}\beta\gamma\Delta\boldsymbol{Q}_{k-1}}{\mu_1+\beta^2\boldsymbol{V}_{k+1}} \tag{22}$$

$$\Delta \boldsymbol{Q}_{k-1}=\frac{-\boldsymbol{Z}_k\boldsymbol{V}_{k+1}\gamma-\boldsymbol{V}_{k+1}\beta\gamma\Delta\boldsymbol{P}_k}{\mu_2+\gamma^2\boldsymbol{V}_{k+1}} \tag{23}$$

将式(23)代入式(22)，可得到

$$\Delta \boldsymbol{P}_k=\frac{-\mu_2\beta\boldsymbol{V}_{k+1}}{\mu_1\gamma^2\boldsymbol{V}_{k+1}+\mu_2\beta^2\boldsymbol{V}_{k+1}+\mu_1\mu_2}\boldsymbol{Z}_k \tag{24}$$

考虑到增益不随时间变化，$\boldsymbol{V}_k=\boldsymbol{V}_{k+1}=\boldsymbol{V}$，可得到最优价格数量调节中的价格调节律为

$$\boldsymbol{P}_{k+1}=\boldsymbol{P}_k-\frac{\mu_2(\beta_1-\beta_2)\boldsymbol{V}}{\mu_1(\gamma_1-\gamma_2)^2\boldsymbol{V}+\mu_2(\beta_1-\beta_2)^2\boldsymbol{V}+\mu_1\mu_2}\boldsymbol{Z}_k \tag{25}$$

同理，将式(22)代入式(23)，可解得最优价格-数量调节中的数量调节律为

$$\boldsymbol{Q}_k=\boldsymbol{Q}_{k-1}-\frac{\mu_1(\gamma_1-\gamma_2)\boldsymbol{V}}{\mu_1(\gamma_1-\gamma_2)^2\boldsymbol{V}+\mu_2(\beta_1-\beta_2)^2\boldsymbol{V}+\mu_1\mu_2}\boldsymbol{Z}_k \tag{26}$$

其中，$\boldsymbol{V}$ 为 Riccati 方程 $-\boldsymbol{V}+\boldsymbol{H}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{A}-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{B}+\boldsymbol{R})^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{A}=0$ 的正定解。

由式(25)和式(26)可知，当同时考虑出行价格和数量的双重调节时，价格调节律不仅受价格的影响，也受数量预期的影响；数量调节律不仅受数量预期的影响，也受出行价格的影响。令 $\gamma_1=0,\gamma_2=0$，代入式(25)可得单一的价格调节律

$$\boldsymbol{P}_{k+1}=\boldsymbol{P}_k-\frac{(\beta_1-\beta_2)\boldsymbol{V}}{\mu_1+(\beta_1-\beta_2)^2\boldsymbol{V}}\boldsymbol{Z}_k \tag{27}$$

令 $\beta_1=0,\beta_2=0$，代入式(26)可得单一的数量调节律

$$\boldsymbol{Q}_k=\boldsymbol{Q}_{k+1}-\frac{(\gamma_1-\gamma_2)\boldsymbol{V}}{\mu_2+(\gamma_1-\gamma_2)^2\boldsymbol{V}}\boldsymbol{Z}_k \tag{28}$$

因此，单一的价格调节和单一的数量调节均为价格和数量共同调节的特例。

4　数例演示

假设某 OD 对起点区域内出行总交通量为 10 000单位，前往该 OD 对讫点区域的交通占比为 10%，道路网络连接该 OD 的所有路线的总供给能力为 2 000 单位，供给能力被利用比率为 5%。价格对交通供求的影响系数分别为 $\beta_1=-5,\beta_2=6$，数量预期对交通供求的影响系数分别为 $\gamma_1=2,\gamma_2=10$，则可构建如下的市场模型

$$\boldsymbol{D}_k=10\%\times100\ 000-5\boldsymbol{P}_k+2\boldsymbol{Q}_{k-1}$$

$$\boldsymbol{S}_k=5\%\times2\ 000+6\boldsymbol{P}_k+10\boldsymbol{Q}_{k-1}$$

$$\boldsymbol{Q}_k^*=\min(\boldsymbol{D}_k,\boldsymbol{S}_k)\quad k=0,1,\cdots,N$$

因为 $\beta_1-\beta_2=-11,\gamma_1-\gamma_2=-8$，所以 $\boldsymbol{B}=[-11,-8]$，并取

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}\mu_1 & 0\\ 0 & \mu_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}500 & 0\\ 0 & 500\end{bmatrix}$$

不难求得 Riccati 方程的正定解为 2.218 343。假设出行费用和数量预期的初值分别为 10 和 5，运用 MATLAB 编程演示的调节过程如图 2 所示。不难看出，按照最优价格-数量调节律进行调节，供求关系很快趋于均衡状态。

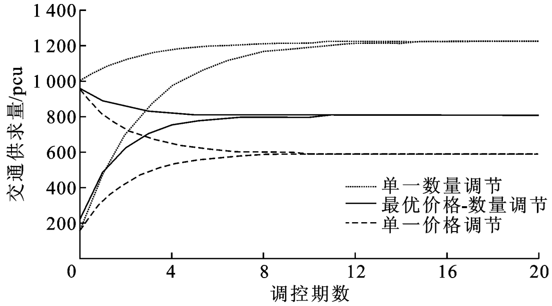

图 2　价格和数量对交通供求关系的调节过程

Fig. 2　Price and quantity adjustment processes for traffic demand and supply

5　结　语

(1)以道路网络为背景，将其视为一个经济系统，构建了居民出行市场。基于经济学非均衡理论，考虑价格和数量同时对交通供求所产生的影响，构建了非均衡出行市场模型。由于交通供求函数采用了共同的价格和数量调节变量，因此可以在同一坐标体系下研究价格和数量对交通供求关系的相互调节作用。

(2)运用动态规划方法分析了价格和数量作为共同的调节变量对非均衡出行市场供求关系的调控机制，并获得了相应的最优调节律，论证了单一最优价格调节或单一最优数量调节均为最优价格-数量调节在极端情况下的特例。

(3)从不同最优调节律对交通供求调节作用的演示中可以看出，在避免因为交通供求自身波动过大而导致出行市场激荡且希望出行市场中价格和数量调节的幅度不要太大的前提下，采用最优价格-数量调节相较于单一最优价格调节或单一最优数量调节能够更好地调节交通供求达到均衡状态，符合非均衡经济学理论的基础原理。

(4)数量信号的引入，必将导致传统出行市场选择行为的重铸，因此需进一步研究如何定量地描述数量信号对路径选择行为的影响，从而获得更加贴

近实际的网络交通流分布模式;如何运用数量调节原理指导可变车道的设置,解决交通拥堵和道路资源闲置现象并存的问题。

参考文献:

References:

[1] FRIESZ T L, LUQUE J, TOBIN R L, et al. Dynamic network traffic assignment considered as a continuous time optimal control problem[J]. Operations Research, 1989, 37(6): 893-901.

[2] FRIESZ T L, BERNSTEIN D, MEHTA N J, et al. Day-to-day dynamic network disequilibria and idealized traveler information systems[J]. Operations Research, 1994, 42(6): 1120-1136.

[3] FRIESZ T L, SHAH S. An overview of nontraditional formulations of static and dynamic equilibrium network design[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2001, 35(1): 5-21.

[4] BIE J, LO H K. Stability and attraction domains of traffic equilibria in a day-to-day dynamical system formulation[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2010, 44(1): 90-107.

[5] WATLING D. Stability of the stochastic equilibrium assignment problem: a dynamical systems approach[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 1999, 33(4): 281-312.

[6] WATLING D, HAZELTON M L. The dynamics and equilibria of day-to-day assignment models[J]. Networks and Spatial Economics, 2003, 3(3): 349-370.

[7] CAREY M. The dual of the traffic assignment problem with elastic demands[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 1985, 19(3): 227-237.

[8] CAREY M. Network equilibrium: optimization formulations with both quantities and prices as variable[J]. Transportation Research B, 1987, 21(1): 69-77.

[9] 黄中祥,贺国光,刘 豹. 价格-数量调节交通分配模型[J]. 系统工程学报,1999,14(2):145-151.
HUANG Zhong-xiang, HE Guo-guang, LIU Bao. Disequilibrium traffic assignment models by price-quantity regulation[J]. Journal of Systems Engineering, 1999, 14(2): 145-151. (in Chinese)

[10] HUANG Z X, HE G G. Disequilibrium transportation planning view[C]//WANG K C P, XIAO G P, JI J L. Proceedings of the 2nd International Conference on Transportation and Traffic Studies. Beijing: ASCE, 2000: 305-310.

[11] 黄中祥,贺国光,刘 豹. 非均衡交通规划初探[J]. 管理科学学报,2001,4(1):52-57.
HUANG Zhong-xiang, HE Guo-guang, LIU Bao. A primary study on disequilibrium transportation planning[J]. Journal of Management Sciences in China, 2001, 4(1): 52-57. (in Chinese)

[12] ZHANG J Y, MONDEN H. Transport demand and supply model based on disequilibrium theory[J]. Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies, 2003(5): 1262-1277.

[13] TANG S P, YANG X G, JIANG N, et al. Transit capacity equilibrium evaluation for transit network based on matrixes' matching degree[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development: English Edition, 2011, 5(2): 99-104.

[14] 安 实,马天超,尹缙瑞. 我国城市停车收费定价模型研究[J]. 哈尔滨工业大学学报,2000,32(2):65-69.
AN Shi, MA Tian-chao, YIN Jin-rui. Parking fee pricing model for urban cities in China[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2000, 32(2): 65-69. (in Chinese)

[15] 黄海军. 拥挤道路使用收费的研究进展和实践难题[J]. 中国科学基金,2003(4):198- 203.
HUANG Hai-jun. Research and practice progresses of congested road-use pricing[J]. Bulletin of National Natural Science Foundation of China, 2003(4): 198-203. (in Chinese)

[16] LEAPE J. The London congestion charge[J]. The Journal of Economic Perspectives, 2006, 20(4): 157-176.

[17] QUDDUS M A, CARMEL A, BELL M G H. The impact of the congestion charge on retail: the London experience[J]. Journal of Transport Economics & Policy, 2007, 41(1): 113-133.

[18] 张好智,高自友. 可变车道的道路交通网络设计优化方法[J]. 中国管理科学,2007,15(2):86-91.
ZHANG Hao-zhi, GAO Zi-you. Optimization approach for traffic road network design problem[J]. Chinese Journal of Management Science, 2007, 15(2): 86-91. (in Chinese)

[19] 陈 坚,霍娅敏. 典型潮汐车流路段可变车道设置方案研究[J]. 重庆交通大学学报:自然科学版,2008,27(6):1127-1130.
CHEN Jian, HUO Ya-min. Study on setting design of variable lane on typical tide traffic road [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University: Natural Science, 2008, 27(6): 1127-1130. (in Chinese)

[20] JIANG Y H, BAO L X. Study on setting of variable lanes near intersection between one-way and two-way traffic[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2011, 45(10): 1562-1566.