

文章编号:1671-8879(2015)06-0128-07

基于 SPEA2+ 的某轻型客车悬架多目标优化

祖庆华¹, 史文库¹, 王长新¹, 陈志勇¹, 方德广²

(1. 吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室, 吉林 长春 130022;

2. 南京依维柯汽车有限公司产品工程部, 江苏 南京 210028)

摘要:为了改善某轻型客车的平顺性和操纵稳定性,使用 Matlab 和 Adams-Car 联合建立了该车的整车多体动力学优化模型,采用 SPEA2+ 多目标进化算法对该车的前后悬架进行了匹配优化。为保证模型的准确性,特对该车轮胎的力学性能进行了测试,并通过参数辨识得到了基于魔术公式的轮胎属性文件(Pac2002)。其中优化变量包括前悬架扭杆的扭转刚度、前后减振器的阻尼曲线系数、前后稳定杆的扭转刚度和后悬架板簧的刚度,并根据该车实际情况确定了优化变量的约束范围。优化目标为稳态回转试验的最大侧向加速度、基准车速下蛇行试验的车身横摆角速度和侧倾角及速度 80 km/h、B 级路面的前后悬架上方的车架大梁 Z 向加速度均方根值。然后根据优化的结果进行了悬架样件试制,并在某汽车试验场进行了对比验证试验。试验结果表明:优化后平顺性提高约 20%,操从稳定性基本不变,采用的联合优化方法是有效可行的;该优化方法是汽车 CAO 技术发展的一种趋势,对汽车底盘的虚拟开发及优化具有一定的指导作用。

关键词:汽车工程;轻型客车;悬架;SPEA2+;多目标优化;汽车 CAO

中图分类号:U462.3 **文献标志码:**A

Multi-objective optimization of suspension of light bus based on SPEA2+

ZU Qing-hua¹, SHI Wen-ku¹, WANG Chang-xin¹, CHEN Zhi-yong¹, FANG De-guang²

(1. State Key Laboratory of Automotive Simulation and Control, Jilin University, Changchun 130022, Jilin, China;

2. Department of Product Engineering, Nanjing IVECO Motor Company Limited, Nanjing 210028, Jiangsu, China)

Abstract: In order to improve the vehicle's ride comfort and stability, a virtual dynamic model of a light bus was established in Matlab and Adams-Car. Multi-objective method of SPEA2+ was used for reasonably matching and optimizing the front and rear suspensions' parameters. The tire mechanical characteristics was firstly tested to secure the accuracy of the model, then the magic formula tire model (Pac2002) was obtained by parameter identification method. An optimal method for light bus's suspension system was put forward, in which the torsion stiffness of front torsion bar, the pre and post damping curve coefficients, the torsional stiffness of pre and post stabilizer bars and the stiffness of rear suspension were selected as the optimal variables. The allowed regions of optimization variables were separately determined according to the bus's actual situation. The max lateral acceleration of steady static circular simulation, the yaw rate and roll

收稿日期:2015-07-25

基金项目:国家自然科学基金项目(51205158);中国博士后科学基金面上项目(2013M541294)

作者简介:祖庆华(1988-),男,吉林长春人,工学博士研究生,E-mail:zu_qinghua@126.com.

angle of the body of slalom simulation, and the Z-direction acceleration RMS of the frame on B-level road at speed of 80 km/h were chosen as the optimal target. Later, the suspension samples were manufactured, and the comparative trials were respectively done at an automotive proving ground to verify the optimization results. The results show that the ride comfort of the optimized bus increases by about 20%, while the stability remain unchanged and the proposed optimization method can be used for improving the vehicle's ride comfort and stability and it has become a development trend of automotive computer-aided optimization technology (CAO). It has the guiding significance for virtual development and optimization of automotive chassis. 2 tabs, 17 figs, 18 refs.

Key words: automobile engineering; light bus; suspension; SPEA2+; multi-objective optimization; automotive CAO

0 引言

通常,在底盘悬架开发或改进中,由于车辆的平顺性与操纵稳定性对弹性元件刚度和减振器阻尼参数的要求是相互矛盾的,所以需要整车前后悬架的刚度和阻尼参数进行平衡优化,以实现车辆性能的提升^[1-2]。目前,多目标优化方法在汽车车身结构优化、动力总成悬置匹配和混合动力车参数优化等方面都得到了很好的应用^[3-6],并在汽车悬架优化方面也有一些应用。湖南大学丁飞等建立了悬架导向机构的运动数学模型,对悬架硬点作了灵敏度分析和多目标优化^[7];长安大学吕彭民等基于车辆舒适性和轮胎动载,采用统一目标函数法对车辆悬架参数进行了优化^[8]。在国外,悬架优化方面基本上都已经采用多目标优化方法^[9-12]。尽管悬架的优化也部分采用了虚拟样机模型,但几乎都是简化模型,模型和实际悬架有不小的出入,特别是对钢板弹簧悬架的模型,国内外在优化时采用的都是简化模型,即采用别的类型的弹簧代替,优化其一个刚度变量,没有考虑刚度变化后,板簧的导向变形作用引起的车身姿态的变化。再者,优化受限于模型的简化,优化的目标较少且简单,不能真实反映车辆的平顺性和操纵稳定性,而且车辆轮胎性能对操纵稳定性有重要影响,其轮胎参数也并不是都进行了实际测试,往往是近似采用同类型的或软件模板自带的。基于此,本文首先对所使用的轮胎进行力学性能测试,以确保优化模型正确。同时基于板簧自由状态下的形状,采用 Beam 梁法,建立片数和实际一样多的钢板弹簧模型,这样优化的结果可以更接近实际情况,保证优化方案的可行性。在多目标优化算法方面,文献^[13-14]采用了常用的遗传算法对车辆的平顺性和操纵稳定性进行优化。这里采用改进后的遗传进

化算法 SPEA2+,它较 NSGA-II 具有一些优势,特别是在 3 个目标以上的优化方面^[15-16]。因此,本文结合某轻型客车的前后悬架优化,采用 SPEA2+对其平顺性和操纵稳定性进行多目标优化,然后根据优化结果试制了悬架样件,最后在某汽车试验场进行了新、旧悬架的行驶平顺性和操纵稳定性的对比试验。

1 整车多体模型的建立

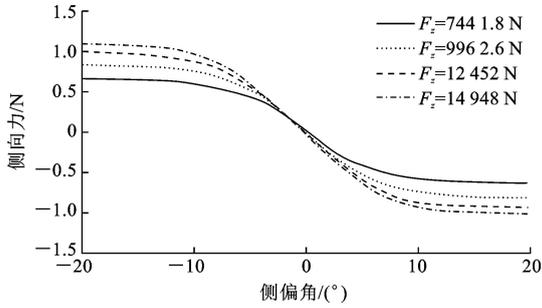
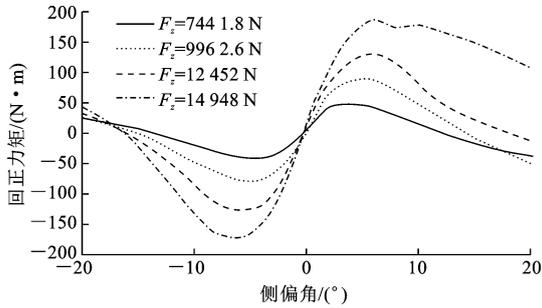
1.1 轮胎力学性能参数测试

基于整车的多体动力学模型仿真与 Matlab 联合进行的多目标优化,其优化结果的准确性与所建立多体模型的准确性有很大关系,加上轮胎的性能参数对车辆操纵稳定性和平顺性有非常重要的影响^[17],需要对所研究车辆的轮胎进行轮胎力学性能测试,以确保整车模型中的轮胎性能与实际轮胎性能的一致性。试验在吉林大学汽车工程学院轮胎试验台上进行,如图 1 所示。限于篇幅,只列出不同垂向荷载 F_z 下,纯侧偏工况侧向力 F_y 、回正力矩 M_z 随侧偏角 α 变化的关系曲线,如下页图 2、图 3 所示。通过对试验数据进行全局参数辨识,得到基于



图 1 轮胎力学性能参数测试

Fig. 1 Test of tire mechanical characteristics

图2 轮胎胎压为 475 kPa 时 F_y - α 关系曲线Fig. 2 Tire pressure: 475 kPa, relationship curve of F_y - α 图3 轮胎胎压为 475 kPa 时 M_z - α 关系曲线Fig. 3 Tire pressure: 475 kPa, relationship curve of M_z - α

Magic Formula 的轮胎模型(PAC2002)的参数,然后利用该参数生成属性文件以输入到整车的多体模型中,为整车前后悬架的联合优化提供可靠保证。

1.2 钢板弹簧悬架模型的建立

钢板弹簧的建模是汽车整车多体建模的重点和难点。常用的板簧建模方法有 SAE 三段梁法、离散 Beam 梁法及有限元法等^[18]。建模前需要测量钢板弹簧总成自由状态下每片簧片的中心线坐标,点数尽可能多些。本文采用离散 Beam 梁法,使用 Adams-Chassis 模块下的 Leaf Spring Editor 工具建立该车自由状态下钢板弹簧模型,再导入 Adams-Car 中建立所需的后悬架总成模型,如图 4 所示。



图4 两片钢板弹簧后悬架多体模型

Fig. 4 Multi-body dynamic model of rear suspension with two paper leaf spring

1.3 某轻型客车整车多体模型的建立

使用 Adams-Car 软件中的 Template 分别建立该车前、后悬架系统、转系统、动力系统、制动系统、轮胎和车身的模版,再建立相应的 Subsystem,最后组建成整车的多体动力学模型,如图 5 所示。

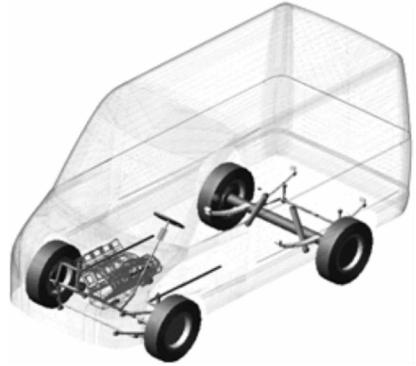


图5 整车 Adams-Car 多体模型

Fig. 5 Multi-body Adams-Car model of light bus

2 前后悬架多目标优化模型

SPEA (strength pareto evolutionary algorithm)是瑞士的 Zitzler 和 Thiele 在 1999 年提出的一种第 2 代多目标进化算法。SPEA2 是他们在 2001 年对 SPEA 的改进版本,主要在适应度分配策略、个体分布性的评估方法和非支配解集的更新 3 个方面进行了改进。本文采用的 SPEA2+ 是日本 Doshisha 大学的 Kim 和 Hiroyasu 等于 2004 年提出的,主要是在 SPEA2 的基础上引入 2 个机制:一个是更有效的交叉机制-紧邻交叉,以增加搜索寻优能力,保持种群多样性;二是采用归档机制,引入 2 个归档集,保留 Pareto 最优解,一个保留目标空间的优秀个体,一个保留变量空间的优秀个体,当 2 个归档集中非支配解数量过多时,采用个体间的 Euclid 距离,对其进行筛检。SPEA2+ 法不仅保持目标空间的多样性,而且保持优化变量空间的多样性,所以在多维目标优化方面,SPEA2+ 较 SPEA2 和 NSGA-II 都具有优越性,是较好的多目标优化算法。本文采用该进化算法对某轻型客车的前后悬架进行多目标优化,以提高该车的行驶平顺性和操纵稳定性。SPEA2+ 算法的计算流程如下页图 6 所示。

下面使用 Matlab 软件编制 SPEA2+ 算法优化程序,并联合 Adams-Car 对某轻型客车的前后悬架进行多目标优化。

前后悬架的垂直刚度和阻尼及稳定杆的扭转刚度的选取恰当与否对车辆平顺性和操纵稳定性的好

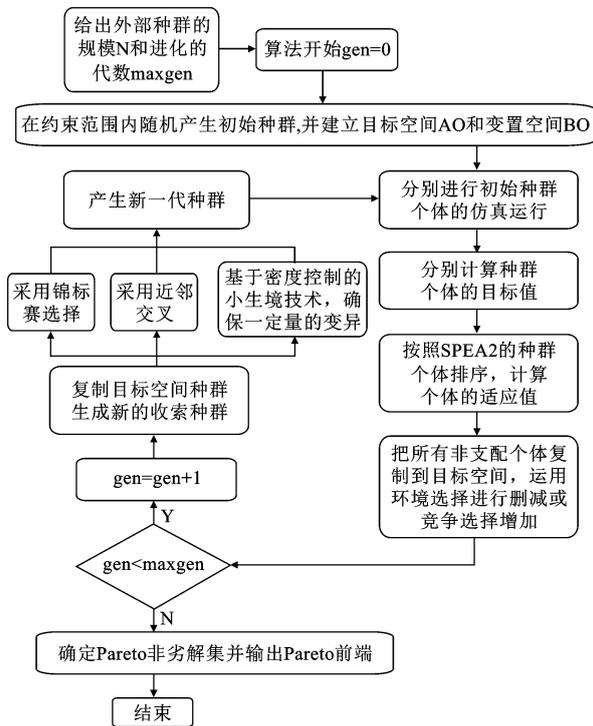


图 6 SPEA2+算法流程

Fig. 6 Algorithm flow of SPEA2+

坏都具有决定性的作用。所以本文的优化设计变量选取为:前悬架扭杆的扭转刚度 T_1 、后悬架的刚度 K 、前后横向稳定杆的扭转刚度 T_2 、 T_3 、前后减振器的阻尼特性曲线系数 C_1 、 C_2 。即优化变量为

$$X = \{K, T_1, T_2, T_3, C_1, C_2\} \quad (1)$$

根据工程经验,由该轻型客车常用前后悬架偏频,及空满载状态下的偏频确定设计变量 K_1 、 K_2 、 T_1 、 T_2 和 T_3 的大致变化范围。 C_1 、 C_2 是在现有阻尼特性曲线的基础上进行优化的一个变量系数,根据该车的实际情况确定二者的变化范围为 0.5~2。对于目标函数的选取,主要考虑设计载荷下的车辆性能指标。关于平顺性的目标,选取最直接反映悬架好坏的前后悬架上方车架上对应位置的 Z 向加速度均方根值 a_{fz} 和 a_{rz} 。关于操纵稳定性的目标,这里考察 2 种国标试验 (GB/T 6323.6—1994 和 GB/T 6323.1—1994) 下的相关指标。由于稳态回转性能具有操纵稳定性的“否决权”,所以首先是稳态回转下车辆所能达到的最大侧向加速度 a_y , 为了便于编程优化,这里 a_y 取实际测得加速度值绝对值的相反数;其次是基准车速下蛇行试验的平均横摆角速度 r 和平均车身侧倾角 ϕ 。即整车的优化目标函数为

$$\min F(X) = \{a_{fz}, a_{rz}, a_y, r, \phi\} \quad (2)$$

这里仍采用 SPEA2 中个体的适应度函数

$\text{Fit}(i) = R(i) + D(i)^{[11]}$ 计算种群个体适应值。

根据该优化问题的实际情况,适当增加便于优化处理的必要约束条件:

(1) 根据该车平顺性目标值,要求前后测点加权加速度值 a_{fz} 、 a_{rz} 都小于等于 0.5 g;

(2) 基准车速蛇行试验下,车身侧倾角 ϕ 小于等于 5.5° ;

(3) 考虑到车辆的不足转向度是车辆操纵稳定性的必要指标,横摆角速度增益应满足 $0.18\text{s}^{-1} \leq \frac{r}{\delta} \leq 0.33\text{s}^{-1}$, 其中 r 为横摆角速度, δ 为方向盘转角。

仿真优化过程可以简述为:由 Matlab 程序通过 SPEA2+ 产生初始种群个体即优化变量,然后分别写入到 .adm 模型文件,根据 T_1 的大小适量调整模型中的参数变量 Preload 的大小,也写入到 .adm 模型文件,再调用 .acf 文件,利用事先编制好的针对该车的驱动文件进行稳态回转和基准车速下的蛇行试验仿真。随后读取仿真生成的 .res 文件中的数据,按照 SPEA2 的种群个体排序,计算个体的适应值,然后返回给 SPEA2+ 算法,保持优秀个体并生产下一代优化种群,进行下一代的仿真计算,依此循环操作直至所要求的最大代数,得到 Pareto 非劣解集,并输出 Pareto 前端。最后根据 Pareto 前端的分布情况和实际优化的侧重性从中挑出一两组优化变量,并进行常规验算,如符合要求,则可作为设计或改进方案进行实施。

3 联合仿真与优化结果

在保证一定优化效果的前提下,为了便于计算及减少仿真优化时间,本文选取初始种群规模为 200,外部种群规模为 30,进化代数为 20,交叉概率为 0.85,变异概率为 0.01。根据实际车辆情况确定优化变量的范围:下限是 $X_{\min} = \{50, 5 \times 10^4, 2 \times 10^5, 1 \times 10^5, 0.5, 0.5\}$; 上限是 $X_{\max} = \{75, 1 \times 10^5, 9 \times 10^5, 5 \times 10^5, 2, 2\}$, 其单位与 Adams-Car 模型中的单位保持一致,以利于目标函数及个体适应值的计算。经过联合仿真优化可以得到 1 个 Pareto 解集和相应 Pareto 前端,然后从中选出 1 组侧重于平顺性的较理想的结果: $K = 60.5 \text{ N/mm}$, $T_1 = 6.4 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{mm/deg}$, $T_2 = 7.05 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm/deg}$, $T_3 = 3.1 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm/deg}$, $C_1 = 1.21$, $C_2 = 0.91$, 以此数据进行车辆常规性能指标的计算。验算结果符合设计要求,所以可以作为优化方案进行样件的

试制。

4 对比试验验证

根据优化方案进行了悬架样件的生产试制。为了检验优化效果,需对车辆的平顺性和操纵稳定性都进行试验测试。对于优化前后车辆平顺性的优化效果,特意选取2种能明显反映悬架振动好坏的试验路面工况:小卵石路况、比利时路况,见图7。

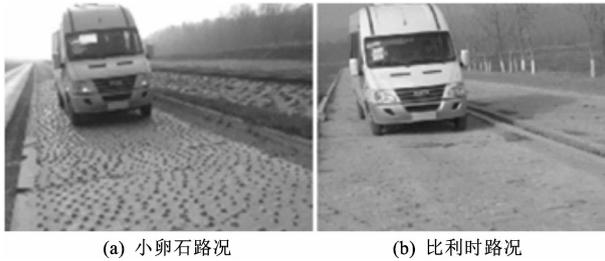


图7 平顺性测试的2种路况

Fig. 7 Two road conditions of riding test

试验是在满载状态进行,按照要求装载盛满水的塑料桶假人以模拟乘员,并固定在座椅上,按照事先选定几种常用车速进行平顺性测试,加速度传感器的位置和所采用的LMS测试系统见图8。

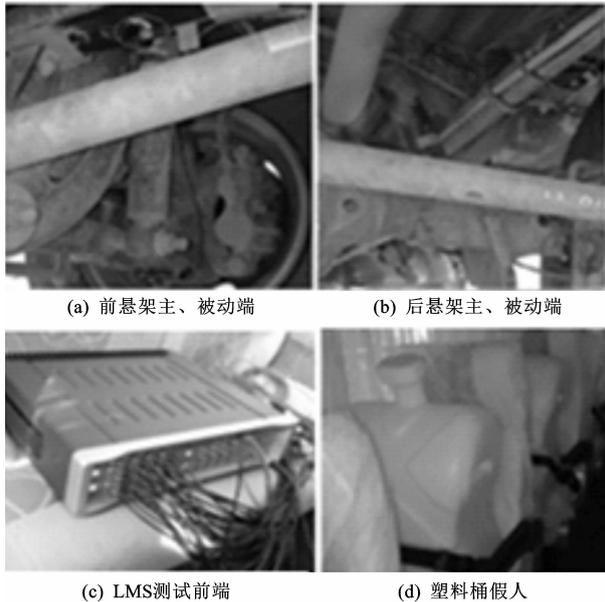


图8 传感器位置、LMS测试前端及塑料桶假人

Fig. 8 Sensor location, LMS equipment and plastic dummies

这里评价平顺性的好坏主要是看前后悬架上方车架大梁的Z向振动加速度的大小,计算优化前后的加速度均方根值,见表1和表2。其中,前悬上方表示对应实际前悬架上方车架大梁测点处的振动大小,后悬上方对应实际后悬架上方车架大梁测点处的振动大小。

表1 小卵石路况测试结果

Tab. 1 Test results of pebble pavement

车速/ (km·h ⁻¹)	优化前/(m·s ⁻²)		优化后/(m·s ⁻²)	
	前悬上方	后悬上方	前悬上方	后悬上方
30	2.5	3.0	1.9	2.1
40	2.8	3.4	2.1	2.5
50	3.5	4.0	2.8	3.1
60	4.9	5.2	3.6	3.9

表2 比利时路况测试结果

Tab. 2 Test results of Belgian road

车速/ (km·h ⁻¹)	优化前/(m·s ⁻²)		优化后/(m·s ⁻²)	
	前悬上方	后悬上方	前悬上方	后悬上方
20	3.5	4.1	2.7	3.1
30	4.2	5.3	3.4	4.3
40	5.2	6.2	4.2	5.3
50	6.3	7.5	5.4	6.0

由表1、表2数据对比可以看出:所选的2种路面工况,优化后该车的前后悬架上方的振动都较优化前有明显降低,平均降幅达20%。这表明优化后车辆的平顺性有明显提高。

接下来,对改进后该车的操纵稳定性进行试验验证。在某汽车试验场进行了满载下的蛇行试验和稳态回转试验,如图9、图10和下页图11所示。

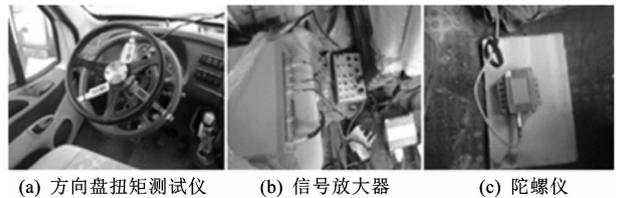


图9 操纵稳定性试验设备

Fig. 9 Handling and stability test equipment



图10 蛇行试验

Fig. 10 Pylon course slalom test

限于篇幅,这里仅列出该车满载状态下基准车速50 km/h蛇行试验和稳态左回转试验的测试对比图。如下页图12~图14所示。

从下页图12~图14中的对比试验数据可以看出:前后悬架优化后,车辆蛇行试验的横摆角速度与车身侧倾角都有所降低;稳态回转所达到的最大侧向加速度有所增加,说明稳态回转性能也有所提升,



图 11 稳态回转试验

Fig. 11 Steady static circular test

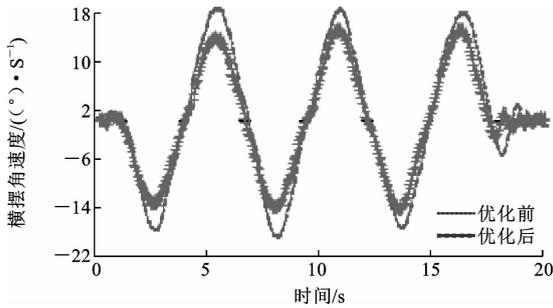


图 12 50 km/h 满载蛇行车身的横摆角速度

Fig. 12 Yaw rate of vehicle body of pylon 50 km/h

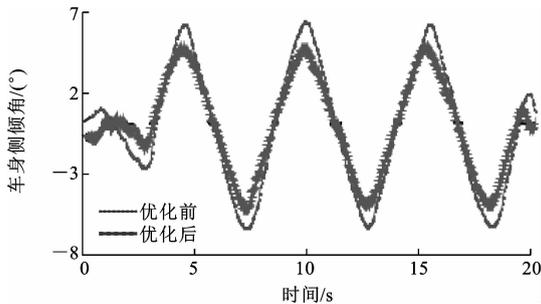


图 13 50 km/h 满载蛇行车身的侧倾角

Fig. 13 Roll angle of vehicle body of pylon 50 km/h

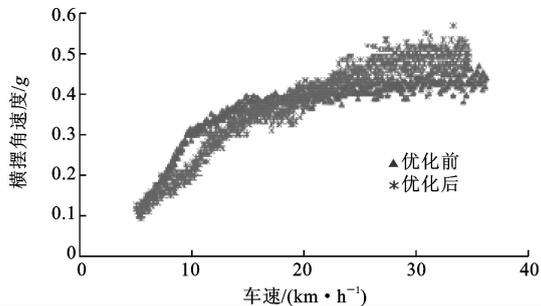


图 14 满载稳态左转测试结果

Fig. 14 Results of left steady static circular test

由此可以基本确定优化后该车的操纵稳定性得到了一定的改善。

5 结语

(1)在优化前为保证模型准确性,对该车轮胎力学性能进行了测试,并通过全局参数辨识得到了基于 Magic Formula 的轮胎属性文件。依据此轮胎模

型和其他整车参数在 Adams-Car 中建立整车多体动力学模型。

(2)由于 SPEA2+算法的复杂度不小,所以本文在保证一定优化结果的前提下对遗传算法的初始种群数和进化代数进行适当的限制。经过联合仿真优化得到 Pareto 解集和 Pareto 前端,然后从中选出 1 组侧重于平顺性的结果。以此数据进行了验算,然后确定了优化方案。

(3)根据优化方案进行悬架样件的试制,把样件装车在某汽车试验场进行了优化前后平顺性及操纵稳定性的对比验证试验。结果表明,所采用的联合优化方法对优化车辆的平顺性和操纵稳定性是有效可行的。

(4)本文的优化过程需要大量的运算时间,且需要一定的经验从优化前端中找出所需的侧重某方面性能的优化结果,在优化方法上有改进的空间,可以围绕优化方法的改进进行后续研究。

参考文献:

References:

- [1] 刘江,桂良进,王青春,等.全承载式大客车车身结构多目标优化[J].汽车工程,2008,30(2):170-173.
LIU Jiang, GUI Liang-jin, WANG Qing-chun, et al. Multi-objective optimization on the body structure of integral bus [J]. Automotive Engineering, 2008, 30 (2):170-173. (in Chinese)
- [2] 童炜,陈剑斌,宋晓琳.基于 ADAMS 的发动机悬置系统多目标优化[J].汽车工程,2011,33(11):971-975.
TONG Wei, CHEN Jian-bin, SONG Xiao-lin. Multi-objective optimization of engine mounting system based on ADAMS [J]. Automotive Engineering, 2011, 33(11):971-975. (in Chinese)
- [3] 吴光强,陈慧勇.基于遗传算法的混合动力汽车参数多目标优化[J].汽车工程,2009,31(1):60-64.
WU Guang-qiang, CHEN Hui-yong. Multi-objective optimization of HEV parameters based on genetic algorithm [J]. Automotive Engineering, 2009, 31(1):60-64. (in Chinese)
- [4] 杨观赐,李少波,璩晶磊,等.基于 Pareto 最优原理的混合动力汽车多目标优化[J].上海交通大学学报,2012,46(8):1297-1303.
YANG Guan-ci, LI Shao-bo, QU Jing-lei, et al. Multi-objective optimization of hybrid electrical vehicle based on Pareto optimality [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2012, 46(8):1297-1303. (in Chi-

- nese)
- [5] 陈国栋. 基于代理模型的多目标优化方法及其在车身设计中的应用[D]. 长沙: 湖南大学, 2012.
CHEN Guo-dong. Multi-objective optimization method based on metamodel and its applications in vehicle body design[D]. Changsha: Hunan University, 2012. (in Chinese)
- [6] 刘 伟. 客车悬架橡胶衬套对整车性能影响研究与多目标优化[D]. 长春: 吉林大学, 2012.
LIU Wei. A study on multi-objective optimization and bus performance affected by suspension rubber bushing[D]. Changchun: Jilin University, 2012. (in Chinese)
- [7] 丁 飞, 韩 旭, 刘桂萍, 等. 悬架导向机构硬点灵敏度分析及多目标优化设计[J]. 汽车工程, 2010, 32(2): 137-142.
DING Fei, HAN Xu, LIU Gui-ping, et al. Hardpoints sensitivity analysis and multi-objective optimization of suspension guiding mechanism[J]. Automotive Engineering, 2010, 32(2): 137-142. (in Chinese)
- [8] 吕彭民, 和丽梅, 尤晋闽. 基于舒适性和轮胎动载的车辆悬架参数优化[J]. 中国公路学报, 2007, 20(1): 112-117.
LU Peng-min, HE Li-mei, YOU Jin-min. Optimization of vehicle suspension parameters based on comfort and tyre dynamic load[J]. China Journal of Highway and Transport, 2007, 20(1): 112-117. (in Chinese)
- [9] Ozcan D, Sonmez U, Guvenc L, et al. Optimization of nonlinear spring and damper characteristics for vehicle ride and handling improvement[J]. SAE paper, 2008-01-2669.
- [10] Georgiou G, Verros G, Natsiavas S. Multi-objective optimization of quarter-car models with a passive or semi-active suspension system[J]. Vehicle System Dynamics, 2007, 45(1): 77-92.
- [11] Goncalves J P C, Ambrosio J A C. Road vehicle modeling requirements for optimization of ride and handling[J]. Multibody System Dynamics, 2005, 13(1): 3-23.
- [12] Zhou Y C, Chen S A, Wang J C. Two-acceleration-error-input proportional-integral-derivative control for vehicle active suspension[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering: English Edition, 2014, 1(3): 228-234.
- [13] 潘 筱, 陈潇凯, 林 逸, 等. 基于遗传算法的汽车平顺性和操纵稳定性优化[J]. 北京工业大学学报, 2012, 38(11): 1638-1642.
PAN Xiao, CHEN Xiao-kai, LIN Yi, et al. Optimization study on the vehicle handling stability and ride comfort using genetic algorithm method[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2012, 38(11): 1638-1642. (in Chinese)
- [14] 奉铜明, 钟志华, 闫晓磊, 等. 基于 NSGA-II 算法的多连杆悬架多目标优化[J]. 汽车工程, 2010, 32(12): 1063-1066.
FENG Tong-ming, ZHONG Zhi-hua, YAN Xiao-lei, et al. Multi-objective optimization for multi-link suspension based on NSGA-II algorithm[J]. Automotive Engineering, 2010, 32(12): 1063-1066. (in Chinese)
- [15] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm[C]//Proceedings of International Conference on Evolutionary Methods for Design Optimization and Control with Applications to Industrial Problems; Springer, 2001: 95-100.
- [16] Kim M, Hiroyasu T, Miki M, et al. SPEA2+: Improving the performance of the strength Pareto evolutionary algorithm 2[C]//Yao X, Burke E K, Lozano J A, et al. Proceedings of 8th International Conference on Parallel Problem Solving from Nature PPSN VIII. Birmingham; Springer, 2004, 3242: 742-751.
- [17] 郭孔辉. 汽车操纵动力学原理[M]. 南京: 江苏科学技术出版社, 2011.
GUO Kong-hui. Dynamic principle of automotive steering systems[M]. Nanjing: Jiangshu Science and Technology Press, 2011. (in Chinese)
- [18] Sugiyama H, Ahmed A, Shabana Mohamed A. Omar, et al. Development of nonlinear elastic leaf spring model for multibody vehicle systems[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2006, 195(50/51): 6925-6941.