

文章编号:1671-8879(2017)03-0082-08

钢筋混凝土梁-柱-板边节点现浇板 主裂缝倾角分析

邢国华,李卫卫,谢鹏宇,刘伯权

(长安大学 建筑工程学院,陕西 西安 710061)

摘 要:针对现浇板显著影响钢筋混凝土梁柱节点的受力性能,但其抗震机理尚未明确,以及低周反复荷载作用下现浇板形成主裂缝后的失效是不含直交梁的钢筋混凝土梁-柱-板边节点破坏模式之一的问题,研究钢筋混凝土梁-柱-板边节点在地震荷载作用下的受力性能,分析现浇板与框架柱相交处的应力,通过假定现浇板不承受来自框架梁的作用力,将其框架边节点中现浇板主裂缝倾角分析简化为平面问题。基于弹性力学位移变分法中的里茨法,忽略现浇板沿厚度方向的应力和应变,将梁-柱-板边节点受力性能分析视为平面应力问题,提出边节点中现浇板的主裂缝倾角的简化力学模型。通过计算现浇板开裂时破坏点的应力状态,并通过该破坏点单元体分析,计算主平面角度,即现浇板与框架柱相交处形成的主裂缝破坏角度。研究结果表明:低周反复荷载下钢筋混凝土梁-柱-板边节点现浇板的主裂缝倾角理论值分别为 34.05° 和 34.19° ,与试验结果吻合较好,提出的简化力学模型可用于强震下钢筋混凝土框架节点的受力分析。

关键词:结构工程;框架节点;平面应力;里茨法;开裂;角度

中图分类号:TU375

文献标志码:A

Analysis of main crack inclination angle of cast-in-situ slab in reinforced concrete beam-column-slab exterior joints

XING Guo-hua, LI Wei-wei, XIE Peng-yu, LIU Bo-quan

(School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, Shaanxi, China)

Abstract: Cast-in-situ concrete slab greatly influences the mechanical behavior of reinforced concrete beam-column joint. But its seismic mechanism is not yet clear. And under low-cyclic revised loading, failure of cast-in-situ slab after forming main cracks is one of the failure modes of reinforced concrete beam-column-slab exterior joints without containing lateral beam. Aiming at solving these problems, mechanical behavior of reinforced concrete beam-column-slab exterior joints was studied under earthquake loading, junction stress between cast-in-situ slab and frame column was analyzed, and analysis of inclination angle of the main crack of cast-in-situ concrete slab of frame exterior joints could be simplified as a plane problem by assuming the slab would not bear the force generating from frame beam. Based on Ritz method of displacement variational

收稿日期:2016-12-23

基金项目:国家自然科学基金项目(51108032,51578077);陕西省自然科学基金基础研究计划项目(2016JM5041);

中国博士后科学基金项目(2016M602737)

作者简介:邢国华(1983-),男,内蒙古呼和浩特人,副教授,工学博士,E-mail:luckly998@126.com。

method in elastic mechanics, a simplified mechanical model of main crack inclination angle of cast-in-situ slab in exterior joints was put forward by considering mechanical behavior of beam-column-slab exterior joints as a plane stress problem and ignoring stress and strain along the thickness direction of cast-in-situ slab. By calculating the stress state of failure point when cast-in-situ slab cracked and analyzing the unit of failure point, the angle of principal plane was calculated, that is, the failure angle of main crack formed at the intersection of cast-in-situ slab and frame column. The results show that theoretical values of inclination angles of the main cracks of cast-in-situ concrete slab in reinforced concrete beam-column-slab exterior joints under low-cycle revised loading are 34.05° and 34.19° respectively, which agree well with the experimental results. The suggested simplified mechanical model can be utilized to analyze the stress of reinforced concrete frame joints under strong earthquake attack. 13 figs, 25 refs.

Key words: structural engineering; frame joint; plane stress; Ritz method; crack; angle

0 引言

低周反复荷载作用下,钢筋混凝土梁-柱-板边节点受到梁、柱、板传来的剪力、弯矩和轴压力共同作用,节点核心区是框架结构抗震的薄弱环节^[1],邻近核心区的梁端、柱端及现浇板均有可能发生破坏。特别是对于设计为强节点的试件,现浇板筋将参与受力^[2-9],随着框架梁承受的负弯矩不断增大,现浇板将逐渐形成主斜裂缝,并最终发生破坏。

文献[2]中通过2个现浇板空间框架结构的低周反复试验,主要分析其对空间框架抗震性能的影响,研究了现浇板纵筋应变分布及其参与梁端弯矩情况,并基于拉压杆模型提出了现浇板受拉有效翼缘宽度的计算方法。文献[3]中在钢筋混凝土梁-柱-板节点试验研究基础上,对软化拉压杆模型中框架节点有效宽度计算方法进行了修正,指出修正后的模型应考虑现浇板配筋对斜压杆高度的影响,提出钢筋混凝土梁-柱-板节点抗剪强度的计算模型。Ehsani等通过6个钢筋混凝土梁-柱-板边节点试件的低周反复荷载试验,指出节点区柱梁抗弯强度比由于现浇板的参与受力显著减小,应考虑现浇混凝土板对其受力性能的影响,边节点试件中现浇板失效破坏后,应对破坏截面所在的主裂缝倾角进行量测分析^[10]。因此,本文根据弹性力学中位移变分法基本原理^[11],通过一系列合理力学假定,简化得到对应的力学模型,进一步对现浇板主裂缝倾角进行了理论计算。

1 试验概况及受力简化分析

为研究钢筋混凝土梁-柱-板节点的抗震性能,试验制作了3个梁-柱-板边节点试件 EBCSJ-1、

EBCSJ-2、EBCSJ-3,模型缩尺比为1:2,混凝土强度等级为C30。节点试件柱截面尺寸为250 mm×250 mm,梁截面尺寸为150 mm×280 mm。上柱高度为820 mm,下柱高度为850 mm,板厚为60 mm,现浇板尺寸为2 460 mm×3 270 mm。主要研究参数为柱梁抗弯强度比 η 。钢筋混凝土框架边节点试验加载装置如图1所示。



图1 加载装置

Fig. 1 Loading setup

为了模拟节点承受地震作用,仅在框架柱端施加水平荷载,忽略现浇板承受的除自重外的其他恒荷载及活荷载。这主要是由于现浇板厚度相对较薄,水平反复荷载作用下现浇板主裂缝倾角受竖向作用力影响较小,可将其假定为平面问题,故忽略实际结构中竖直方向的各作用力。此外,本文节点试验模型并未考虑直交梁对节点性能的影响。

反复荷载作用下,试件 EBCSJ-1、EBCSJ-2 核心区形成主斜裂缝,最终在梁柱界面发生混凝土压溃破坏,同时现浇板受扭裂缝显著,试件 EBCSJ-2 破坏时现浇板也发生了失效破坏。试件 EBCSJ-3 虽然在梁柱界面发生混凝土剥落,但是水平荷载的降低主要是由于现浇板受扭破坏导致的。试件 EBCSJ-1、EBCSJ-2、EBCSJ-3 的最终破坏形态分别如下页图2~图4所示。

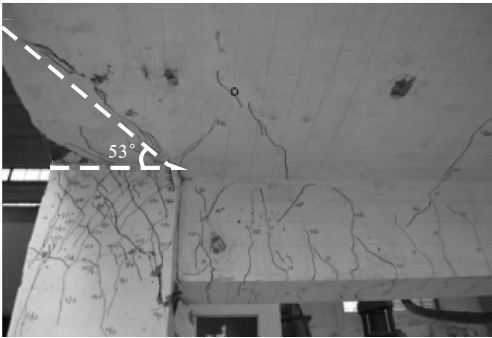
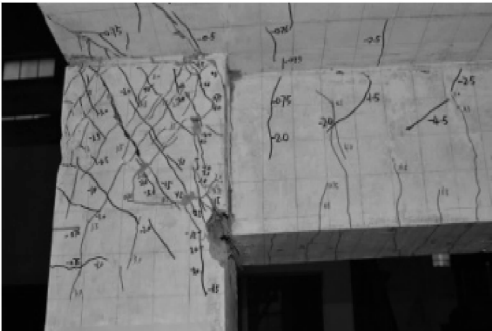
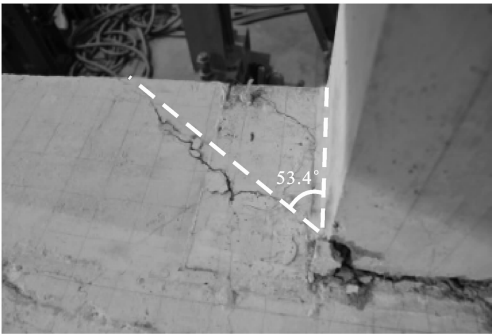


图 2 试件 EBCSJ-1 破坏形态
Fig. 2 Failure mode of specimen EBCSJ-1



(a) 试件破坏



(b) 现浇板破坏

图 3 试件 EBCSJ-2 破坏形态
Fig. 3 Failure mode of specimen EBCSJ-2

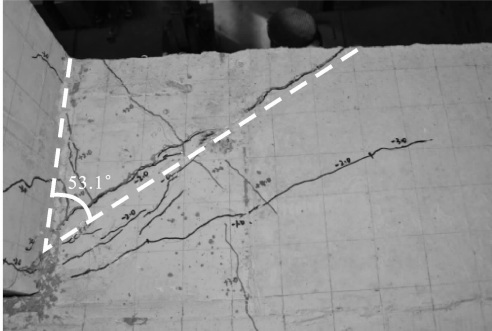
图 5 为该类节点试件受力简化示意图。假定柱与板刚接,随着施加于框架柱的荷载 f 不断增大,在现浇板处会形成如图 2~图 4 所示的破坏截面。本文将根据弹性力学理论对现浇板主裂缝倾角进行理论计算。

2 力学模型的提出

现浇板的应力状况如图 6 所示。试验时裂缝集中出现在邻近节点核心区内的局部现浇板内,故选取局部现浇板 $ABCD$ 进行受力分析。图 6 中: AB 段只受正应力,线性分布并且数据根据试验已知; BC 段同时承受正应力与切应力 τ ,正应力线性分布并且数据已知,切应力大小未知; AF 段只受正应力,



(a) 试件破坏



(b) 现浇板破坏

图 4 试件 EBCSJ-3 破坏形态
Fig. 4 Failure mode of specimen EBCSJ-3

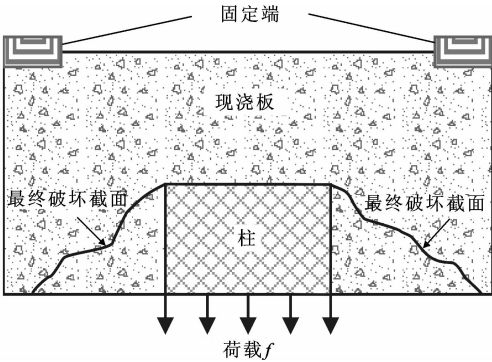


图 5 受力简化示意
Fig. 5 Simplified schematic of stress

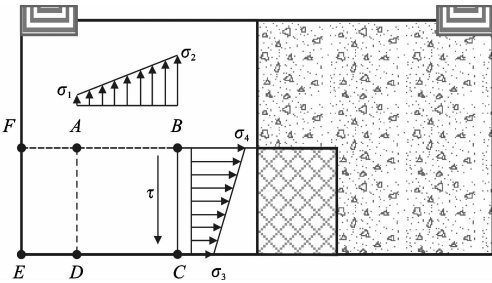


图 6 应力情况
Fig. 6 Stress condition

数据未知; $\sigma_1 \sim \sigma_4$ 为各处对应的应力。
根据图 5、图 6,鉴于其受力对称的特点,首先考

考虑现浇板左侧情况: B 点处于应力集中状态^[12-13], 失效破坏从该点产生, 已为试验研究所证实, 并且试验过程中, 开裂截面大体上一直沿着初始开裂截面的角度发展。因此, 围绕 B 点取出单元体, 假定在混凝土开裂时, B 点单元体主平面的角度就是最终破坏截面的角度^[14-16]。

以图6为基础, 提出如图7所示的力学简化模型^[17-19], 其中, a 、 b 分别为柱沿 x 、 y 方向的宽度, 该简化模型的处理方法如下所述。

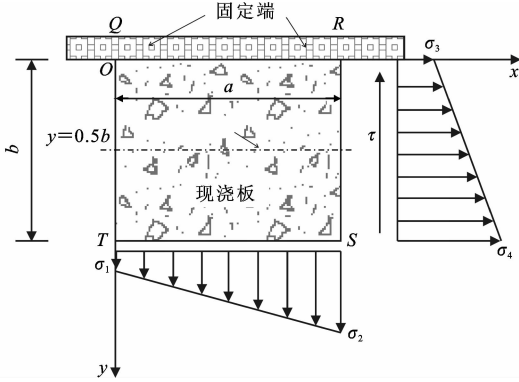


图7 力学简化模型

Fig. 7 Mechanics simplified model

(1) 由于试验中并未沿 BF 向布置应变片, 仅在 AB 段布置了应变片, 故本文选取左侧的 $ABCD$ 区域作为研究对象, 而 AF 段的正应力将在分析 BC 段切应力 τ 时提出计算处理方法。

(2) AB 段假定为固定端, AD 、 CD 、 BC 段均假定为自由端。 AF 段未布置应变片, 将 EF 段的约束情况假定为 AD 边的约束情况, 即自由端。简化为平面问题以后, 为了在平面上构造出 B 点存在应力集中现象从而出现开裂的情况, 假定 BC 段为自由端。同时, AB 固定端还可以起到承受弯矩的作用。

(3) 为了便于分析计算, 图6中 B 点的应力状态等效为图7中 S 点的应力状态。以 $y=0.5b$ 为对称轴, 将 BC 边正应力与切应力和 AB 边的正应力进行轴对称变换。变换后, 本模型中 S 点的应力状态与图6中 B 点的应力状态完全一致。因此, 只需计算图7中 S 点应力状态即可。

此外, 根据试验结果特别是试验现象, 裂缝并未完全出现, 延伸至整个现浇板, 而是集中出现在邻近节点核心区内的现浇板内, 即裂缝主要出现在选取的局部板范围内。选取的部分相对于现浇板整体较小, 根据圣维南原理可以认为板其他部分对计算区域的影响可用合力和合力矩代替。

3 计算方法

分析模型中选取的研究对象是一块板, 其厚度方向的应力、应变值很小, 现浇板从开裂直至破坏, 梁均没有产生明显的开裂现象, 故可忽略梁的影响, 假定其为平面问题。因此, 可应用位移变分法中的里茨法进行计算, 进一步假定其为平面应力问题^[20-22]。

首先选取位移函数, 对于图7的受力模型, 在满足计算简洁以及具有一定精确度要求的条件下, 选取式(1)和式(2)的位移函数

$$u = u_0 + \sum_{i=1}^m A_i u_i = y(A_1 + A_2 x) \quad (1)$$

$$v = v_0 + \sum_{i=1}^m B_i v_i = y(B_1 + B_2 x) \quad (2)$$

式中: u 、 v 分别为 x 、 y 方向的位移函数; u_i 、 v_i 分别为各单元体在 x 、 y 方向上的位移; A_i 、 B_i 均为待定系数, $i=1, 2, \dots, m$; u_0 、 v_0 为边界上已知位移, 分析时, $u_0 = v_0 = 0$ 。

形变势能 V_ϵ 为

$$\begin{aligned} V_\epsilon = & \frac{E}{2(1-\mu^2)} \iint \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\mu \cdot \right. \\ & \left. \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{1-\mu}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy = \\ & \frac{E}{2(1-\mu^2)} \iint \left[(A_2 y)^2 + (B_1 + B_2 x)^2 + \right. \\ & 2\mu(A_2 y)(B_1 + B_2 x) + \frac{1-\mu}{2}(B_2 y + \\ & \left. A_1 + A_2 x)^2 \right] dx dy \end{aligned} \quad (3)$$

式中: E 、 μ 分别为混凝土弹性模量及泊松比。

积分时, $x=a$, $y=b$, 所以得到下式

$$\begin{aligned} V_\epsilon = & \frac{E}{2(1-\mu^2)} \left[\left(B_1^2 + \frac{1-\mu}{2} A_1^2 \right) ab + (2B_1 B_2 + \right. \\ & A_1 A_2 - \mu A_1 A_2) \frac{a^2 b}{2} + (2\mu A_2 B_1 + A_1 B_2 - \\ & \mu A_1 B_2) \frac{ab^2}{2} + \left(B_2^2 + \frac{1-\mu}{2} A_2^2 \right) \frac{a^3 b}{3} + (\mu A_2 B_2 + \\ & A_2 B_2) \frac{a^2 b^2}{4} + \left(A_2^2 + \frac{1-\mu}{2} \right) \frac{ab^3}{3} \left. \right] \end{aligned} \quad (4)$$

对于位移变分法, 有如下等式

$$\frac{\partial V_\epsilon}{\partial A_i} = \iint f_x u_i dx dy + \int \bar{f}_x u_i ds \quad (5)$$

$$\frac{\partial V_\epsilon}{\partial B_i} = \iint f_y v_i dx dy + \int \bar{f}_y v_i ds \quad (6)$$

式中: f_x 、 f_y 分别为沿 x 、 y 轴的体力分量; \bar{f}_x 、 \bar{f}_y 分别为沿 x 、 y 轴的面力分量; ds 为面积分。

本模型中,体力 $f_x = f_y = 0$, 因此, 可将式(5)和式(6)简化为

$$\frac{\partial V_\epsilon}{\partial A_1} = \int \bar{f}_x u_1 ds \quad (7)$$

$$\frac{\partial V_\epsilon}{\partial A_2} = \int \bar{f}_x u_2 ds \quad (8)$$

$$\frac{\partial V_\epsilon}{\partial B_1} = \int \bar{f}_y v_1 ds \quad (9)$$

$$\frac{\partial V_\epsilon}{\partial B_2} = \int \bar{f}_y v_2 ds \quad (10)$$

根据式(1)和式(2), 可知 $u_1 = v_1 = y, u_2 = v_2 = xy$ 。

由图 7 的 RS 边界可知

$$\begin{cases} \bar{f}_x = \frac{\sigma_4 - \sigma_3}{b}y + \sigma_3, u_1 = y \\ u_2 = xy = ay, ds = dy \end{cases} \quad (11)$$

从而有

$$\begin{aligned} \int \bar{f}_x u_1 ds &= \int_0^b \left(\frac{\sigma_4 - \sigma_3}{b}y + \sigma_3 \right) y dy = \\ &= \frac{1}{6} b^2 (2\sigma_4 + \sigma_3) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \int \bar{f}_x u_2 ds &= \int_0^b \left(\frac{\sigma_4 - \sigma_3}{b}y + \sigma_3 \right) ay dy = \\ &= \frac{1}{6} ab^2 (2\sigma_4 + \sigma_3) \end{aligned} \quad (13)$$

由图 7 的 TQ 边界可知

$$\begin{cases} \bar{f}_y = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{a}x + \sigma_1, v_1 = y = b \\ v_2 = xy = bx, ds = dx \end{cases} \quad (14)$$

从而有

$$\begin{aligned} \int \bar{f}_y v_1 ds &= \int_0^a b \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{a}x + \sigma_1 \right) dx = \\ &= \frac{1}{2} ab (\sigma_1 + \sigma_2) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \int \bar{f}_y v_2 ds &= \int_0^a bx \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{a}x + \sigma_1 \right) dx = \\ &= \frac{1}{6} a^2 b (2\sigma_2 + \sigma_1) \end{aligned} \quad (16)$$

通过式(4)可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_\epsilon}{\partial A_1} &= \frac{E}{2(1-\mu^2)} \left[ab(1-\mu)A_1 + \frac{1}{2}a^2b \cdot \right. \\ &\quad \left. (1-\mu)A_2 + \frac{1}{2}ab^2(1-\mu)B_2 \right] \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_\epsilon}{\partial A_2} &= \frac{E}{2(1-\mu^2)} \left[\frac{a^2b}{2}(1-\mu)A_1 + ab^2uB_1 + \right. \\ &\quad \left. \frac{a^2b^2}{4}(1+u)B_2 + \frac{a^3b}{3}(1-\mu)A_2 + \frac{2ab^3}{3}A_2 \right] \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{\partial V_\epsilon}{\partial B_1} = \frac{E}{2(1-\mu^2)} (2abB_1 + a^2bB_2 + \mu ab^2A_2) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_\epsilon}{\partial B_2} &= \frac{E}{2(1-\mu^2)} \left[\frac{1}{2}ab^2(1-\mu)A_1 + \frac{a^2b^2}{4} \cdot \right. \\ &\quad \left. (1+u)A_2 + a^2bB_1 + \frac{ab^3}{3} \cdot \right. \\ &\quad \left. (1-\mu)B_2 + \frac{2a^3b}{3}B_2 \right] \end{aligned} \quad (20)$$

根据式(7)、式(8)的关系, 将式(12)、式(13)和式(15)~式(18)联立方程组, 解出系数 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{b(1+\mu)}{3Ea(6b^2\mu^2 + a^2\mu - a^2 - 8b^2)(-b^2\mu + 2a^2 + b^2)} \cdot \\ &\quad (-27a^2b^2\mu^3\sigma_1 + 9a^2b^2\mu^3\sigma_2 - 24b^4\mu^3\sigma_3 - \\ &\quad 48b^4\mu^3\sigma_4 + 15a^4\mu^2\sigma_1 + 21a^4\mu^2\sigma_2 + 36a^2b^2\mu^2\sigma_1 + \\ &\quad 11a^2b^2\mu^2\sigma_3 + 22a^2b^2\mu^2\sigma_4 + 24b^4\mu^2\sigma_3 + 48b^4\mu^2\sigma_4 - \\ &\quad 12a^4\mu\sigma_1 - 24a^4\mu\sigma_2 - 4a^4\mu\sigma_3 - 8a^4\mu\sigma_4 + \\ &\quad 15a^2b^2\mu\sigma_1 - 33a^2b^2\mu\sigma_2 + 2a^2b^2\mu\sigma_3 + 4a^2b^2\mu\sigma_4 + \\ &\quad 32b^4\mu\sigma_3 + 64b^4\mu\sigma_4 - 3a^4\sigma_1 + 3a^4\sigma_2 + 4a^4\sigma_3 + \\ &\quad 8a^4\sigma_4 - 24a^2b^2\sigma_1 + 24a^2b^2\sigma_2 - 17a^2b^2\sigma_3 - \\ &\quad 34a^2b^2\sigma_4 - 32b^4\sigma_3 - 64b^4\sigma_4) \end{aligned} \quad (21)$$

$$A_2 = \frac{-2b(3\mu\sigma_1 + 3\mu\sigma_2 - \sigma_3 - 2\sigma_4)(\mu^2 - 1)}{E(6b^2\mu^2 + a^2\mu - a^2 - 8b^2)} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{1-\mu^2}{2E(6b^2\mu^2 + a^2\mu - a^2 - 8b^2)(-b^2\mu + 2a^2 + b^2)} \cdot \\ &\quad (11a^2b^2\mu^2\sigma_1 - 13a^2b^2\mu^2\sigma_2 + 10b^4\mu^2\sigma_3 + 20b^4\mu^2\sigma_4 + \\ &\quad 4a^4\mu\sigma_1 + 2a^2b^2\mu\sigma_1 + 2a^2b^2\mu\sigma_2 + 6a^2b^2\mu\sigma_3 + \\ &\quad 12a^2b^2\mu\sigma_4 + 8b^4\mu\sigma_1 + 8b^4\mu\sigma_2 + 2b^4\mu\sigma_3 + 4b^4\mu\sigma_4 - \\ &\quad 4a^4\sigma_1 - 33a^2b^2\sigma_1 - a^2b^2\sigma_2 - 2a^2b^2\sigma_3 - 4a^2b^2\sigma_4 - \\ &\quad 8b^4\sigma_1 - 8b^4\sigma_2 - 16b^4\sigma_3 - 32b^4\sigma_4) \end{aligned} \quad (23)$$

$$B_2 = \frac{2(a^2\sigma_1 - a^2\sigma_2 + b^2\sigma_3 + 2b^2\sigma_4)(\mu^2 - 1)}{Ea(-b^2\mu + 2a^2 + b^2)} \quad (24)$$

应力分量为

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \\ &= \frac{E}{1-\mu^2} [A_2y + \mu(B_1 + B_2x)] \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \\ &= \frac{E}{1-\mu^2} (B_1 + B_2x + \mu A_2y) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\mu)} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \\ &= \frac{E}{2(1+\mu)} (B_2y + A_1 + A_2x) \end{aligned} \quad (27)$$

式中: σ_x 、 σ_y 分别为沿 x 、 y 轴的正应力; τ_{xy} 为切应力。

对于图 7 的分析模型, 求解出式(21)~式(24)中的各系数, 代入式(25)~式(27), 可得到正应力

σ_1 、 σ_2 、 σ_3 、 σ_4 作用下的应力分量 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 。

图7的分析模型由于试验中在 x 方向并未施加力,因此 $\sigma_3 = \sigma_4 = 0$ MPa。混凝土泊松比 μ 取 0.2,弹性模量取 3.0×10^4 N/mm²[23]。式(25)~式(27)未考虑切应力 τ ,因此 C 点的合切应力 τ_0 为

$$\tau_0 = \tau + \tau_{xy} \quad (28)$$

4 模型简化

以试件 EBCSJ-3 为例,试验中 AB 处布置应变片情况及应力值见图8。图8中,应变片间距为 150 mm。其中 A 处应力为 σ_1 , B 处应力为 σ_2 。在 AB 之间计算出的 6 处应力值,经线性拟合后,得到应力值在 xOy 坐标系的关系为

$$y = 0.17x + 27.57 \quad (29)$$

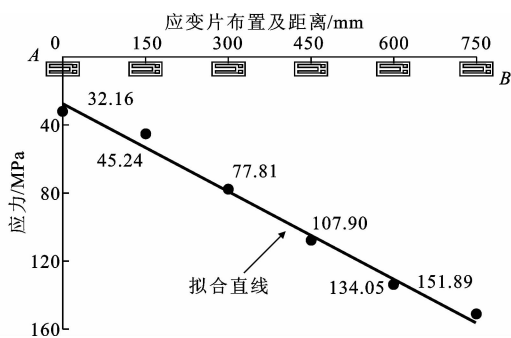


图8 AB 处应力情况

Fig. 8 Stress condition at AB

因此,可得 $\sigma_1 = 27.57$ MPa, $\sigma_2 = 155.44$ MPa, $a = 750$ mm, $b = 280$ mm,将 a 、 b 、 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 、 σ_4 、 μ 、 E 的值代入式(21)~式(27),得到 $\sigma_x = 47.01$ MPa, $\sigma_y = 162.74$ MPa, $\tau_{xy} = 0.33$ MPa。

BC 段切应力 τ 的计算采用以下方法:在 y 方向上,只有 AF 、 AB 上的正应力 σ_{AF} 、 σ_{AB} 和 BC 上的切应力 τ_{BC} ,根据 y 轴上的力平衡条件得到

$$\sigma_{AF} + \sigma_{AB} + (-\tau_{BC}) = 0 \quad (30)$$

式中: $\sigma_{AB} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}a$; $\tau_{BC} = \tau b$ 。

AF 段长度 $L = 760$ mm,根据试验中 AB 段正应力为线性的特点,将 AF 段正应力依然假设为线性,其斜率与 AB 段相同[14,24]。 AF 段上应力情况如图9所示。

根据图9可知, FG 段为受压区域,求解出 F 处应力 $\sigma_F = -102.01$ MPa, FG 长度为 598.31 mm。求解出 $\tau = -144.26$ MPa,从而可得到 S 处单元体应力: $\sigma_x = 47.01$ MPa, $\sigma_y = 162.74$ MPa, $\tau_0 = -143.93$ MPa。

根据材料力学理论[25],围绕 S 处取出单元体,

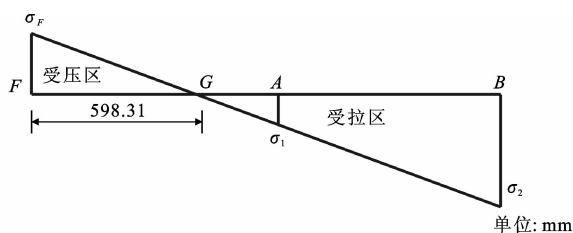


图9 AF 处应力情况

Fig. 9 Stress condition at AF

如图10所示。图10中, n 为法向, σ_α 为 α 角截面上的正应力, τ_α 为 α 角截面上的切应力,即

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\alpha) - \tau_0 \sin(2\alpha) \quad (31)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\alpha) + \tau_0 \cos(2\alpha) \quad (32)$$

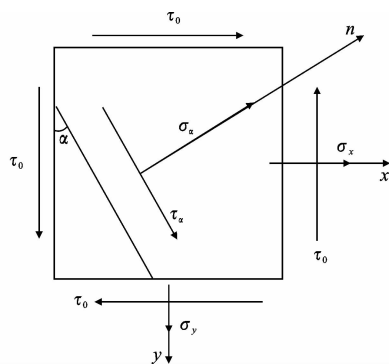


图10 S 处单元体

Fig. 10 Unit body at S

将 S 处单元体应力计算结果代入式(32)可知:当 $\tau_\alpha = 0$ MPa时, $\tan(2\alpha) = -2.49$,所以 $2\alpha = -68.10^\circ$ 或 $2\alpha = 111.90^\circ$ 。将 2 个 2α 值代入式(31)可知:当 $2\alpha = -68.10^\circ$ 时, $\sigma_\alpha < 0$ MPa; 当 $2\alpha = 111.90^\circ$, $\sigma_\alpha = 260.00$ MPa。所以最终求得的角度 $\alpha = 55.95^\circ$ 。

将 S 处的角度在 B 处进行一次轴对称变换,如图11所示。板的右侧应变片布置情况及应力值如下页图12所示。类似地,通过计算可求得破坏角度 $\alpha = 55.81^\circ$ 。

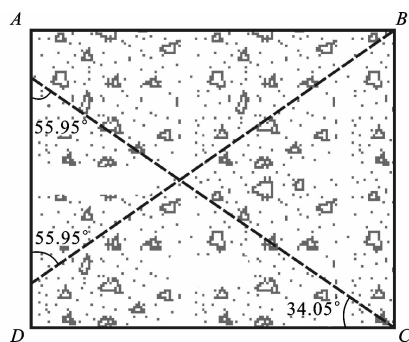


图11 左侧板的计算结果

Fig. 11 Calculation results of left slab

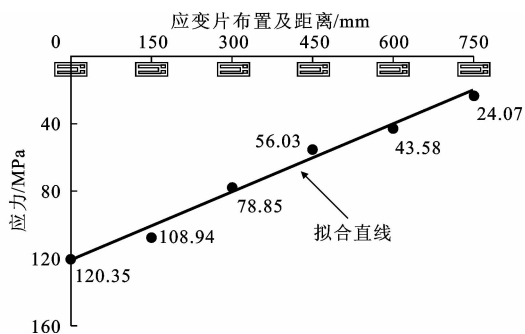


图 12 右侧板应力情况

Fig. 12 Stress condition of right slab

板最终的破坏角度理论计算情况如图 13 所示。通过和图 2~图 4 的试验结果对比,可以看出本文理论计算值与试验实测值吻合较好。

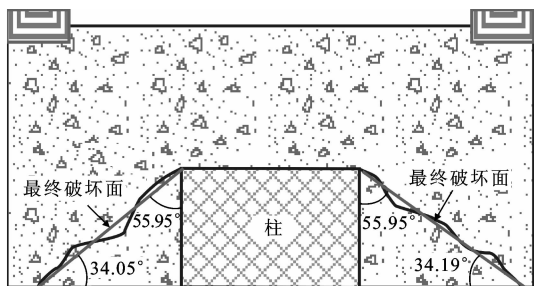


图 13 破坏角度

Fig. 13 Failure angle

5 结 语

(1)基于弹性力学位移变分法中的里茨法,忽略现浇板沿厚度方向的应力和应变,提出了钢筋混凝土梁-柱-板边节点现浇板主裂缝倾角的简化力学模型。

(2)主裂缝倾角的理论计算值分别为 34.05° 和 34.19° ,与试验结果吻合较好,本文方法可用于地震区钢筋混凝土结构中现浇板的失效机理分析。

(3)在对图 7 所示模型进行简化时,若仅选取 QRST 进行分析,忽略边界条件、现浇板其他区域应力作用等因素的影响,将导致理论计算结果与试验值存在一定偏差,下一步改进模型研究时应考虑上述因素的影响。

参考文献:

References:

[1] 蒋永生,陈忠范,周绪平,等. 整浇梁板的框架节点抗震研究[J]. 建筑结构学报, 1994, 15(6): 11-16.
JIANG Yong-sheng, CHEN Zhong-fan, ZHOU Xu-ping, et al. Aseismic research on RC frame joint of

monolithically casted slab[J]. Journal of Building Structures, 1994, 15(6): 11-16.

[2] 宁 宁,屈文俊,朱 鹏. 现浇板框架抗震性能的试验研究及理论分析[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2014, 42(2): 183-189.

NING Ning, QU Wen-jun, ZHU Peng. Experimental and theoretical study on seismic performance of RC frames with cast in-situ slabs[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2014, 42(2): 183-189.

[3] 邢国华,何志兵,牛荻涛,等. 钢筋混凝土梁-柱-板边节点抗剪强度计算模型[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2014, 45(9): 3277-3282.

XING Guo-hua, HE Zhi-bing, NIU Di-tao, et al. Analytical model for shear strength of reinforced concrete beam-column-slab exterior joints[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2014, 45(9): 3277-3282.

[4] 李 亮,李国强,汪 利. 水平荷载作用下新型钢-混凝土混合结构简化计算方法[J]. 建筑科学与工程学报, 2013, 30(4): 70-77.

LI Liang, LI Guo-qiang, WANG Li. Simplified computation algorithm of new multi-lateral resistant steel-concrete mixed structure under lateral load[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2013, 30(4): 70-77.

[5] 吴 涛,刘伯权,邢国华,等. RC 框架变梁变柱中节点抗裂性能试验[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2009, 29(4): 77-81.

WU Tao, LIU Bo-quan, XING Guo-hua, et al. Crack resistance test of interior joints with abrupt reduction in beam and column section in reinforced concrete frame[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2009, 29(4): 77-81.

[6] 潘 元,邢国华,吴 涛,等. 梁高不等的混凝土中柱节点抗震性能[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2010, 30(4): 60-65.

PAN Yuan, XING Guo-hua, WU Tao, et al. Failure mechanism and seismic behavior of interior joints with different depth beams[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2010, 30(4): 60-65.

[7] 吴从晓,周 云,赖伟山,等. 现浇与预制装配式混凝土框架节点抗震性能试验[J]. 建筑科学与工程学报, 2015, 32(3): 60-66.

WU Cong-xiao, ZHOU Yun, LAI Wei-shan, et al. Experiment on seismic performance of cast-in-situ and prefabricated concrete frame structure joints[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2015, 32(3): 60-66.

- [8] 李琪,张景,刘平,等.配置不同屈服点钢筋的RC十字型节点试验[J].建筑科学与工程学报,2011,28(3):9-13.
LI Qi, ZHANG Jing, LIU Ping, et al. Experiment of RC cross-shaped node configured with different yield point steels[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2011, 28(3): 9-13.
- [9] 窦祖融,王怡,薛伟辰.低周反复荷载下装配整体式混凝土框架边节点的抗震性能[J].建筑科学与工程学报,2010,27(2):61-66.
DOU Zu-rong, WANG Yi, XUE Wei-chen. Seismic performance of precast monolithic concrete frame exterior connections under low cyclic loading[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2010, 27(2): 61-65.
- [10] EHSANI M R, WIGHT J K. Effect of transverse beams and slab on behavior of reinforced concrete beam-to-column connections[J]. ACI Structural Journal, 1985, 82(2):188-195.
- [11] 徐芝纶.弹性力学[M].4版.北京:高等教育出版社,2006.
XU Zhi-lun. Elastic mechanics[M]. 4th ed. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [12] GENIKOMSOU A S, POLAK M A. Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS[J]. Engineering Structures, 2015, 98:38-48.
- [13] 肖珊,王丽华.金属板材应力集中现象的实验研究[J].大学物理实验,2009,22(4):13-18.
XIAO Shan, WANG Li-hua. Experimental research on stress concentration of sheet materials[J]. Physical Experiment of College, 2009, 22(4): 13-18.
- [14] NETO B N M, BARROS J A O, MELO G S S A. A model for the prediction of the punching resistance of steel fibre reinforced concrete slabs centrally loaded[J]. Construction and Building Materials, 2013, 46: 211-223.
- [15] KOPPITZ R, KENEL A, KELLER T. Punching shear of RC flat slabs-review of analytical models for new and strengthening of existing slabs[J]. Engineering Structures, 2013, 52:123-130.
- [16] KUMAR C N S, RAO T D G. Punching shear resistance of concrete slabs using mode-II fracture energy[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2012, 83:75-85.
- [17] 张然,武建勋.圣维南原理的一般性能量衰减指标[J].工程力学,2008,25(3):14-17,25.
ZHANG Ran, WU Jian-xun. Common energy decay indices of Saint-Venant's principle[J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(3): 14-17, 25.
- [18] 宋少云,尹芳.有限元网格划分中的圣维南原理及其应用[J].机械设计与制造,2012,12(8):63-65.
SONG Shao-yun, YIN Fang. Saint Venant principle of meshing in finite element method and its application[J]. Machinery Design & Manufacture, 2012, 8(8): 63-65.
- [19] AWREJCEWICZ J, PYRYEV Y. The Saint-Venant principle and an impact load acting on an elastic half-space[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 264(1): 245-251.
- [20] 杨端生,黄炎,田蕾.各向异性板平面应力问题的一般解析解[J].工程力学,2006,23(8):31-35.
YANG Duan-sheng, HUANG Yan, TIAN Lei. A general analytical solution for anisotropic plate in plane stress problem[J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(8): 31-35.
- [21] 秦泗吉,杨莉,盖纷纷.平面应力条件下轴对称拉深成形法兰区起皱和破裂分析[J].中国机械工程,2014,25(23):3221-3226.
QIN Si-ji, YANG Li, GAI Bin-bin. Analyses of wrinkling in flange region and rupture in axisymmetric deep drawing under plane stress model[J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(23): 3221-3226.
- [22] 黄海明.论平面应力状态[J].科学技术与工程,2009,9(4):985-987.
HUANG Hai-ming. Study on state of plane stress[J]. Science Technology and Engineering, 2009, 9(4): 985-987.
- [23] GB 50010—2010,混凝土结构设计规范[S].
GB 50010—2010, Code for design of concrete structures[S].
- [24] JAEGER T. Extended sandwich model for reinforced concrete slabs in flexure[J]. Engineering Structures, 2013, 56:2229-2239.
- [25] 孙训方,方孝淑,关来泰.材料力学(II)[M].5版.北京:高等教育出版社,2009.
SUN Xun-fang, FANG Xiao-shu, GUAN Lai-tai. Material mechanics (II)[M]. 5th ed. Beijing: Higher Education Press, 2009.