

空间曲线预应力筋张拉阶段应力损失计算方法

张善稳,王修信

(东南大学 混凝土及预应力混凝土结构教育部重点实验室,江苏 南京 210096)

摘 要:针对预应力混凝土结构中空间曲线形状预应力筋的预应力损失计算,运用摩擦力原理和空间微分几何关系,推导出了在张拉阶段预应力筋空间曲线段应力损失的计算公式;结合预应力工程中常用的 2 类空间曲线,即圆柱面上的圆弧曲线和投影面上为双抛物线的形式,详细地给出了空间弯曲角 φ 和曲线长 s 的实用计算公式;对这 2 类曲线预应力筋两端张拉且布筋形状非对称时的情况,给出了确定理论不动点(应力平衡点)的计算公式。研究结果表明:在给出的工程算例中,从计算开始点到理论不动点处的弧长,公式法和有限元法的计算结果分别为 23.554、23.520 m,相差 0.15%;理论不动点处有效预应力值的计算结果分别是 868.48、912.28 MPa,相差 4.8%。其产生误差的原因包括在给出公式计算中各分段计算四舍五入等误差的积累,MIDAS 有限元软件在空间预应力筋形状输入时存在的微小误差,以及建模划分梁单元时的疏密程度造成的误差等。给出的计算方法可解决这 2 类非对称布置空间曲线筋预应力损失的计算问题,能较为便利地计算出这 2 类空间多曲线布筋形式的弧长和有效预应力,其计算结果可靠,表明了公式的通用性和实用性。

关键词:桥梁工程;预应力混凝土工程;预应力筋;空间曲线段;张拉阶段;预应力损失;理论不动点
中图分类号:U448.35 **文献标志码:**A

Calculation method of stress loss in tensioning stage for prestressing tendons of space curve

ZHANG Shan-wen, WANG Xiu-xin

(Key Laboratory of C&PC Structure of Ministry of Education, Southeast University,
Nanjing 210096, Jiangsu, China)

Abstract: Aimed at the calculation of prestress loss of prestressing tendons with space curve layout in prestressed concrete structure, based on the friction principle and space differential geometry relationship, formulas were derived to be used to calculate the stress loss in tensioning stage. For the two commonly used space curves of circular arc on a cylindrical surface and double parabolas in the projection planes in prestressing engineering, the practical formulas were given to calculate the space bending angle φ and space curve length s . In view of the situation of asymmetrical arrangement of tendons when tensioning was imposed on both ends, the calculating expression was also obtained to determine the fixed point (the stress balance point) in theory in prestressing tendons. The results show that in the given engineering example, the value of curve length from the beginning point of calculation to the fixed point in theory is 23.554 m by formulas

method, and 23. 520 m by finite element method. The difference between the two results is 0. 15%. The value of effective prestress at the fixed point in theory is 868. 48 MPa by formulas method, and 912. 28 MPa by finite element method, The difference between the two results is 4. 8%. The reasons for the error include the rounding error accumulation in data processing in each section by the formula method, the slight defference between the real space curve and that into the MIDAS Civil software and the density difference of beam element division in modeling. The loss of prestress, the values of efficient prestress and curve length can be conveniently obtained by the proposed formulas, and the calculation values are reliable, which means that the formula method is universal and practical. 1 tab, 9 figs, 20 refs.

Key words: bridge engineering; prestressed concrete engineering; prestressing tendon; space curve segment; tensioning stage; prestress loss; fixed point in theory

0 引言

后张法预应力工程被广泛应用于公路、市政、房屋建筑等结构中。预应力混凝土梁桥中的预应力钢束是关键受力构件,其应力状态决定着结构的整体性能,预应力损失是影响预应力混凝土桥梁安全的最主要因素之一,因此,预应力构件的有效预应力计算显得尤为重要^[1-3]。在张拉阶段,预应力筋除受外加预应力外,还有因预应力钢筋与孔道壁之间接触而产生的摩擦力,该力与外加拉力方向相反,从而使预应力值自张拉端开始逐渐减少。这部分造成应力损失的摩擦力,主要包括孔道弯曲引起的摩阻力和孔道局部偏差引起的摩阻力。实际工程中,张拉施工遵循的是以应力控制为主、引伸值校核的双控原则,因此,为了有效控制预应力筋的张拉效果,准确计算因摩阻力造成的应力损失显得尤为重要。中国现行桥梁规范和美国的桥梁结构规范以及专著文献中,有关在张拉阶段预应力摩擦损失的计算公式均以二维曲线推导^[4-10]。很多学者针对这一问题进行了相关研究,孟少平介绍了预应力张拉过程中理论伸长值与实测伸长值偏差的主要原因,指出工程实践中应采取的措施^[11];周小勇等对空间曲线的管道摩擦及局部偏差损失进行了研究^[12];徐华轩等分别对竖向和体外预应力筋的有效预应力及受力过程进行了探讨^[13-14]。

上述研究的角度虽有不同,但多为从二维曲线或者折线方面解析,没有系统地给出空间曲线的计算公式。鉴于此,本文综合相关文献,针对后张法预应力工程空间曲线预应力筋在张拉阶段的摩阻力计算进行了详细的阐述和分析,推导计算了预应力的损失和求解非对称布筋时的理论不动点。结合工程中常用的 2 类空间曲线预应力筋形状,即圆柱面上的圆弧曲线和投影面上为双抛物线,并对这 2 类

空间曲线预应力筋空间弯曲角 φ 和曲线长 s 的计算公式进行推导^[15-20]。

1 预应力损失计算公式推导

预应力筋在张拉阶段的应力损失是由孔道弯曲引起的摩阻力和孔道局部偏差引起的摩阻力造成的,分别定义为 F_1 、 F_2 ,孔道壁和预应力筋间的摩阻系数为 μ 。

1.1 空间预应力筋的几何关系

某段空间预应力筋曲线用向量 $r=r(s)$ 表达,如图 1 所示。曲线 s 在点 m 处的 3 个向量表示为两两相互垂直的单位向量 α 、 β 、 γ ,分别代表单位切、主法和从法向量,空间曲率表示为 $k(s)$,挠率为 $\tau(s)$ 。

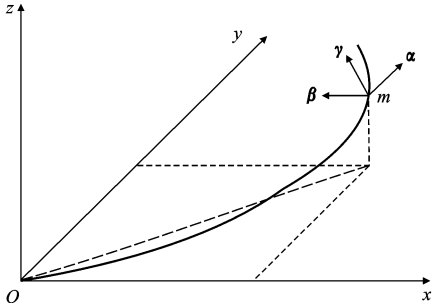


图 1 空间预应力筋曲线段

Fig. 1 Space curve segment of prestressing tendons
根据 Frenet 公式有下列关系式

$$\begin{cases} \alpha' = k(s)\beta \\ \gamma' = -\tau(s)\beta \end{cases} \tag{1}$$

式中: α' 、 γ' 分别为基本单位向量 α 、 γ 关于弧长 s 的微商。

1.2 孔道弯曲引起的摩阻力

对于曲线孔道部分,预应力筋在张拉时对弯曲孔道内壁产生的径向压力所引起的摩擦力,称为孔道弯曲引起的摩阻力。力的数值随着孔道的弯曲包

角的增加而增大。对空间微段 ds 的预应力筋进行分析,始端张拉力为 T ,曲线孔道微段张拉力变化为 dT ,弯曲角变化为 $d\varphi$,受力情况如图 2 所示。

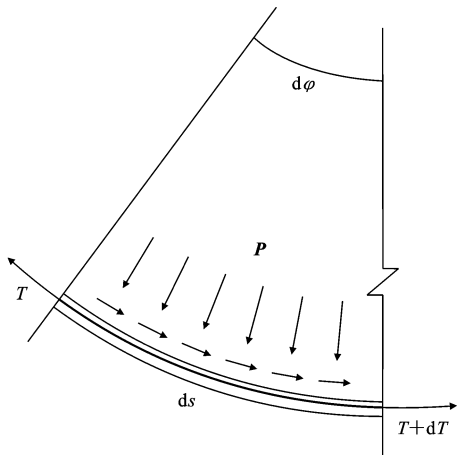


图 2 孔道弯曲影响

Fig. 2 Effect of bent ducts

则切线方向的张拉力可表示为

$$T_1 = T\alpha \quad (2)$$

单位长度上孔道内壁对预应力筋的压力为 P ,由力平衡条件可得

$$dT_1 + Pds = 0 \quad (3)$$

根据空间几何关系则有

$$P = P_1\alpha + P_2\beta + P_3\gamma \quad (4)$$

式中: P_1 、 P_2 、 P_3 为向量 P 的模, P_1 为预应力筋与孔道壁单位长度的摩阻力, P_2 、 P_3 分别为预应力筋与孔道壁在主法线和从法线方向单位长度的压力。

另

$$\frac{dT_1}{ds} = \frac{d}{ds}(T\alpha) = T \frac{d\alpha}{ds} + \frac{dT}{ds}\alpha \quad (5)$$

代入式(3)后整理可得

$$\left(\frac{dT}{ds} + P_1\right)\alpha + [k(s)T + P_2]\beta + P_3\gamma = 0 \quad (6)$$

根据 α 、 β 、 γ 这 3 个方向力的平衡原理,可得

$$\begin{cases} dT + P_1 ds = 0 \\ k(s)T + P_2 = 0 \\ P_3 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

由式(7)中可知,从法线 γ 方向上预应力筋给孔道内壁正的压力 $P_3 = 0$,相应产生的摩擦力也为 0。说明挠率 $\tau(s)$ 对空间曲线预应力筋从切平面上的摩擦力的计算不产生影响,因此,空间曲线预应力筋的摩阻力由空间曲率 $k(s)$ 及曲线长度 s 产生。所以有下列关系式

$$\begin{cases} dF_1 + P_1 ds = 0 \\ P_1 = \mu \sqrt{P_2^2 + P_3^2} \\ P_2 = -k(s)T \end{cases} \quad (8)$$

式中: μ 为弯阻参数。

解得

$$dF_1 = \mu T k(s) ds \quad (9)$$

预应力筋微段上的空间包角 $d\varphi$ 为

$$d\varphi = k(s) ds \quad (10)$$

所以这部分的摩阻力 dF_1 为

$$dF_1 = \mu T d\varphi \quad (11)$$

1.3 孔道局部偏差引起的摩阻力

孔道局部偏差引起的摩阻力是由于在施工中孔道设计位置与实际位置的局部偏差致使预应力筋在张拉时与孔道壁产生多次接触而引起的摩擦力,数值大小与预应力筋的长度、接触材料间的摩阻系数及孔道成型的施工质量等有关。对于孔道局部偏差影响所引起的摩擦力,设孔道具有正负偏差,如图 3(a)所示,其平均曲率半径为 R_i ,相应的弯曲角为 $d\theta_i$ 。假定预应力筋与平均曲率半径 R_i 的孔道壁贴合很好,同样取微段 ds 进行分析,如图 3(b)所示。

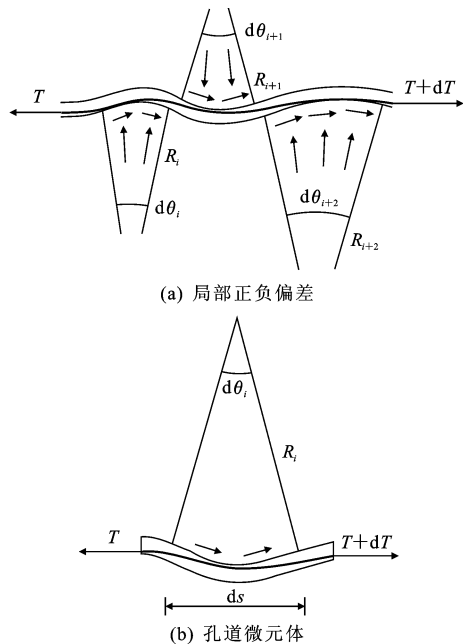


图 3 孔道局部偏差影响

Fig. 3 Effect of local deviation of ducts

由于挠率对摩阻力的大小没有影响,所以预应力筋与孔道内壁间的法向压力 dP_i 为

$$dP_i = -T \sin(d\theta_i) \approx -T ds / R_i \quad (12)$$

故 ds 段内产生的摩擦力 dF_2 为

$$dF_2 = \mu dP_i \approx -\mu T ds / R_i \quad (13)$$

定义 $k = u/R_i$ 为孔道设计位置偏差系数,这部分的摩阻力为

$$dF_2 = k T ds \quad (14)$$

1.4 摩阻力引起的预应力损失

空间曲线预应力筋微段 ds 内的应力变化值 dT

与两部分摩擦力之和满足力平衡条件,即

$$dT + dF_1 + dF_2 = 0 \quad (15)$$

把式(11)、式(14)代入上式,整理得

$$\frac{dT}{T} = -(\mu d\varphi + k ds) \quad (16)$$

对上式积分,利用边界条件: $\varphi = 0, s = 0, T = T_0$,并同除以钢束面积 A_y ,整理得到空间曲线预应力筋的应力损失

$$\Delta\sigma_i = \sigma_0 (1 - e^{-(k s_i + \mu \varphi_i)}) \quad (17)$$

式中: $\Delta\sigma_i$ 为第 i 段钢束应力损失的应力值; σ_0 为第 i 段始点应力; s_i 为第 i 段始点至计算截面预应力筋的空间曲线长度; φ_i 为第 i 段始点至计算截面的空间曲线包角度和(rad)。

2 空间弯曲角和曲线长计算

上述空间曲线段预应力损失的计算公式与平面曲线的公式结构形式相同,但是式(17)中弯曲角 φ 和弧长 s 这 2 个参数的计算方法有很大不同。在进行空间曲线预应力筋设计时,会给出在平面上投影的曲线参数和在立面上投影的曲线参数,并可得到投影面上平面曲线解析式的关系。下面结合预应力混凝土工程中常用的 2 类空间曲线的形式,投影面上为双抛物线和圆柱面上的圆弧曲线,推导这 2 类空间曲线弯曲角 φ 和曲线长 s 的实用计算公式,来进一步分析和阐述预应力损失的完整计算过程。

根据微分几何中 Frenet 公式

$$s'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 \quad (18)$$

$$k(s) = [(x'y'' - y'x'')^2 + (y'z'' - z'y'')^2 + (z'x'' - x'z'')^2]^{1/2} / (x'^2 + y'^2 + z'^2)^{3/2} \quad (19)$$

所以空间曲线长 s 和空间弯曲角 φ 的一般参数表达式为

$$s = \int_0^{x_0} \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} dx \quad (20)$$

$$\varphi = \int_0^{x_0} \{[(x'y'' - y'x'')^2 + (y'z'' - z'y'')^2 + (z'x'' - x'z'')^2]^{1/2} / (x'^2 + y'^2 + z'^2)\} dx \quad (21)$$

2.1 抛物线+抛物线

预应力筋三维曲线表示为 x 参数的表达式

$$\begin{cases} y = a_1 x^2 + b_1 \\ z = a_2 x^2 + b_2 \end{cases} \quad (22)$$

则一阶导数和二阶导数为

$$\begin{cases} x' = 1 & x'' = 0 \\ y' = 2a_1 x & y'' = 2a_1 \\ z' = 2a_2 x & z'' = 2a_2 \end{cases} \quad (23)$$

式中: a_1, a_2 为抛物线的二次项系数; b_1, b_2 为常

数项。

2.1.1 空间曲线长 s

把一阶导数代入式(20),可得

$$s = \int_0^{x_0} \sqrt{1 + 4(a_1^2 + a_2^2)x^2} dx \quad (24)$$

令 $4a_1^2 + 4a_2^2 = c^2$, 上式变化为

$$s = \int_0^{x_0} \sqrt{1 + c^2 x^2} dx \quad (25)$$

所以求得曲线长 s 为

$$s = \frac{x_0}{2} \sqrt{c^2 x_0^2 + 1} + \frac{1}{2c} \ln\left(\frac{x_0}{c} + \frac{1}{c^2} \sqrt{c^2 x_0^2 + 1}\right) \quad (26)$$

2.1.2 空间弯曲角 φ

把式(23)代入式(21),整理得

$$\varphi = \int_0^{x_0} \frac{\sqrt{4a^2 + 4b^2}}{1 + 4(a^2 + b^2)x^2} dx = \int_0^{x_0} \frac{c}{1 + c^2 x^2} dx \quad (27)$$

所以空间弯曲角 φ 为

$$\varphi = \arctan(c^2 x_0) \quad (28)$$

2.2 圆曲线+圆曲线

预应力筋三维曲线方程式表示为 θ 参数表达式

$$\begin{cases} x = r \sin(\theta) \\ y = -r \cos(\theta) + r \\ z = -\sqrt{R^2 - r^2 \theta^2} + R \end{cases} \quad (29)$$

则表达式的一阶导数和二阶导数为

$$\begin{cases} x' = r \cos(\theta) \\ y' = r \sin(\theta) \\ z' = r^2 \theta (R^2 - r^2 \theta^2)^{-1/2} \end{cases} \quad (30)$$

$$\begin{cases} x'' = -r \sin(\theta) \\ y'' = r \cos(\theta) \\ z'' = R^2 r^2 (R^2 - r^2 \theta^2)^{-3/2} \end{cases} \quad (31)$$

式中: θ 为平弯面内的弯角; r, R 分别为投影在 xOy 和 xOz 面上的圆曲线半径,如图 4 所示。

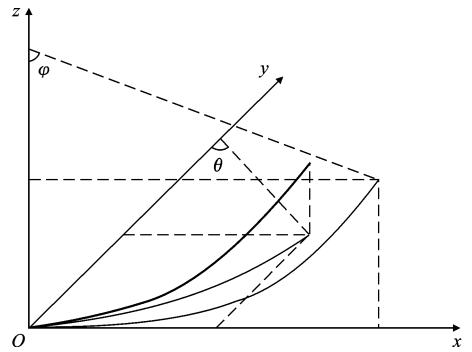


图 4 空间预应力筋与投影面曲线关系

Fig. 4 Relationship between space prestressing tendon curves and project on surface

2.2.1 空间曲线长 s

把式(30)代入式(20)得

$$s = Rr \int_0^{\theta_0} \frac{1}{\sqrt{R^2 - r^2 \theta^2}} d\theta \quad (32)$$

所以曲线长 s 为

$$s = R \arcsin\left(\frac{r}{R} \theta_0\right) \quad (33)$$

2.2.2 空间弯曲角 φ

把式(30)、式(31)代入式(21),可得

$$\varphi = \int_0^{\theta_0} \sqrt{\frac{r^2}{R^2 - r^2 \theta^2} + \frac{R^2 - r^2 \theta^2}{R^2}} d\theta \quad (34)$$

使用 Simpson 3/8 求积分式

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{8} [f(a) + 3f(a+h) + 3f(a+2h) + f(b)] \quad (35)$$

其中 $h = \frac{b-a}{3}$, 令

$$\begin{cases} c_1 = 9R^2 - r^2 \theta_0^2 \\ c_2 = 9R^2 - 4r^2 \theta_0^2 \\ c_3 = R^2 - r^2 \theta_0^2 \end{cases} \quad (36)$$

则

$$\varphi = \frac{\theta_0}{8} \left(\sqrt{\frac{r^2}{R^2} + 1} + 3\sqrt{\frac{9r^2}{c_1} + \frac{c_1}{9R^2}} + 3\sqrt{\frac{9r^2}{c_2} + \frac{c_2}{9R^2}} + \sqrt{\frac{r^2}{c_3} + \frac{c_3}{R^2}} \right) \quad (37)$$

3 理论不动点的确定

预应力筋的应力损失计算中,当单端张拉时,从张拉端逐段计算钢束的应力损失和终点应力,直到固定端;当两端张拉,预应力筋呈对称布置时,以对称点为固定端分段计算;当预应力筋形状布置非对称时,必须首先确定“固定端”。当施加预应力后,由于摩擦引起应力损失,张拉力将从两张拉端向另一端逐渐减少,因此,预应力在钢筋中间某个部位必定是同时衰减到某一个值,从而达到系统平衡,这个点理论上是整束预应力筋中唯一的不动点,所以称为理论不动点,或者应力平衡点。由于预应力筋是一条空间光滑曲线,任意一端向另一端求摩阻损失的函数,应该是单调、连续的,如图 5 所示,其中 σ_{con} 为预应力筋锚下控制应力值,这 2 条摩阻损失曲线的交点,即为理论上的不动点。

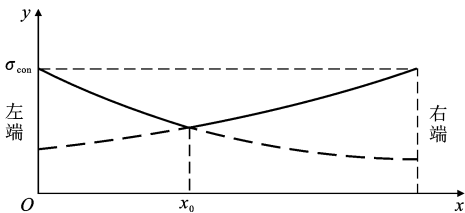


图 5 非对称张拉时单向应力损失曲线

Fig. 5 One-way prestress loss curve under asymmetric tension

假定应力平衡点位置在预应力筋的第 i 段,两端

点 A、B 的应力分别为 σ_1 、 σ_2 。由应力平衡条件可知

$$\sigma_1 e^{-(k s_1 + \mu \varphi_1)} = \sigma_2 e^{-(k s_2 + \mu \varphi_2)} \quad (38)$$

可得下列关系式

$$\begin{cases} \varphi_1 + \varphi_2 = \varphi \\ s_1 + s_2 = s \\ k(s_1 - s_2) + \mu(\varphi_1 - \varphi_2) = \ln(\sigma_1 / \sigma_2) \end{cases} \quad (39)$$

式中: φ_1 、 s_1 、 φ_2 、 s_2 分别为理论不动点两侧的弯曲角和曲线长,联合 φ 、 s 的关系式解得不动点的位置。

应力损失计算时,应首先根据预应力筋直、曲段和空间曲段合理划分为若干段,从张拉端开始逐段计算出各段的始、终端应力,直到“固定点”或者求得的“理论不动点”。张拉端的初始应力与该点应力差值即为预应力筋在张拉阶段的预应力损失。

4 算例与分析

某预应力混凝土曲线桥梁,宽度为 10 m,设计中心线在半径为 50 m 的圆曲线上,桥跨组合为 (24+18) m,连续箱梁和中腹板预应力筋 N1 束平面布置如图 6 所示。该预应力筋 N1 中 AC 段、DH 段和 IK 段为空间曲线,CD 段和 HI 段为平面曲线,立面上的投影曲线如图 7 所示。预应力筋型号为 10×7-Φ15.24-1860,张拉应力取抗拉强度标准值的 75% 即 1 395 MPa,也即是 A 点和 K 点锚下控制应力值;摩阻参数 k 、 μ 分别取为 0.001 5 和 0.22。

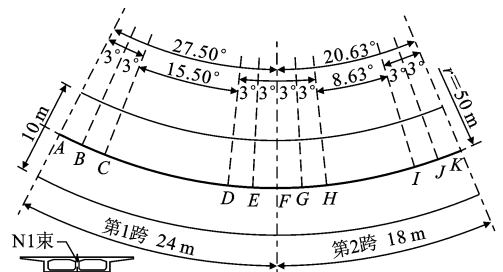


图 6 曲线桥梁和钢束平面布置

Fig. 6 Plane arrangement curved bridge and tendons

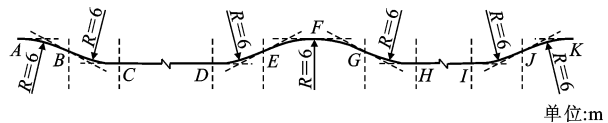


图 7 钢束在立面上投影尺寸

Fig. 7 Dimension of tendons on vertical plane of projection

4.1 公式法

由于预应力筋形状非对称,首先应确定理论不动点,假定为 O 点。通过式(17)、式(33)、式(37),分别从 A 点和 K 点起单向计算预应力损失,如下页图 8 所示。从图中可知,理论不动点 O 在空间曲线 EF 段上。

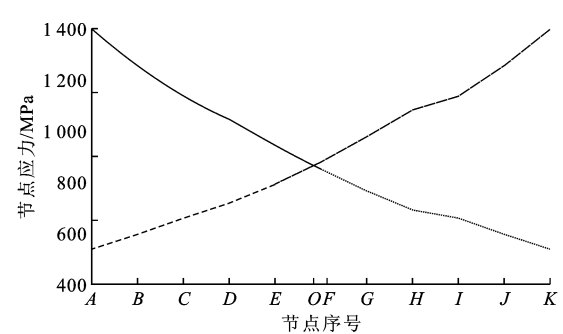


图 8 钢束 A、K 点起的单向应力衰减曲线

Fig. 8 One-way prestress loss curves from the point A and K in tendons respectively

把已知数值代入式(39),可解得以 E 为始点,理论不动点 O 点的数值。其中 EF 段两端点的应力值分别为从 A 端起计算的 E 点应力值和从 K 端起计算的 F 点应力值。

4.2 有限元法和对比分析

有限元法采用 MIDAS/Civil 软件。梁单元根据平面转角划分,每个单元为 0.5° ,其中有 1 个单元为 0.63° , EF 分段内单元为 0.01° 。锚具变形为 0,其余常规建模。通过计算机软件可以得到整个钢束预应力损失曲线,为方便比较,在有限元法的曲线上与公式法中各分段节点相应位置进行了标示,包括理论上的不动点(应力最小位置),如图 9 所示。

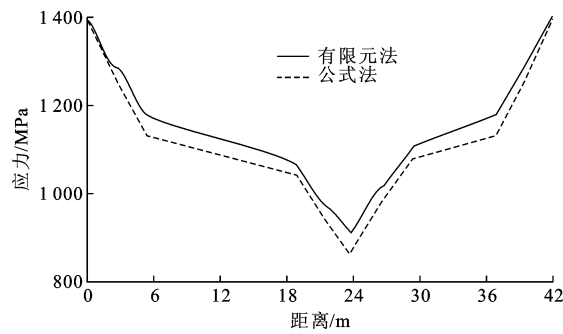


图 9 钢束预应力损失曲线

Fig. 9 Prestress loss curves of tendons

用表格的方式列出钢束预应力损失和理论不动点处的平弯转角、弧长及预应力数值,可以更加准确直观地比较 2 种方法得到的理论不动点的计算结果,如表 1 所示。

表 1 理论不动点 O 的计算数值

Tab. 1 Calculated values of fixed point O in theory

项目	O 点位置		O 点应力/ MPa	应力损失/ MPa
	转角/ $^\circ$	弧长/m		
有限元法	26.952	23.520	912.28	482.72
公式法	26.991	23.554	868.48	526.52
差值		0.034	43.80	43.80

注:表中转角和弧长均为 A 点为零点的平弯数值。

从上述图表中可以看出,2 种方法计算的结果相差比较小,最大的平衡点预应力误差也在 5% 以内,理论不动点计算位置差别则更小,这充分说明推导公式的正确性。造成这种差值的原因主要有:①在给出的公式计算中,各分段中四舍五入等误差的积累;②MIDAS/Civil 软件在空间钢束形状输入存在的微小误差;③建模划分梁单元时的疏密程度,因为软件除了在钢束布置形状中输入的控制点坐标外,程序还会自动计算每个单元内四分点位置处钢束形状的控制坐标。

5 结 语

(1)根据空间微分几何关系,结合预应力混凝土工程实践中常用的 2 类空间曲线,圆柱面上的圆弧曲线和投影面上为双抛物线的形式,推导出了这 2 类空间曲线预应力筋空间弯曲角 φ 和曲线长 s 的实用计算公式。

(2)运用摩擦力原理,推导出了这 2 类空间曲线在张拉阶段预应力筋空间曲线段应力损失的计算通用公式。而现行《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG D62—2004)和《公路桥涵施工技术规范》(JTG/T F50—2011)中,并没有给出这类空间曲线的明确计算公式。

(3)当两端张拉预应力筋形状非对称布置时,给出了求解理论不动点(应力平衡点)的计算公式,用以确定“固定端”。

(4)通过算例,把公式法的计算结果与有限元法的结果进行了绘图列表对比分析,验证了公式法的精度和正确性。详细阐述了张拉阶段预应力筋应力损失的完整计算步骤,也表明了公式法的通用性和实用性。

(5)下一步可以对锥形螺旋式空间多曲线布筋形式的有效预应力计算等问题进行深入研究。

参考文献:

References:

[1] 《中国公路学报》编辑部. 中国桥梁工程学术研究综述·2014[J]. 中国公路学报,2014,27(5):1-96.
Editorial Department of China Journal of Highway and Transport. Review on China's bridge engineering research;2014 [J]. China Journal of Highway and Transport,2014,27(5):1-96. (in Chinese)

[2] 张元海,刘世忠. 后张法预应力混凝土梁钢束预应力损失研究[J]. 中国公路学报,2002,15(2):76-78.
ZHANG Yuan-hai, LIU Shi-zhong. Study of the loss

- of pre-stress of tendon in post-tensioned prestressed concrete beams[J]. China Journal of Highway and Transport, 2002, 15(2): 76-78. (in Chinese)
- [3] COUSINS T E. Investigation of long-term prestress losses in pretensioned high performance concrete girders[R]. Charlottesville: Virginia Transportation Research Council, 2004.
- [4] AASHTO2007, AASHTO LRFD bridge design specification[S].
- [5] ACI 318-2008, Building code requirements for structural concrete and commentary[S].
- [6] JTG D62—2004, 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S].
JTG D62—2004, Code for design of highway reinforced concrete and prestressed concrete bridge and culverts[S]. (in Chinese)
- [7] JTG/T F50—2011, 公路桥涵施工技术规范[S].
JTG/T F50—2011, Technical specification for construction of highway bridge and culverts[S]. (in Chinese)
- [8] 华中预应力中心. 现代预应力混凝土工程实践与研究[M]. 北京: 光明日报出版社, 1989.
Prestress Center of Central China. Practice and research on modern prestressed concrete engineering [M]. Beijing: China Guangming Daily Press, 1989. (in Chinese)
- [9] LINT Y, BURNS N H. Design of prestressed concrete structures[M]. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 1981.
- [10] NAWY E G. Prestressed concrete: a fundamental approach[M]. 5th ed. Englewood: Prentice Hall, 2005.
- [11] 孟少平. 理论伸长值与实测伸长值偏差问题[J]. 施工技术, 2001, 30(7): 18-24.
MENG Shao-ping. The deviation on elongation value of theory and measured[J]. Construction Technology, 2001, 30(7): 18-24. (in Chinese)
- [12] 周小勇, 金文成, 黎述亮. 任意空间曲线预应力筋的管道摩擦及局部偏差损失研究[J]. 公路交通科技, 2009, 26(6): 84-86.
ZHOU Xiao-yong, JIN Wen-cheng, LI Shu-liang. Study on loss of 3D curved prestressing tendon due to pipeline friction and local defection[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2009, 26(6): 84-86. (in Chinese)
- [13] 徐华轩. 保证箱梁桥竖向预应力筋有效预应力的探讨[J]. 铁道工程学报, 2010(3): 52-56.
XU Hua-xuan. Discussion on the measures for guaranteeing effective prestress of vertical prestressed reinforcement of box girder bridge[J]. Journal of Railway Engineering Society, 2010(3): 52-56. (in Chinese)
- [14] 张彦玲, 李运生, 樊健生. 体外预应力连续组合梁预应力筋拉力计算方法及全过程受力分析[J]. 建筑结构学报, 2011, 32(5): 100-106.
ZHANG Yan-ling, LI Yun-sheng, FAN Jian-sheng. Analysis of prestressing load and whole mechanical process of externally prestressed continuous composite beams[J]. Journal of Building Structures, 2011, 32(5): 100-106. (in Chinese)
- [15] 李式雄. 后张法预应力钢绞线张拉和锚固过程分析[J]. 筑路机械与施工机械化, 2015, 32(2): 68-71, 77.
LI Shi-xiong. Analysis on process of prestressed steel strand tensioning and anchoring with post-tensioning method[J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2015, 32(2): 68-71, 77. (in Chinese)
- [16] 魏明明. 后张法施工中预应力筋延伸量计算及影响因素[J]. 中国市政工程, 2011(3): 67-69, 72.
WEI Ming-ming. On the extension value calculation & influence factors of prestressed reinforcing steel of post-tensioning method construction[J]. China Municipal Engineering, 2011(3): 67-69, 72. (in Chinese)
- [17] ZHANG S W, WANG X X. The calculation of theoretical value of elongation for prestressing tendons layout of various shape[C]//HE X M. International Conference on Electric Technology and Civil Engineering. New York: IEEE, 2011: 4581-4584.
- [18] GALIC M, MAROVIC P, NIKOLIC Z. Mathematical formulation of the space curvature of the tendon in the PC structures[J]. International Journal for Engineering Modelling, 2009, 21(1/4): 15-22.
- [19] 李世安, 贺拴海, 娄 诚, 等. 基于横张增量法的 PC 梁桥现存应力测试与评估[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2012, 32(2): 70-73, 81.
LI Shi-an, HE Shuan-hai, LOU Cheng, et al. Detection and assessment on existing stress of PC girder bridge based on horizontal tension-increment method [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2012, 32(2): 70-73, 81. (in Chinese)
- [20] 李 源, 贺拴海, 侯 炜, 等. 基于结构退化分析的桥梁长期挠度计算[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2014, 34(3): 53-59.
LI Yuan, HE Shuan-hai, HOU Wei, et al. Bridge long-term deformation based on structure degradation[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2014, 34(3): 53-59. (in Chinese)