

连续梁基频实用计算公式

王凌波¹, 蒋培文², 马印平¹

(1. 长安大学 旧桥检测与加固技术交通行业重点实验室, 陕西 西安 710064; 2. 陕西省交通厅基本建设工程质量监督站 工程监督科, 陕西 西安 710075)

摘 要:基频是连续梁的重要参数之一,在结构动力响应、抗震设计、冲击系数及共振分析等方面具有重要的理论意义。针对《公路桥梁设计通用规范》(JTG D60—2015)中连续梁基频公式近似计算结果与实际偏差较大的问题,研究常规等截面及大跨径变截面连续梁基频的近似计算问题,依托结构动力学基本特征方程推导出连续梁基频的近似计算公式,将结构参数的常见变化范围进行整理并各自均匀提取若干数值作为参数样本,计算中不考虑剪切变形及横隔板、齿板等细部构造的影响,将所有参数样本全排列得到 10 万余座不同参数的桥梁样本,实现常见参数连续梁“全覆盖”。利用 APDL 编程语言对 ANSYS 进行二次开发,结合工作站的强大计算能力,批量计算 10 万余座桥梁样本的理论基频,最终对连续梁基频近似计算公式的形式进行理论分析,结合 1stopt 与 MATLAB 软件对各种可能的计算公式进行非线性拟合,直至得出形式简明、计算精度高的最佳基频近似计算公式。研究结果表明:连续梁基频的近似计算公式和有限元计算值最大误差为 2.1%,平均绝对值误差为 0.3%,判定系数 R^2 均大于 0.999 9,近似程度良好。经实际工程验证,可快速准确地对连续梁基频进行估算、验算。

关键词:桥梁工程;连续梁;基频;计算公式;误差分析

中图分类号:U448.215

文献标志码:A

Practical calculation formulas for fundamental frequency of continuous beams

WANG Ling-bo¹, JIANG Pei-wen², MA Yin-ping¹

(1. Key Laboratory of Old Bridge Detection and Reinforcement Technology of Ministry of Transport, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 2. Engineering Supervision Department, Basic Construction Project Quality Supervision Station of Shaanxi Provincial Transport Department, Xi'an 710075, Shaanxi, China)

Abstract: Fundamental frequency is one of the most important parameters for continuous beams, which has important theoretical significance in several aspects, such as structural dynamic response, seismic design, impact factor and resonance analysis. Aiming at the obvious deviation between “General Code for Design of Highway Bridges and Culverts” (JTG D60—2015) and actual structure in fundamental frequency calculation, approximate fundamental frequency calculation for both normal cross-section and long-span variable cross-section continuous beams were studied. Approximate calculation formula of fundamental frequency for continuous beams

收稿日期:2016-08-07

基金项目:国家自然科学基金项目(51308056, 51678061);中国博士后科学基金项目(2015M572511);陕西省自然科学基金项目(2015JQ4104);中央高校基本科研业务费专项资金项目(310821153306)

作者简介:王凌波(1984-),女,陕西西安人,副教授,工学博士,E-mail:dr. wlb@qq.com。

was derived based on structural dynamic equations. Common range data of structural parameters were handled and uniformly recovered to be parameters sample. A series of simplification were carried out during the analysis, for example, the influences of structure details such as shear deformation, horizontal clashboard and tooth plate were ignored. A sample of more than 100 thousand continuous beams with uniform section and variable section was analyzed, of which structural parameters cover all common parameters of continuous beam. Then the fundamental frequency of the sample was batch computed after APDL program language's secondary development based on ANSYS and competitive computation power of work station. Finally, the theoretical analysis was conducted to the form of approximate calculation formula of fundamental frequency of continuous beam. In addition, the optimal practical formulas with concise form and high calculation accuracy were obtained by nonlinear fitting all kinds of possible calculation formulas through 1stopt and MATLAB. The results show that the maximum deviation from finite element calculation result to presented formulas result is 2.1%, the average absolute deviation is 0.3%, and the determination coefficient R^2 exceeds 0.999 9, which proves that the formulas coincide well with the facts. Through practical engineering verification, the practical formulas can estimate and calculate the fundamental frequency of continuous beams conveniently and precisely. 5 tabs, 7 figs, 29 refs.

Key words: bridge engineering; continuous beam; fundamental frequency; calculating formula; error analysis

0 引言

连续梁是桥梁建设中的一种重要桥型,应用十分广泛,而基频是连续梁的重要参数之一,在结构动力响应、抗震设计、冲击系数及共振分析等方面均具有重要的理论意义。

现行《公路桥涵设计通用规范》(JTG D60—2015)(以下简称《通规》)中给出的连续梁基频近似计算公式中涉及的结构参数仅包括结构的计算跨径、主梁截面刚度以及跨中处的单位长度质量,并未考虑主梁的跨数、各跨跨径以及变截面参数等的影响,采用该公式计算得到的基频与精确解往往偏差较大^[1]。既有文献中对于连续梁的车桥耦合作用以及冲击系数的影响因素研究较多,而对于连续梁基频的实用计算公式研究较少。刘华等分别对连续梁、连续刚构在车辆荷载下的动力响应进行了研究,并得到了桥梁基频与冲击系数之间的关系^[2-3];张怀静等利用等截面连续梁的模态给出了不同截面以及跨径组合下变截面连续梁动力特性的解析解^[4-5];周勇军等通过对室内连续梁模型进行静力试验和模态试验,并与有限元模型对比分析,研究了连续梁在纵桥向和横桥向的自振特性^[6-7];张晓栋采用 MATLAB 对连续梁、连续刚构以及刚构-连续组合体系桥梁在不同参数组合下的自振特性进行分析,得到

了相应的一阶竖向振动频率计算公式,但其拟合误差较大^[8];翼伟等制作了波形钢腹板预应力混凝土连续箱梁的室内试验梁模型,根据竖向基频实测结果对《通规》中的连续梁基频公式进行了修正^[9];陈文强等通过对不同跨度的 T 梁桥进行有限元分析,回归出与跨径相关的简支 T 梁、连续 T 梁的基频公式^[10];苗家武等采用理论推导与国内外大跨度斜拉桥统计分析相结合的手段,修正了桥梁抗风规范中的斜拉桥基频计算公式^[11];金林杰通过建立包含不同设计参数的有限元模型,回归出高墩大跨连续刚构桥及刚构-连续组合梁桥的基频计算公式^[12];周勇军等构造了 64 种高墩连续刚构桥的有限元模型,推导了此类桥梁纵向振动基频的理论计算公式^[13]。

根据既有研究成果不难发现:①连续梁(尤其是变截面连续梁)结构参数及自由度较多,无法得到精确的解析解^[14-17];②部分研究文献中采用数十座不同参数连续梁作为研究对象进行基频公式拟合,样本过少导致“以偏概全”,样本外桥梁套用该回归公式时偏差较大。针对连续梁基频实用计算公式计算结果与实际偏差较大的问题,本文将结构参数常见变化范围进行整理并各自均匀提取若干数值作为参数样本,继而将所有参数样本全排列得到 10 万余座桥梁样本,实现常见参数连续梁“全覆盖”^[18-24];利用 APDL 编程语言对 ANSYS 进行二次开发,结合

工作站的强大计算能力,批量计算 10 万余座桥梁样本的理论基频;最终对基频近似计算公式的形式进行理论分析,结合 1stopt 及 MATLAB 软件对各种可能的计算公式进行非线性拟合,直至得出形式简明、计算精度高的最佳基频近似计算公式,以快速准确地对连续梁基频进行估算、验算。

1 连续梁基频近似计算公式简化形式

连续梁结构参数较多,结构刚度 EI (E 为材料弹性模量, I 为截面抗弯惯性矩)、每延米质量 m 、跨数 x 、跨径 L 、边中跨跨径比 k 、大跨径变截面连续梁的梁高变化曲线次数 r 、跨中与墩顶梁高比 α 等参数均影响到结构的基频近似结果,若直接对上述参数进行基频公式拟合,公式形式难以确定,精度不易控制,运算量过大,拟合效果不佳^[25-26]。

根据结构动力学理论,连续梁结构的特征值方程为^[27]

$$|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0 \quad (1)$$

式中: \mathbf{K} 为结构的刚度矩阵; \mathbf{M} 为结构的质量矩阵; ω 为结构振动圆频率,所有解中的最小值 ω_1 即结构基频。

对于连续梁这种特殊结构,忽略齿板、横隔板等局部构造,当墩顶处主梁刚度 EI 确定时,所有截面的刚度均为 EI (等截面) 或与 EI 成固定比例 (变截面)。同理,当墩顶处主梁每延米质量 m 确定时,所有截面的 m 亦可确定。即桥梁所有参数确定后,刚度矩阵 \mathbf{K} 及质量矩阵 \mathbf{M} 中的所有项均包含 EI 及 m ,进而可对式(1)进行变换

$$|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0 \Rightarrow |\mathbf{K}' - \left(\omega \sqrt{\frac{m}{EI}}\right)^2 \mathbf{M}'| = 0 \quad (2)$$

式中: \mathbf{K}' 、 \mathbf{M}' 为提取公因子 EI 、 m 后的质量及刚度矩阵。

从而原连续梁结构振动频率可表达为

$$\omega = \sqrt{\frac{EI}{m}} f(x, L, k, \dots) \quad (3)$$

式中: f 为连续梁基频,是与 EI 、 m 无关,与 x 、 L 、 k 等结构参数相关的函数。

式(3)有效地减少了连续梁的基频影响参数,只需对与 EI 、 m 无关的函数 f 进行研究,确定 f 与 n 、 L 、 k 等结构参数的相关关系,即可结合式(3),得到连续梁的基频近似计算公式。

2 连续梁基频近似计算公式推导

具体推导步骤如下。

(1)将等截面及大跨径变截面连续梁的跨数、跨径、边中跨跨径比、梁底曲线次数、跨中与墩顶梁高比等结构参数的常见取值范围进行整理。

(2)将各参数在常见取值范围内均匀提取若干数值作为参数样本,对所有参数样本进行全排列,进而得到 10 万余座桥梁样本,实现常见参数下的连续梁“全覆盖”。

(3)利用 ANSYS 强大的 APDL 编程功能,将各结构参数作为循环变量,利用工作站主机的强大运算能力,对 10 万余座桥梁样本逐一建模并计算基频,通过“*get”命令提取结构基频,并利用“*vwrite”命令将计算参数与基频计算结果逐一写至外部文件,直至循环结束,通过几十小时的高速运算使所有桥梁样本与其理论基频实现一一对应^[28]。

(4)结合第 1 节中推导的连续梁基频近似计算公式形式,逐次选取 1 或 2 个结构参数作为变量,利用 1stopt 软件对数百种可能的计算公式进行初步筛选。

(5)利用 MATLAB 软件对基频近似计算公式进一步筛选,通过“lsqcurvefit”命令进行全局非线性公式拟合,确定各公式中的所有系数并进行优化处理,对比各公式的误差范围、相关系数、平均绝对值偏差、判定系数 R^2 等重要统计学参数,直至得出形式简明、计算精确度高的连续梁最佳基频近似计算公式。

3 连续梁基频近似计算公式推算结果

3.1 等截面连续梁

等截面连续梁形式简单,应用广泛,结构参数较少,如图 1 所示,其中 L_m 为中跨跨径, L_s 为边跨跨径。根据对中国已建等截面连续梁的调研结果,结构参数范围及样本取值见下页表 1。

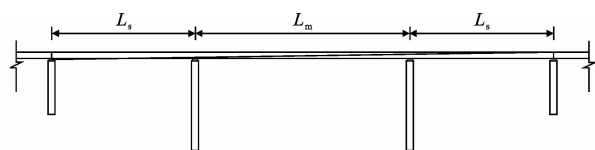


图 1 等截面连续梁

Fig. 1 Continuous beam with constant section

根据第 2 节中的研究步骤,对表 1 中的 8 405 组桥梁样本在 ANSYS 中进行理论基频的批量计算,计算中不考虑剪切变形及横隔板、齿板等细部构造的影响。结合 1stopt 及 MATLAB 软件对可能的近似计算公式进行非线性拟合,筛选优化后得到等截面连续梁的基频近似计算公式

表 1 等截面连续梁参数常见范围及样本取值

Tab. 1 Parameters and sample values of continuous beam with constant section

参数	取值范围	样本间隔	参数样本总数	桥梁样本总数
跨数 x	3~7	1	5	8 405
中跨跨径 L_m	10~50 m	1 m	41	
边中跨跨径比 k	0.6~1.0	0.01	41	

$$f=\sqrt{\frac{EI}{m}\frac{p_1k^{n-1}+p_2}{L_m^2+5}} \tag{4}$$

式中: p_1 、 p_2 为参数,其取值见表 2。

表 2 等截面连续梁基频公式误差

Tab. 2 Errors of fundamental frequency formula of continuous beam with constant section

跨数	p_1	p_2	样本总数	误差范围 $E_r/\%$	平均绝对值误差 $E_a/\%$	R^2
3	-1.159	2.721	1 681	-0.7~0.3	0.3	0.999 993
4	-0.478	2.056	1 681	-0.3~0.5	0.2	0.999 997
5	-0.257	1.836	1 681	-0.3~0.5	0.1	0.999 996
6	-0.159	1.738	1 681	-0.2~0.5	0.1	0.999 997
7	-0.109	1.686	1 681	-0.2~0.4	0.1	0.999 998
所有桥梁样本统计结果			8 405	-0.7~0.5	0.2	0.999 997

近似公式的误差范围 E_r 为

$$E_r=\min(\frac{X_i-Y_i}{Y_i}\times100\%)\sim\max(\frac{X_i-Y_i}{Y_i}\times100\%) \tag{5}$$

平均绝对值误差 E_a 为

$$E_a=\sum_{i=1}^n\left|\frac{X_i-Y_i}{nY_i}\right|\times100\% \tag{6}$$

判定系数 R^2 为

$$R^2=\frac{(n\sum_{i=1}^nX_iY_i-\sum_{i=1}^nX_i\sum_{i=1}^nY_i)^2}{[n\sum_{i=1}^nX_i-(\sum_{i=1}^nX_i)^2][n\sum_{i=1}^nY_i-(\sum_{i=1}^nY_i)^2]} \tag{7}$$

式中: X_i 为第 i 个桥梁样本的本文公式基频计算结果; Y_i 为第 i 个桥梁样本基频的有限元分析结果; $i=1,2,\cdots,n$; n 为样本总数。

《通规》给出的连续梁基频近似计算公式为^[29]

$$f_1=\frac{13.616}{2\pi L^2}\sqrt{\frac{EI_c}{m_c}} \tag{8}$$

$$f_2=\frac{23.651}{2\pi L^2}\sqrt{\frac{EI_c}{m_c}} \tag{9}$$

式中: I_c 为结构跨中截面的抗弯惯矩; m_c 为结构跨中处单位长度质量; f_1 为计算连续梁冲击力引起的

正弯矩效应和剪力效应时采用的基频; f_2 为计算连续梁冲击力引起的负弯矩效应时采用的基频。

将《通规》公式与本文公式进行对比可以发现,《通规》公式由于无法考虑不等跨及跨数等参数,式(8)、式(9)计算所得所有等截面连续梁样本的基频计算结果与有限元分析结果的最大误差为44.6%,平均绝对值误差为25.6%。从表2可以看出,8 405组等截面连续梁样本中,本文计算公式可以完全覆盖不等跨及跨数变化等情况,最大计算误差仅0.7%,平均绝对值误差仅0.2%,判定系数 R^2 高达0.999 997,表明式(4)所示等截面连续梁基频近似计算公式效果良好,精确度高。

3.2 变截面连续梁

变截面连续梁常见于大跨结构,其梁高往往采用1.6~2.0次抛物线变化,如图2所示。本节针对此类桥梁,研究其基频近似计算公式,根据对中国已建成变截面连续梁调研结果,结构参数范围及样本取值见表3。

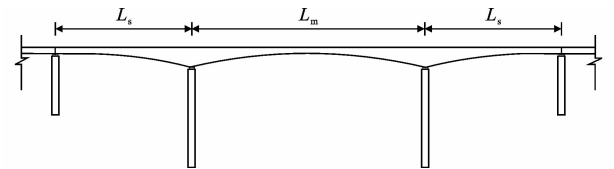


图 2 变截面连续梁

Fig. 2 Continuous beam with variable section

表 3 变截面连续梁参数常见范围及样本取值

Tab. 3 Parameters and sample values of continuous beam with variable section

参数	取值范围	样本间隔	参数样本总数	桥梁样本总数
跨数 x	3~7	1	5	105 840
梁底曲线次数 r	1.6~2.0	0.2	3	
中跨跨径 L_m	50~150 m	5 m	21	
边中跨跨径比 k	0.55~0.75	0.01	21	
跨中与墩顶处梁高比 α	0.25~0.40	0.01	16	

根据第2节中的推导步骤,对表3的105 840组桥梁样本在ANSYS中进行理论基频的批量计算,计算中不考虑剪切变形及横隔板、齿板等细部构造的影响。结合1stopt及MATLAB软件对可能的近似计算公式进行非线性拟合,筛选优化后得到变截面连续梁基频近似计算公式

$$f=\sqrt{\frac{EI_p}{m_p}\frac{p_1/k+p_2\sqrt{\alpha}+p_3}{L_m^2+4}} \tag{10}$$

式中: m_p 为墩顶处主梁单位长度质量; EI_p 为墩顶处主梁截面抗弯刚度, I_p 为墩顶处主梁截面抗弯惯

矩;参数 p_i 的取值及近似计算公式的误差范围、平均绝对值误差、判定系数 R^2 等统计学参数见表 4。

将《通规》公式与本文公式对比可以发现,《通规》给出的连续梁基频近似计算公式由于无法考虑

表 4 变截面连续梁基频公式误差

Tab. 4 Errors of fundamental frequency formula of continuous beam with variable section									
梁底曲线 类型	跨数	p_1	p_2	p_3	样本总数	误差范围/%	平均绝对值 误差/%	误差大于 1% 的 样本比例	R^2
2 次曲线	3	0.902	2.687	-1.904	7 056	-2.1~0.4	0.2	1.8%(128/7 056)	0.999 982
	4	0.464	2.238	-1.143	7 056	-0.6~1.2	0.3	1.5%(105/7 056)	0.999 954
	5	0.272	2.056	-0.830	7 056	-0.9~1.1	0.4	3.3%(231/7 056)	0.999 940
	6	0.173	1.969	-0.678	7 056	-1.0~1.1	0.4	1.5%(105/7 056)	0.999 947
	7	0.117	1.923	-0.597	7 056	-0.9~1.0	0.3	0.0%(0/7 056)	0.999 957
	本类桥梁样本统计结果				35 280	-2.1~1.2	0.3	1.6%(569/35 280)	0.999 956
1.8 次曲线	3	0.954	2.676	-1.952	7 056	-1.7~0.7	0.2	1.5%(105/7 056)	0.999 981
	4	0.493	2.228	-1.162	7 056	-0.9~1.4	0.4	1.8%(125/7 056)	0.999 939
	5	0.291	2.048	-0.836	7 056	-1.0~1.4	0.4	6.0%(424/7 056)	0.999 925
	6	0.186	1.962	-0.677	7 056	-1.0~1.3	0.4	5.0%(355/7 056)	0.999 936
	7	0.126	1.918	-0.592	7 056	-0.9~1.2	0.3	1.8%(126/7 056)	0.999 950
	本类桥梁样本统计结果				35 280	-1.7~1.4	0.3	3.2%(1 135/35 280)	0.999 946
1.6 次曲线	3	1.013	2.660	-2.003	7 056	-1.3~1.1	0.2	0.6%(42/7 056)	0.999 971
	4	0.527	2.213	-1.180	7 056	-1.0~1.8	0.4	6.6%(464/7 056)	0.999 914
	5	0.312	2.036	-0.839	7 056	-1.1~1.8	0.5	10.3%(729/7 056)	0.999 903
	6	0.200	1.953	-0.673	7 056	-1.1~1.6	0.4	7.2%(506/7 056)	0.999 921
	7	0.136	1.911	-0.584	7 056	-1.0~1.4	0.4	4.3%(306/7 056)	0.999 941
	本类桥梁样本统计结果				35 280	-1.3~1.8	0.4	5.8%(2 047/35 280)	0.999 930
所有桥梁样本统计结果					105 840	-2.1~1.8	0.3	3.5%(3 751/105 840)	0.999 944

变截面、不等跨及跨数等参数,式(8)、式(9)计算所得所有变截面连续梁样本的基频计算结果与有限元分析结果的最大误差为26.3%,平均绝对值误差为15.6%。从表 4 可以看出,105 840 组变截面连续梁样本中,本文计算公式可以完全覆盖变截面、不等跨及跨数变化等情况,最大计算误差仅为 2.1%,96.5%的样本计算误差不超过 1%,平均绝对值误差仅为0.3%,判定系数 R^2 达到 0.999 944,表明式(10)所示变截面连续梁基频近似计算公式效果良好,精确度高。

3.3 变截面连续梁墩顶等截面区处理

3.2 节中变截面连续梁的梁高均由墩顶至跨中渐变,从而可减少结构参数,降低公式拟合难度,提高公式精度,但实际工程中墩顶处通常存在等截面区段。对于存在等截面区的连续梁,可按图 3 所示方法,在墩顶处增加虚拟变截面区,其中 a 为墩顶等截面区的长度。由于虚拟区所占比例极小且位于墩顶附近,对结构基频的影响极小,对于此类变截面连续梁,首先计算墩顶处虚拟梁高 h' ,进而按照虚拟梁高计算跨中与墩顶处梁高比后代入式(10)计算得到结构基频。

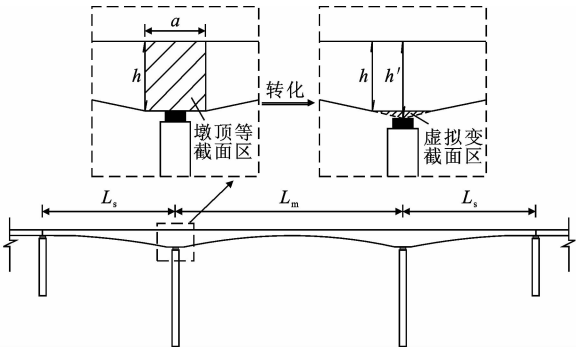


图 3 墩顶等截面区的虚拟变截面处理

Fig. 3 Equivalent processing for constant section zone of top of pier through virtual variable section

为了工程使用方便,避免 h' 的推导计算,可按上述处理方法结合式(10)进行推算并化简,最终得到存在墩顶等截面区的变截面连续梁基频近似计算公式为

$$f=\beta\sqrt{\frac{EI_p}{m}\frac{p_1/k+p_2\sqrt{\alpha/\beta}+p_3}{L_m^2+4}}\tag{11}$$

$$\beta=\frac{L_m^r}{(L_m-a)^r}(1-\alpha)+\alpha\tag{12}$$

其中,参数 p_i 的取值见表 4;其余变量含义见表 3。

4 变截面连续梁算例分析

以某座大跨径变截面连续梁为例,梁底变截面曲线为二次抛物线,计算中不考虑剪切变形及横隔板、齿板等细部构造的影响,桥梁有限元计算模型如图 4 所示,墩顶及跨中处主梁截面见图 5,计算参数见表 5。

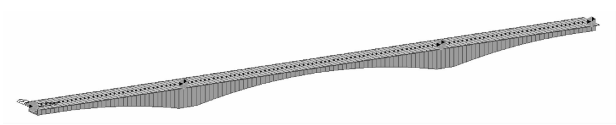


图 4 变截面连续梁计算模型
Fig. 4 Calculation model of continuous beam with variable section

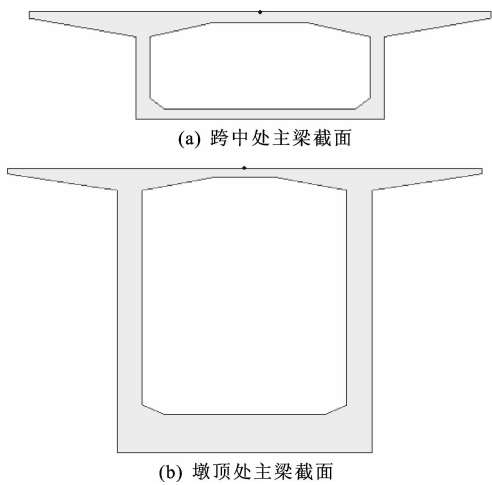


图 5 主梁截面
Fig. 5 Beam sections

表 5 变截面连续梁计算参数

Tab. 5 Calculation parameters of continuous beam with variable section

跨数	中跨跨径/m	墩顶等截面区长度/m	跨中与墩顶截面梁高比	边中跨跨径比	墩顶处主梁单位长度质量/kg	墩顶处主梁截面抗弯刚度 $EI/(\text{N} \cdot \text{m}^4)$
3	120	8	0.333 3	0.583 3	62 654.42	9.7×10^{12}

由于公式推算中采用ANSYS进行理论基频计算,所以算例采用 MIDAS/Civil 进行对比验证,该连续梁的基频及对应振型计算结果如图 6 所示,基频 $f=1.068\ 1\ \text{Hz}$ 。

采用本文公式计算时,由于墩顶处存在等截面区域,由式(12)计算 β

$$\beta=\frac{L_m^2}{(L_m-a)^2}(1-\alpha)+\alpha=\frac{120^2}{(120-8)^2}\times(1-0.333\ 3)+0.333\ 3=1.098\ 6$$

进而结合表 4 中的参数套用式(11)即可得

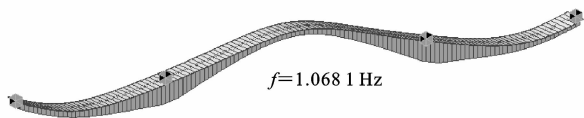


图 6 基频计算结果
Fig. 6 Calculation results of fundamental frequency

$$f=\beta\sqrt{\frac{EI_p}{m}\frac{p_1/k+p_2\sqrt{\alpha/\beta}+p_3}{L_m^2+4}}=1.065\ 0\ \text{Hz}$$

根据《通规》中的连续梁基频近似计算公式

$$f_1=\frac{13.616}{2\pi L^2}\sqrt{\frac{EI_c}{m_c}}=0.642\ 1\ \text{Hz}$$

$$f_2=\frac{23.651}{2\pi L^2}\sqrt{\frac{EI_c}{m_c}}=1.115\ 3\ \text{Hz}$$

相比之下, f_1 与有限元分析结果的差值百分比达到 -39.9% , f_2 则与有限元分析结果较为接近,相差 4.4% 。而本文公式计算结果 $1.065\ 0$ 与有限元分析结果十分接近,相差仅 0.29% ,可完全满足理论估算及工程计算需要。

对该桥梁进行动力响应测试,实测频谱如图 7 所示。

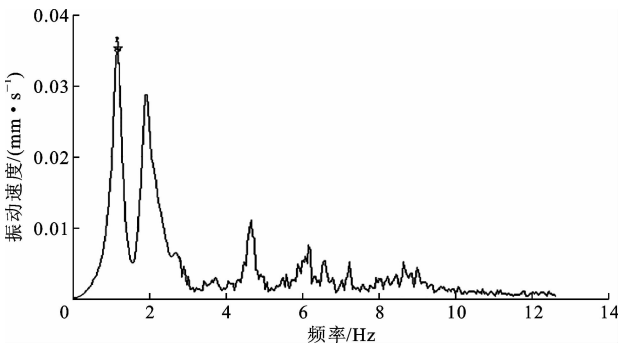


图 7 实测频谱
Fig. 7 Measured frequency spectrum

从图 7 可以看出,该连续梁实测基频为 $1.195\ \text{Hz}$,由于理论计算不考虑横隔板、齿板、护栏、桥面铺装等细部构造,故实测基频略大于理论基频,其偏差为 11.9% ,在正常范围之内。

5 结 语

(1)针对工程中常见的等截面与变截面连续梁基频计算问题,本文研究得到形式简明、计算精度高的基频近似计算公式。通过与 10 万余座桥梁样本基频的有限元计算结果对比,本文基频近似计算公式的最大误差为 2.1% ,平均绝对值误差为 0.3% ,判定系数 R^2 均大于 $0.999\ 9$,拟合效果良好。

(2)本文推导的基频近似计算公式可以进行编

程计算,亦可直接套用,从而可快速准确地对连续梁基频进行估算、验算,具有较强的应用价值,在抗震设计、冲击系数及共振研究等方面具有一定理论意义。

(3)鉴于简化的基频近似计算公式具有计算简便、精度高的优点,下一步准备对连续刚构桥、连续-刚构组合体系桥的基频简化计算方法进行研究,以简化工程计算,提高工作效率。

参考文献:

References:

- [1] WANG L B,JIANG P W,MA Y P,et al. Verification coefficient and optimization method for bridge evaluation[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development: English Edition, 2016, 10 (2):40-46.
- [2] 刘 华,叶见曙,张 涛. 连续梁在行驶车辆作用下的动态反应[J]. 交通运输工程学报,2006,6(2):26-29,34.
LIU Hua, YE Jian-shu, ZHANG Tao. Dynamic response of continuous girder bridge under moving vehicular loads[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2006, 6(2):26-29, 34.
- [3] 袁 明,余钱华,颜东煌. 基于车-桥系统耦合振动理论的大跨 PC 连续刚构桥冲击系数研究[J]. 中国公路学报,2008,21(1):72-76,120.
YUAN Ming, YU Qian-hua, YAN Dong-huang. Research on impact coefficient for PC continuous rigid frame bridges with long-span under theory of vehicle-bridge system coupling vibration[J]. China Journal of Highway and Transport, 2008, 21(1):72-76, 120.
- [4] 张怀静,潘旦光. 变截面连续梁动力特性的半解析解法[J]. 北京科技大学学报,2008,30(6):590-593,619.
ZHANG Huai-jing, PAN Dan-guang. Semi-analytic solution to dynamic characteristics of non-uniform continuous beams[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2008, 30(6):590-593, 619.
- [5] 吴辉琴,王赞芝,涂 辉,等. 变截面连续梁动力特性的差分分解法[J]. 广西大学学报:自然科学版,2010,35(1):101-104.
WU Hui-qin, WANG Zan-zhi, TU Hui, et al. Finite-difference methods for calculating dynamic properties of variational continuous beams[J]. Journal of Guangxi University: Natural Science Edition, 2010, 35(1):101-104.
- [6] 周勇军,赵小星,宋一凡,等. 连续梁模态分析与试验[J]. 长安大学学报:自然科学版,2007,27(3):57-60.
ZHOU Yong-jun, ZHAO Xiao-xing, SONG Yi-fan, et al. Modal analysis and experiment test of continuous beam bridge[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2007, 27(3):57-60.
- [7] 周勇军,贺拴海,宋一凡,等. 基于锤击法的弯连续刚构模型桥动力试验[J]. 振动、测试与诊断,2007,27(3):212-215.
ZHOU Yong-jun, HE Shuan-hai, SONG Yi-fan, et al. Dynamic test of curved continuous rigid frame bridge model using hammer excitation method[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2007, 27(3):212-215.
- [8] 张晓栋. 高墩大跨预应力混凝土梁桥振动频率实用计算方法 [D]. 西安:长安大学,2011.
ZHANG Xiao-dong. Practical method of fundamental frequency for large span prestressed concrete girder bridge with high piers[D]. Xi'an: Chang'an University, 2011.
- [9] 冀 伟,刘世忠,蔺鹏臻. 等截面波形钢腹板连续箱梁竖向基频的参数研究[J]. 西安建筑科技大学学报:自然科学版,2012,44(4):468-473.
JI Wei, LIU Shi-zhong, LIN Peng-zhen. Study on dynamic characteristics parameters of equal section composite box girder with corrugated steel webs[J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology: Natural Science Edition, 2012, 44(4):468-473.
- [10] 陈文强,张 圣,卢少亮,等. 基于有限元法分析 T 梁跨度对基频的影响[J]. 市政技术,2014,32(3):64-66.
CHEN Wen-qiang, ZHANG Sheng, LU Shao-liang, et al. Effect of T-beam span on basic frequency by finite element method[J]. Municipal Engineering Technology, 2014, 32(3):64-66.
- [11] 苗家武,康仕彬. 对桥梁抗风规范斜拉桥基频近似公式的改进[J]. 公路,2012(8):85-88.
MIAO Jia-wu, KANG Shi-bin. Improvement of approximation formula in wind-resistance design specification for highway bridge[J]. Highway, 2012(8):85-88.
- [12] 金林杰. 高墩大跨连续体系梁桥自振特性分析及基频实用计算研究[D]. 杭州:浙江工业大学,2011.
JIN Lin-jie. Natural vibration characteristic analysis and practical calculator research of fundamental frequency of the continuous system bridge with high-pier and long-span[D]. Hangzhou: Zhejiang University of Technology, 2011.
- [13] 周勇军,张晓栋,宋一凡. 高墩连续刚构桥纵向振动基频的能量法计算公式[J]. 长安大学学报:自然科学

- 版,2013,33(3):48-54.
- ZHOU Yong-jun,ZHANG Xiao-dong,SONG Yi-fan. Calculation formula of longitudinal fundamental vibration frequency for continuous rigid frame bridge with high piers based on energy method[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2013, 33(3):48-54.
- [14] DENG L, HE W, SHAO Y. Dynamic impact factors for shear and bending moment of simply supported and continuous concrete girder bridges[J]. Journal of Bridge Engineering, 2015, 20(11):1-9.
- [15] GAO Q F, WANG Z L, JIA H Y, et al. Dynamic responses of continuous girder bridges with uniform cross-section under moving vehicular loads[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015(5):1-29.
- [16] 彭秀丽,马守恩,范伟. 钢-混组合连续梁分析验算[J]. 筑路机械与施工机械化, 2011, 28(增):173-175,178.
- PENG Xiu-li, MA Shou-en, FAN Wei. Analysis and checking of steel-concrete continuous beam[J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2011, 28(S):173-175,178.
- [17] 石鲁宁,闫维明,李勇,等. 三跨有粘结预应力连续梁自振频率解析解[J]. 长安大学学报:自然科学版, 2015, 35(4):69-75.
- SHI Lu-ning, YAN Wei-ming, LI Yong, et al. Analytical solution for natural frequency of three-span bonded prestressed continuous beam[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2015, 35(4):69-75.
- [18] 王佳伟,贾艳敏,王世杰,等. 预应力简支钢箱梁基频分析[J]. 森林工程, 2007, 23(6):58-60.
- WANG Jia-wei, JIA Yan-min, WANG Shi-jie, et al. Base frequency analysis of simply supported steel box girder with prestressed tendons[J]. Forest Engineering, 2007, 23(6):58-60.
- [19] 薛根平. 不同斜交角度简支T形梁桥的基频计算及试验分析[J]. 山西交通科技, 2015(6):65-69.
- XUE Gen-ping. The fundamental frequency calculation and experimental analysis of different skew angle simply-supported T-shaped beam bridge[J]. Shanxi Science & Technology of Communications, 2015(6):65-69.
- [20] 高婷婷,石宇. 大跨人行天桥基频研究[J]. 地震工程与工程振动, 2014, 34(1):199-203.
- GAO Ting-ting, SHI Yu. Study on fundamental frequency of large span footbridge[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2014, 34(1):199-203.
- [21] 康婷,许金余,白应生,等. 梁基本频率和振型的简便计算[J]. 四川建筑科学研究, 2010, 36(5):134-136.
- KANG Ting, XU Jin-yu, BAI Ying-sheng, et al. A simple method for calculating the fundamental frequency and mode shape of the beam[J]. Sichuan Building Science, 2010, 36(5):134-136.
- [22] 马如进,田雨,陈艾荣. 悬挂式人行桥基频估算及考虑车致振动效应的行人舒适性评价[J]. 振动与冲击, 2014, 33(1):45-50.
- MA Ru-jin, TIAN Yu, CHEN Ai-rong. Fundamental frequency estimation and comfort evaluation in consideration of vehicle induced vibration effect for suspended pedestrian bridges[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(1):45-50.
- [23] 吴君. 移动荷载作用下桥梁冲击系数统计分析[D]. 西安:长安大学, 2014.
- WU Jun. Study on the bridge impact coefficient under moving load[D]. Xi'an:Chang'an University, 2014.
- [24] NEWTON C M, JOHNSON G P, ENOMOTO B T. Fundamental frequency testing of reinforced concrete beams[J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, 2006, 20(2):196-200.
- [25] SAMAN M, KENNEDY J B, SENNAH K. Impact factors for curved continuous composite multiple-box girder bridges[J]. Journal of Bridge Engineering, 2007, 12(1):80-88.
- [26] HUANG D Z. Vehicle-induced vibration of steel deck arch bridges and analytical methodology[J]. Journal of Bridge Engineering, 2012, 17(2):241-248.
- [27] 宋一凡. 公路桥梁动力学[M]. 北京:人民交通出版社, 2000.
- SONG Yi-fan. Dynamics of vehicle bridge[M]. Beijing: China Communications Press, 2000.
- [28] 蒋培文. 公路大跨径连续体系桥梁车桥耦合振动研究[D]. 西安:长安大学, 2012.
- JIANG Pei-wen. Coupled vibration between vehicles and highway long-span continuous series bridge[D]. Xi'an:Chang'an University, 2012.
- [29] JTG D60—2015, 公路桥涵设计通用规范[S].
- JTG D60—2015, General code for design of highway bridges and culverts[S].