

文章编号:1671-8879(2015)03-0116-06

城市交通出行成本的 Nash 均衡分析

张 敏¹,甘佐贤¹,陈思茹²,田雨佳¹

(1. 长安大学 公路学院,陕西 西安 710064; 2. 陕西交通职业技术学院,陕西 西安 710018)

摘 要:针对城市交通出行选择及出行均衡问题,在基于考虑出行行为影响因素的广义出行费用模型的基础上,引入经济学的 Nash 均衡理论,分析了出行选择中可能存在的不同出行路径与交通方式组合。通过建立 Nash 均衡博弈模型并求解,得到不同路径及交通方式的广义出行费用均衡解,探讨了城市交通中出行成本的变化和交通运营商的竞价行为对出行均衡的影响。研究表明:在以广义出行费用为基础的城市交通出行选择中存在 Nash 均衡,且出行成本的 Nash 均衡解具有稳定性;在保证广义出行费用总和最小的情况下,当系统达到 Nash 均衡后,出行者不会随意改变策略,而会按 Nash 均衡下的策略出行,即各种交通方式运营商采取单方面改变价格的策略无法改变出行均衡以获取更高的利润。

关键词:交通工程;出行成本;Nash 均衡;城市交通;广义出行费用

中图分类号:U491 **文献标志码:**A

Nash equilibrium analysis of travel cost in urban traffic

ZHANG Min¹, GAN Zuo-xian¹, CHEN Si-ru², TIAN Yu-jia¹

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China;

2. Shaanxi College of Communication Technology, Xi'an 710018, Shaanxi, China)

Abstract: To explore travel choice behavior and travel equilibrium problem in urban traffic, Nash equilibrium theory in economics was introduced to analyze the best travel combinations between travel routes and travel modes, which based on the generalized travel cost model considering travel behavior influences. Through establishing and solving the Nash equilibrium model, the equilibrium solution of generalized travel cost with different travel routes and travel modes was received, and then the effect of travel cost and bidding behavior of different transportation operators on travel equilibrium in urban traffic was discussed. The results show that Nash equilibrium exists indeed in travel choice of urban traffic based on the generalized travel cost, and the equilibrium solution is stable. Under the condition of the minimum sum of generalized travel cost being ensured, the traveler makes travel choice according to the equilibrium solution but would not change the travel plan when the system reaches Nash equilibrium, which means that no transportation operators can obtain higher profits by changing the price strategy unilaterally. 4 tabs, 1 fig, 20 refs.

Key words: traffic engineering; travel cost; Nash equilibrium; urban traffic; generalized travel cost

收稿日期:2014-12-01

基金项目:教育部高等学校博士学科点专项科研基金资助课题(20120205120013);陕西省自然科学基金项目(2012JQ7001);

中央高校基本科研业务费专项资金项目(2013G2211005,CHD2011ZY013)

作者简介:张 敏(1981-),女,广西柳州人,讲师,工学博士,E-mail: mindy_zhang@126.com

0 引言

中国的城市交通发展正处于重要的转型时期,多样化的交通方式竞争、多层次的出行路径选择以及资源与环境的约束,使得出行结构和路网均衡问题日益复杂。城市交通常常出现一些路段交通量过饱和,道路拥堵,而另一些路段却车辆稀少,道路通行能力没有得到充分利用的不均衡情况。上述出行不均衡问题,往往是因为城市中不同路径、不同交通方式对出行者的“吸引力”存在较大的差别。因此通过合理的价格制定来减少“吸引力”差异,使不同的出行路径和交通方式得到更好的均衡利用,使城市路网的交通分配更均衡;同时这种价格还应该具有良好的稳定性,即不同的交通方式运营公司必须遵循这个制定的成本费用,而不能随意单独提高价格来获取更高的利润,是探讨和解决城市路网均衡问题的有效思路。

以路网中的路径流量均衡为目的, Mirchandani 等研究了出行者在行驶时间不确定,但满足一定概率分布条件下的流量均衡(TE)问题^[1]; Bell 等认为交通网络中的出行者不得不经常在路径费用不确定的情况下做出频繁选择,而这正是 1 种非合作博弈的 Nash 均衡^[2-3]; Gabriel 等研究了包含多条不同费用路段的路径均衡博弈问题^[4]; Agdeppa 等考虑到时间和金钱对出行者出行选择路径的影响,将时间转换为金钱,建立了 1 种单个出行方式的负效应函数来求解交通均衡问题,并通过网络中的 2 种不同交通方式进行了验证^[5];以出行者或管理者获得最大利润为目的, Vugt 等建立了 1 个只有 2 个对象(小汽车和公共交通)的博弈模型,其研究结果表明唯一的 Nash 均衡存在于双方都选择小汽车出行,而且任何一方的自私行为都对双方不利^[6]; Bhaumik 等通过对印度国内航空的研究分析得出管理者可以通过设置机票价格、许可费、航空服务水平要求等措施保证航空公司间合理的 Nash 均衡的结论^[7]; Yang 等从管理者的角度出发,运用 Stackelberg 理论研究了路网流量均衡约束下,2 个或 2 个以上的管理企业在收费公路定价上的竞争行为^[8];还运用博弈理论研究了城市路网的出行中,管理者的不同服务质量和交通控制行为对最大利润的影响^[9-10]。

在中国,安实等引入非合作博弈论的思想,建立了用户均衡与系统最优之间的路径选择博弈模型^[11-12];袁长伟等建立了上层为系统最优、下层为混合策略 Nash 均衡的交通分配模型,结果表明该

模型比用户最优模型更符合现实情况^[13]; Zhou 等针对无约束的公交系统提出了一种双层公交票价的均衡模型,结论表明系统中存在 Nash 均衡,其中公交运营商占主导地位,但出行者可以通过改变他们的出行选择来应对公交运营商的价格策略^[14];卢晓珊等针对北京市新的差别化停车收费政策,在考虑早晚高峰出行情况下,研究了不同管理机制下的出行方式选择和票价问题^[15]。

国内外现有的研究成果对交通流分配、交通出行行为中存在的博弈问题或者是 Nash 均衡问题,已经进行了一些探索研究并取得了有益的进展,但研究主要集中于静态的用户均衡模式,且往往只考虑单一的交通方式,同时对出行者费用的组成考虑不够全面。鉴于此,本文在构建广义出行费用模型的基础上,运用 Nash 均衡理论对包含多种交通方式与出行路径的交通出行进行组合分析,寻求更均衡和更稳定的出行成本费用价格策略,通过动态改变不同出行路径、交通方式的出行费用,使出行者在考虑广义出行费用的情形下更均衡的选择出行路径及方式,同时改善交通方式运营者在影响出行者出行选择时采取的竞价行为。

1 广义出行费用研究

1.1 出行费用组成

出行者为了能在一定的时间内安全、舒适地从出发地到达目的地,实现空间位置的转移,必须要付出相应的费用来获得相应的服务。出行者在进行出行方式和出行路径选择时考虑的因素综合起来可以表示为

$$W = f(t) + g(m) + h(s) + z(e) \quad (1)$$

式中: f 、 g 、 h 、 z 分别为不同属性的函数; t 为出行时间; m 为出行花费的金钱; s 为出行选择路径的长度; e 为各出行方式的服务属性。

由于路径的长短对出行者的影响往往体现在时间、金钱以及服务属性上,且当出行者采取了不同的交通方式时也就确定了出行路径的长度,这时考虑出行路径的长短已经没有了意义,因此在研究广义出行费用时忽略路径长度对出行者出行选择的影响。

1.2 出行费用影响因素

根据上节的分析,拟选取出行时间、票价、舒适性、可靠性和安全性 5 个方面作为广义出行费用的影响因素^[16]。

1.2.1 出行时间

包括乘客在上车之前及下车之后需要步行出行

所花费的时间、在站点等候车辆的时间、上车之后在途行驶时间以及可能存在的换乘时间,将上述乘客步行时间、等车时间和可能存在的换乘时间统称为等待时间 T_w ,而乘客在途行驶的时间称为行驶时间 T_D 。因此乘客的出行时间 T 可表示为

$$T = T_w + T_D \quad (2)$$

1.2.2 票价

乘客从出发地到目的地出行选择某种交通方式所需支付的直接出行费用,用 P 表示。

1.2.3 舒适性

各交通方式的舒适性影响着出行者的选择行为,一般可通过是否有座、人均占有面积、旅行中的平稳性、车内环境等因素进行考察,但这些因素往往难以定量表示,目前在交通方式选择中还没有形成对舒适性进行统一定量的方法。根据文献[17]的研究,舒适性可在各种交通方式的票价中有着一定程度的体现,一般在运营高峰时期取票价的 5%,在非高峰时期取票价的 10%,用 C 表示。

1.2.4 可靠性

主要指不同路径下各交通方式到达出行者上车站点的正点情况和不同路径下各交通方式在出行者到达目的地之前的行驶延误情况。前者可根据每种交通工具的发车频率计算其在沿途每一站的误点均值 T_{d1} 来衡量,后者可根据测量每种交通工具的平均实际延误时间 T_{d2} 来衡量。因此,不同线路、不同交通方式的可靠性 D 可以表示为

$$D = T_{d1} + T_{d2} \quad (3)$$

1.2.5 安全性

安全性是旅客选择不同交通方式的重要考虑因素,可根据不同交通方式的事故伤亡人数设定,即根据各运输方式的事故伤亡人数的比例进行量化,伤亡人数越多,安全性越低。由于安全性无法用时间和费用来直接衡量,可在广义费用函数中单独设定系数,用 A 表示。

1.3 广义出行费用模型

取 $\phi = G / (365rs)$ 为时间转换价值系数^[16],其中 G 为城市某年内的国民生产总值; r 为城市总人口数; s 为居民平均劳动时间,则各种交通方式的广义出行费用 W_i 可以表示为

$$W_i = [\phi(T_i + D_i) + C_i + P_i]A_i \quad (4)$$

2 基于 Nash 均衡理论的出行成本模型

2.1 Nash 均衡理论概述

Nash 均衡又称用户平衡,它在管理中有着广泛

的应用背景。许多经济、社会平衡都对应着 Nash 平衡,例如市场平衡、贸易平衡和交通网络平衡等^[18-19]。Nash 均衡理论在交通中得到良好应用的著名案例是 Wardrop 原则和 Beckmann 给出的 UE 问题的数学规划等价表示,前者标志着网络流平衡分配概念从描述转为严格刻划,后者被称为 Beckmann 魔术变换,其凸规划的 K-T 条件刚好对应着 Wardrop 原则即 Nash 平衡条件^[20]。其基本思想主要是通过一种策略组合,得到均衡解,使系统达到一种较为稳定的最优状态。

2.2 模型的建立

现代交通出行中,出行者出行可能有多种交通方式、多条路径可以选择,同时在选择不同出行路径和不同交通方式时所付出的出行成本往往是不相同的,而出行成本的不同往往是导致出行选择不均衡的主要原因所在。因此,结合广义出行费用构建基于 Nash 均衡的出行成本模型

$$W = [\omega(i, j)]_{m \times n} = \begin{bmatrix} \omega(1, 1) & \cdots & \omega(1, n) \\ \vdots & & \vdots \\ \omega(m, 1) & \cdots & \omega(m, n) \end{bmatrix}$$

矩阵 W 为 $m \times n$ 阶矩阵,表示一个有 m 种交通方式和 n 条出行路径的成本矩阵, $\omega(i, j)$ 为出行者选择交通方式 i 和出行路径 j 到达目的地所需要花费的成本,即广义出行费用。

用向量 $Q = [Q_1, Q_2, \dots, Q_m]^T$, $Q_i = \sum_{j=1}^n \omega(i, j)$, 表示包含不同交通方式在内的各条出行路径这一时段的单位广义出行费用总和。用向量 $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$, $q_j = \sum_{i=1}^m \omega(i, j)$, 表示出发点这一时段包含所有路径在内的各种交通方式的单位广义出行费用总和。

2.3 模型的求解

出行者选择哪一条路径和哪一种交通方式才能使得这一时段所有出行者总的出行费用最小,即组合总成本最小。先假设 1 种简单的情形,为了保证交通出行的多样性,出行中不能只有 1 种交通方式;同理,为了保证路径流量的均衡性,出行中出行者不能都选择相同的 1 条线路出行,因此,出行路径和交通方式形成一对一的配对组合正好可以满足出行的需求。可以利用线性规划方程得到这种情形下的解

$$W^* = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \omega(i, j) \alpha(i, j) \quad (5)$$

$$s. t. \sum_{i=1}^m \alpha(i, j) = 1 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n \alpha(i, j) \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$$\alpha(i, j) = 0, 1 \quad (8)$$

式中: W^* 为满足上述配对要求的出行选择中出行成本的最小值; $\alpha(i, j)$ 表示是否选择第 i 种交通方式和第 j 种路径出行, 如果选择, 则取 1, 否则取 0。

在求解中, 根据一对一配对方式, 在选中的 2 种交通方式比较中, 若 $q_i = \max\{q_i, q_j\}$ 时, 则在成本矩阵中删去单位广义出行费用总和较大的交通方式; 同理, 在选中的 2 条出行路径比较中, 若 $Q_i = \max\{Q_i, Q_j\}$, 则在成本矩阵中删去单位广义出行费用总和较大的出行路径。以上的处理, 是保证下次的交通方式和出行路径的配对组合所花费的广义出行费用是最小的。对于所有的交通方式和出行路径的配对组合采用以上的方法进行处理后, 继续利用式(5)~式(8)的线性规划方程来寻求合适的组合, 这样依次类推直到整个交通量运输完成。

用 W_i^* 表示排除第 i 种交通方式之后总成本的最小值, g 和 l 分别代表交通方式和出行路径的集合, $w(g_i, l_j)$ 表示出行选择第 i 条路径和第 j 种交通方式的出行费用, 则

$$W^* = \min \sum_{j=1}^n w(i, j) = \min \sum_{j=1}^n w(g_i, l_j) \quad (9)$$

$$W_i^* = \min \sum_{j=1}^n w(i', j) = \min \sum_{j=1}^n w(g_i, l_j) \quad (10)$$

式中: $i' \neq i$, 即除去第 i 条路径的出行总成本。

用 ϵ 表示允许调整各种交通方式价格的最小正数, $\pi(i)$ 表示选取第 i 种交通方式时运营商所能得到的利润值。则

$$w(g_i, l_j) = w(i, j) + \pi(i) - \epsilon \quad (11)$$

由以上的分析可知, 没有任何一方可以通过背离以上的竞价策略来获得更大的收益, 因此该竞价策略是一个 Nash 均衡竞价策略。

3 实例分析

选取西安市某大型企业的员工上下班出行为例, 以验证模型的有效性 with 实用性。如图 1 所示, 该企业的员工居住区位于西安市莲湖区的劳动路附近, 工作单位的地点位于西安市东郊灞桥区长乐东路以南区域。员工上下班通过地面交通方式(出租车和公交)出行主要有 2 条路径可供选择: ①莲湖路→东五路→长乐西路→长乐中路→长乐东路; ②劳动路→西大街→东大街→柿园路→万寿路→长乐东路。目前连接该企业居住区和工作区的轨道交通线路只有西安地铁 1 号线, 但由于该企业的居住区并不是很紧凑, 员工出行可能通过劳动路站或玉祥门站乘坐地铁, 在不影响研究的基础上, 将其分别视为 2 条路径上的轨道交通出行。因此, 每条路径上都对应存在公交、出租车、轨道交通 3 种公共交通工具。

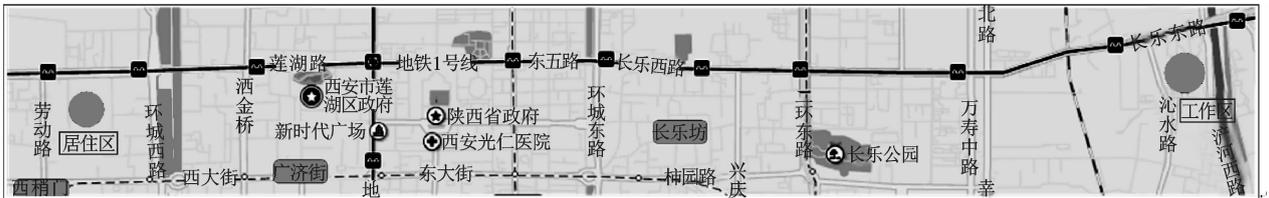


图 1 西安市某企业员工通勤出行示意

Fig. 1 Travel map of a unit's staff in Xi'an city

表 1 给出了对 2 条路径上不同交通方式的调查数据进行整理后的基础数值。同时通过对西安市的相关资料搜集, 得到了 2012 年西安市的国民生产总值、人口总数、居民平均劳动时间, 并根据式(4)计算出时间转换价值系数, 具体如下页表 2 所示。

通过实地调查, 该大型企业每天最大的出行量为 1 700 人, 连接该单位的员工居住区和工作区的各种交通方式及各条出行路径能够为该企业员工提供的客运量如下页表 3 所示。

表 1 不同路径下各交通方式的广义出行费用基础数值

Tab. 1 Correlation value of generalized travel cost under different routes & modes

路径	交通方式	T_w/min	T_D/min	$P/\text{元}$	T_{d1}/min	T_{d2}/min
1	公交	5	22	2.0	2.5	3.5
	出租车	4	14	13.0	①	2.5
	轨道交通	6	10	3.0	0.2	1.0
2	公交	7	25	2.5	2.0	2.0
	出租车	7	12	14.0	①	2.0
	轨道交通	6	12	4.0	0.2	0.5

注: ①表示由于出租车没有规定的达到时刻, 因此不存在误点时间。

表2 2012年西安市相关基础数据及时间转换价值系数

Tab.2 Related basic data and the value of time conversion coefficient of Xi'an in 2012

国民生产总值 G/亿元	人口总数 r/万人	居民平均劳动时间 s/h	时间转换价值系数 ψ
4 300	850	10.6	13.02

表3 不同交通方式和出行路径可提供的客运量

Tab.3 Available value under different routes & modes 人/d

类别	公交	出租车	轨道交通	合计	
路径	1	1 000	200	550	1 750
	2	1 200	180	600	1 980
合计	2 200	380	1 150	3 730	

3.1 求解过程

根据1.2节中对广义出行费用各因素的描述,对表1中的基础数值进行进一步的整合,得到出行时间、票价、舒适性、可靠性和安全性5个影响因素的数值。结果如表4所示。

表4 广义出行费用的影响因素数值

Tab.4 Influence factors' values of generalized travel cost

路径	交通方式	T/min	P/元	C ^②	D	A
1	公交	27	2.0	0.20	6.0	0.90
	出租车	18	13.0	1.30	2.5	0.92
	轨道交通	16	3.0	0.30	1.2	0.99
2	公交	32	2.5	0.25	4.0	0.90
	出租车	19	14.0	1.40	2.0	0.92
	轨道交通	18	4.0	0.40	0.7	0.99

注:②表示拟选取各交通方式直接票价的10%来体现舒适性。

根据式(5)~式(9),可得到这2条路径上的3种交通出行方式的广义费用

$$W = \begin{bmatrix} 8.37 & 9.59 \\ 17.30 & 18.68 \\ 7.66 & 8.45 \end{bmatrix}$$

$$W^* = \min_{\substack{g_i=1,2,3 \\ g_j=1,2,3 \quad i \neq j}} (\omega(g_i, l_1), \omega(g_j, l_2)) = 16.82$$

当出行者选择第1条路径上的公交和第2条路径上的轨道交通出行时,出行者的社会总成本最小,同时表明出行者的出行费用存在Nash平衡。

以下为计算出行者社会总成本Nash均衡价格的过程(令 $\epsilon=0.1$)。根据式(10),当去除公交方式后,出行总成本最小值为

$$W_1^* = \min_{\substack{g_i=2,3,4,5 \\ g_j=2,3,4,5 \quad i \neq j}} (\omega(g_i, l_1), \omega(g_j, l_2)) = 25.75$$

当出发地和目的地之间的路径上有公交可供出行者选择时,出行者获得的利润空间(出行费用减少)为

$$\Delta W_1 = W_1^* - W^* = 25.75 - 16.82 = 8.93$$

根据式(11),可得

$$\omega(g_1, l_1) = \omega(1, 1) + \Delta W_1 - \epsilon = 17.20$$

同理,当去除轨道交通方式后,根据式(10),出行总成本最小值为

$$W_3^* = \min_{\substack{g_i=1,2,4,5 \\ g_j=1,2,4,5 \quad i \neq j}} (\omega(g_i, l_1), \omega(g_j, l_2)) = 26.89$$

从而可知,当出发地和目的地之间的路径上存在轨道交通可供出行者选择时,出行者获得的利润空间(出行费用减少)为

$$\Delta W_3 = W_3^* - W^* = 26.89 - 16.82 = 10.07$$

根据式(11),可得

$$\omega(g_3, l_2) = \omega(3, 2) + \Delta W_3 - \epsilon = 18.42$$

对于出行者来说,当出行时采用一种交通方式代替另一种交通方式或者一条路径代替另一条路径能够节省较多的出行广义费用时,出行者往往选择花费较小的交通方式或者出行路径来出行,这时往往带来某一种交通方式或者出行路径的过饱和和拥堵状况,进而导致城市交通的效率低下、出行分布不均衡甚至是大面积的城市交通瘫痪。新的社会成本矩阵为

$$W' = \begin{bmatrix} 17.20 & 18.52 \\ 17.30 & 18.68 \\ 17.73 & 18.42 \end{bmatrix}$$

根据2.3节中保证配对组合所花费的广义出行费用最小的原则,在下一步计算之前在成本矩阵中减去公交方式和第2条路径,重复式(5)~式(9)得到

$$W'' = [17.63, 17.73]^T$$

这时,所有的出行者都通过不同的交通方式和出行路径完成了出行需求。

3.2 结果分析

假设此时由于某种原因的影响,公交运营公司决定提高路径1上公交的价格,即增加费用 ϵ ,则

$$\omega(g_1, l_1) + \epsilon = W_1^* - W^* + \omega(1, 1) = \omega(2, 1) = \omega(g_2, l_1)$$

可见若公交公司单方面提高费用,出行者乘坐公交时需要付出的出行成本已经不是出行成本矩阵中的最小值,则此时不能保证公交方式的费用优势,对出行者缺乏吸引力,进而可能会造成公交方式的客源流失。

同理,假设此时由于某种原因的影响,轨道交通运营公司决定提高路径2上轨道交通的价格,即增加费用 ϵ ,则

$$\omega(g_3, l_2) + \epsilon = W_3^* - W^* + \omega(3, 2) = \omega(1, 2) = \omega(g_1, l_2)$$

同上,若轨道交通运营公司单方面提高费用,也

不能保证轨道交通的费用优势。

通过上述的分析,得到的新成本矩阵代表的费用策略体现了 Nash 均衡性,新成本矩阵与原来的成本矩阵相比,不同出行路径以及不同交通方式的出行成本,即广义出行费用更加平衡,从而能够使客流得到更好的均分,由此保证城市交通在各条道路和交通方式的平衡;同时对于作为主导出行成本的不同交通方式运营者,没有任何一方可以单独改变各自的费用来获得更大的收益,保证了城市交通出行中出行成本的稳定性和可靠性。

4 结 语

(1)在城市交通出行分析中引入经济学中的 Nash 均衡理论,建立广义出行费用模型和基于 Nash 均衡的出行成本模型,通过模型求解可得到多种交通方式和出行路径组合的广义出行费用均衡解;并且在达到 Nash 均衡后,不同的道路、交通方式的拥有者或者管理者都不能通过单独改变出行费用(例如票价、公交车发车间隔等)使得出行者付出更高的交通出行费用。

(2)根据 Nash 均衡成本矩阵,可以采取动态调整不同交通方式的票价,适当提高某种交通方式的出行成本;建立道路拥堵收费机制,对出行率高、拥堵路段进行收费等措施,可使出行客流更好的在不同交通方式和不同路径中实现合理的转移,使城市路网流量分布更均衡,不同交通方式承担客流量更合理,从而提高交通运行效率。

(3)本文的模型和方法也可应用到公路交通、铁路、高铁、民航等远距离出行的出行选择分析,为城际交通之间的客流竞争、市场占有率以及各交通方式出行费用的调控分析提供了思路,有利于建设均衡、和谐的交通出行。

参考文献:

References:

[1] Mirchandani P, Soroush H. Generalized traffic equilibrium with probabilistic travel times and perceptions [J]. *Transportation Science*, 1987, 21(3): 133-152.

[2] Bell M G H. A game theory approach to measuring the performance reliability of transport networks[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2000, 34(6): 533-545.

[3] Bell M G H, Cassir C. Risk-averse user equilibrium traffic assignment; an application of game theory[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*,

2002, 36(8): 671-681.

[4] Gabriel S A, Bernstein D. The traffic equilibrium problem with nonadditive path costs[J]. *Transportation Science*, 1997, 31(4): 337-348.

[5] Agdeppa R P, Yamashita N, Fukushima M. The traffic equilibrium problem with nonadditive costs and its monotone mixed complementarity problem formulation[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2007, 41(8): 862-874.

[6] Vugt M, Meertens R M, Lange P A M. Car versus public transportation? the role of social value orientations in a real-life social dilemma[J]. *Journal of Applied Social Psychology*, 1995, 25(3): 258-278.

[7] Bhaumik P K. Regulating the domestic air travel in India; an umpire's game [J]. *Omega*, 2002, 30(1): 33-44.

[8] Yang H, Woo K K. Competition and equilibria of private toll roads in a traffic network[J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2000, 1733(1): 15-22.

[9] Yang H, Zhang X. Modeling competitive transit and road traffic information services with heterogeneous endogenous demand[J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2002, 1783(1): 7-18.

[10] Wen Y, Zhang L, Huang Z T, et al. Incorporating transportation network modeling tools within transportation economic impact studies of disasters [J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering: English Edition*, 2014, 1(4): 247-260.

[11] 安实, 崔娜, 李静. 基于多智能体博弈的路径选择策略仿真研究[J]. *交通信息与安全*, 2009, 27(3): 1-5.

AN Shi, CUI Na, LI Jing. Route guidance strategy simulation based on multi-agent game approach[J]. *Journal of Transport Information and Safety*, 2009, 27(3): 1-5. (in Chinese)

[12] 王 灿, 汤宇卿. 博弈论视角下的交通分配系统最优与用户均衡的探讨[J]. *武汉理工大学学报*, 2014, 38(4): 850-854.

WANG Can, TANG Yu-qing. Discussion of system optimism and user equilibrium in traffic assignment with the perspective of game theory[J]. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2014, 38(4): 850-854. (in Chinese)

[13] 袁长伟, 蔚欣欣, 陆化普, 等. 基于斯塔克尔伯格博弈的路网均衡交通分配方法[J]. *中国公路学报*, 2009, 22(5): 89-93.