

文章编号:1671-8879(2014)03-0074-06

# 基于 SPH 算法的刚性弹丸侵彻的数值模拟

尹冠生,高艳,赵庭

(长安大学理学院,陕西西安 710064)

**摘要:**针对光滑粒子流体动力学(smooth particle hydrodynamics,简称 SPH)方法在高速碰撞问题中的应用,利用大型动力学仿真软件 LS-DYNA 对球形弹丸以 1 000 m/s 的速度侵彻 1.2 cm 厚度钢板这一过程进行数值模拟分析。求解过程中球形弹丸采用刚性(Rigid)材料,钢板采用 Johnson-Cook 材料属性、Gruneisen 状态方程。分别用有限元法、SPH-FEM(smooth particle hydrodynamics-finite element method,简称 SPH-FEM)耦合算法和 SPH 算法对钢板进行模拟,并对这 3 种方法计算结果的 Mises 应力云图、系统能量、速度、加速度和计算效率进行对比,分析 3 种方法在高速碰撞问题中的优缺点。研究表明:SPH 算法计算效率低,仅 1/4 模型的计算时长就是有限元法的 6.4 倍,而有限元法不能很好地模拟高速碰撞中材料大变形、飞溅现象,相比之下,SPH-FEM 耦合算法能够弥补两者的不足,且精度能够达到要求。

**关键词:**结构力学;高速碰撞;数值模拟;有限元法;SPH-FEM 耦合算法;SPH

**中图分类号:**O313.4 **文献标志码:**A

## Numerical simulation for penetration of rigid projectile based on SPH method

YIN Guan-sheng, GAO Yan, ZHAO Ting

(School of Science, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China)

**Abstract:** Smooth particle hydrodynamics (SPH) method has been applied to analyze the high-speed collision problem. LS-DYNA, as a large-scale dynamics simulation software, was adopted to analyze the spherical projectile penetrating the steel target with thickness of 1.2cm at a high speed of 1 000 m/s. The material of spherical projectile was rigid, moreover, Johnson-Cook material property and Gruneisen state equation were used for the steel target. To study the respective advantages and disadvantages of the three methods applied in high-speed collision, including finite element method, the SPH-FEM (smooth particle hydrodynamics-finite element method) coupling algorithm and SPH method, the Mises stress cloud images, system energy, speed, acceleration and computation efficiency of the three methods were compared. The results show that the SPH method is computationally less efficient, where the computation time for only one quarter of the model is about 6.4 times of that used by finite element method. However, the finite element method doesn't perform well in simulating the collision material deformation and splash phenomenon. In conclusion the SPH-FEM coupling algorithm can make

收稿日期:2013-06-26

基金项目:中国博士后科学基金项目(2013M540724)

作者简介:尹冠生(1958-),男,河北石家庄人,教授,工学博士,E-mail:yings@chd.edu.cn

up for the deficiencies of the former two methods, and its computation precision meets the requirement. 8 figs, 14 refs.

**Key words:** structural mechanics; high-speed collision; numerical simulation; finite element method; FEM-SPH coupling algorithm; SPH

## 0 引言

高速碰撞是一种典型的高温、高压、高应变率的大变形冲击力学问题,有限元或有限差分法在进行数值模拟时完全依赖于网格,计算过程中会产生单元扭曲、网格畸变,甚至导致计算中断。Lagrange 法需要不断地进行网格重新划分,这样不仅计算量大,而且影响求解精度;Euler 法在精确确定自由表面、变形边界、运动交界面等存在一定的困难<sup>[1]</sup>。总之,有限元分析法在模拟大变形问题时往往困难重重。光滑粒子流体动力学方法 SPH(smooth particle hydrodynamics)是较早提出的一种无网格法,由于 SPH 方法不依赖于网格,且具有 Lagrange 性质,在处理大变形问题时具有明显地优势<sup>[2]</sup>。

SPH 方法是 1977 年由 Lucy 提出的,被应用在天体物理领域和流体动力学中,由于计算精度不高、边界条件难以施加和计算结果不稳定等问题,该方法未能得到广泛应用<sup>[3]</sup>。20 世纪 80 年代,Monaghan 对 SPH 方法进行了更深入的研究<sup>[4]</sup>;随后 Swegle 等发现 SPH 方法不稳定的起因并提出了稳定化方案<sup>[5]</sup>;Johnson 等也对 SPH 方法进行了改善,并将其应用于高速碰撞问题<sup>[6]</sup>。20 世纪 90 年代,中国一些学者也开始重视 SPH 方法,1996 年张锁春对 SPH 方法进行了综述<sup>[7]</sup>;1997 年贝新源等也将 SPH 方法应用在高速碰撞问题中<sup>[8]</sup>。根据现有文献可见,国内外主要方向集中于 SPH 方法在冲击动力学方面的应用,SPH 算法方面的研究还不够完善。随着 SPH 方法的深入研究,该方法被广泛应用于水下爆炸、高速碰撞、弹丸侵彻混凝土等冲击动力学领域。

本文主要观察钢靶的计算结果,忽略弹丸变形,所以可将弹丸材料属性设为刚性材料。本文采用了有限元法、SPH-FEM 耦合算法和纯 SPH 粒子算法对钢板进行数值模拟,详细地对 3 种方法的计算结果进行了分析,并从系统能量和具体的计算时间方面进行对比,分析了 3 种方法在高速碰撞问题中的各自优势以及不足。

## 1 SPH 方法基本原理

SPH 算法的核心思想是以核函数为基础的插值理论,将固体或流体离散成一系列运动的粒子,这些粒子之间不需要任何连接,每 1 个 SPH 粒子代表 1 个具有独自物理特性(质量、速度等)的插值点,用规则的内插函数计算每个粒子的力学特性,从而得到整个问题的力学特性。

相对于依赖网格的数值方法,SPH 有其独特的优点:一是其自适应性,SPH 近似构造不受粒子分布的影响;二是粒子近似法与 Lagrange 公式结合,使其具有 Lagrange 性质。

Liu 等给出了 SPH 公式详细的推导,考虑人工粘度  $\Pi_{ij}$  和人工热量  $H_i$  的 SPH 公式为

质量守恒方程

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j (v_i^\beta - v_j^\beta) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta}$$

动量守恒方程

$$\frac{dv_i^\alpha}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j} + \Pi_{ij} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta}$$

能量守恒方程

$$\frac{de_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{P_i}{\rho_i} + \frac{P_j}{\rho_j} + \Pi_{ij} \right) (v_i^\beta - v_j^\beta) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + \frac{1}{\rho_i} \tau_i^{\alpha\beta} \epsilon_i^{\alpha\beta} + H_i$$

质点运动方程

$$\frac{dx_i^\alpha}{dt} = v_i^\alpha$$

式中: $t$  为时间; $N$  为粒子  $i$  支持域内的粒子总数; $\alpha$ 、 $\beta$  分别为空间坐标方向; $m_j$  为粒子  $j$  的质量; $\rho_i$ 、 $\rho_j$  分别为粒子  $i$ 、粒子  $j$  的密度; $e_i$  为粒子  $i$  的内能; $v_i^\alpha$  为粒子  $i$  在空间坐标方向  $\alpha$  上的速度分量; $v_i^\beta$ 、 $v_j^\beta$  分别为粒子  $i$ 、粒子  $j$  在空间坐标  $\beta$  上的速度分量; $\sigma_i^{\alpha\beta}$ 、 $\sigma_j^{\alpha\beta}$  为粒子  $i$ 、粒子  $j$  的应力分量; $P_i$ 、 $P_j$  为粒子  $i$ 、粒子  $j$  的各项同性压力; $\tau_i^{\alpha\beta}$ 、 $\epsilon_i^{\alpha\beta}$  分别为粒子  $i$  的粘性剪应力和剪应变率; $\Pi_{ij}$  为人工粘度; $H_i$  为人工热量; $W_{ij}$  为粒子  $j$  对粒子  $i$  的光滑函数,可以将相邻粒子  $i$  和  $j$  联系起来; $x_i^\alpha$ 、 $x_i^\beta$  分别为粒子在空间坐标方向  $\alpha$ 、 $\beta$  上的位置矢量。

## 2 SPH-FEM 耦合算法

虽然 SPH 方法在解决大变形问题时存在其独特的优势,目前在大变形冲击力学中得到了广泛的应用。但是在处理冲击力学小变形问题时,计算精度和计算效率却远没有 FEM(有限元法)高。而且 SPH 方法在计算过程中需要搜寻影响域中各粒子物理量,这会耗费大量的时间和计算机存储。同时,还存在边界条件施加困难、拉伸不稳定等问题<sup>[9]</sup>。所以在处理冲击力学问题时,可以将 SPH 方法和 FEM 二者结合,在大变形区域设置 SPH 粒子,在局部小变形区域设置有限单元,可以大大提高计算效率。在 SPH 粒子与有限元进行耦合问题上,Johnson 将 SPH 粒子与有限元节点固结,通过固结的粒子传递与有限单元之间的相互作用力<sup>[10]</sup>。文献<sup>[9]</sup>给出了一种将畸变的有限元转化为 SPH 粒子的方法,该方法以等效 Mises 应力作为转化依据,文献<sup>[11]</sup>也各自给出了相对合理的耦合方法。

本文在 SPH 粒子与有限单元耦合问题时,采用 Johnson 的方法。将有限单元与 SPH 粒子连接处的单元表面设为主表面,将 SPH 粒子设为从节点,在主表面与从节点接触地方进行固结,即 SPH 粒子固结在相应的单元表面,图 1 为 SPH 粒子耦合在有限单元表面示意图<sup>[12]</sup>。

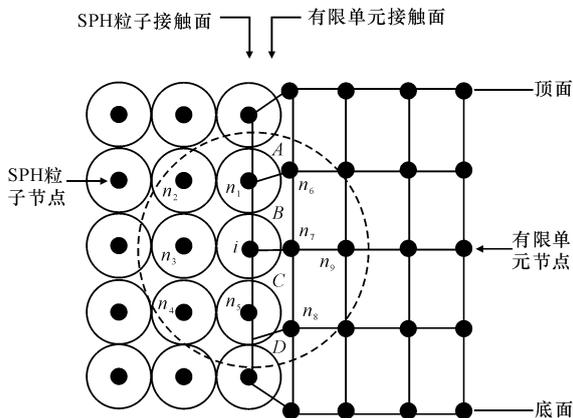


图 1 SPH 粒子与有限单元耦合示意图

Fig. 1 SPH particles coupled with finite elements

SPH 粒子与邻近的有限元的接触类型采用主表面与从节点绑定接触,保持节点相对位置不变,通过这种绑定接触来传递力学特性。

## 3 球形弹丸侵彻钢板有限元模型

球形弹丸取半径为 1.3 cm,材料属性为刚性,密度为  $8.93 \text{ g/cm}^3$ ;钢板尺寸为  $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} \times 1.2 \text{ cm}$ ,

材料参数参见文献<sup>[13]</sup>,采用 Johnson-cook 材料模型,Gruneisen 状态方程;弹丸速度  $1\,000 \text{ m/s}$ 。

分别建立有限元法、SPH-FEM 耦合方法和纯 SPH 粒子法 3 种钢板模型。有限元法模拟时,会产生沙漏变形,虽然细化网格会减少沙漏的影响,却会增加计算时间,文中采用人工体积粘性系数来拟制沙漏变形<sup>[13]</sup>。

有限元模型划分单元时采用中间密四周稀疏的方法,钢板中心尺寸为  $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 1.2 \text{ cm}$ ,长、宽方向各设 40 个单元,厚度方向设 8 个单元,钢板总单元数为 64 800 个。由于非一致粒子间距布局会对计算结果造成很大影响,所以论文采用均匀粒子布置<sup>[14]</sup>。当采用 SPH-FEM 耦合计算时,钢板中心长、宽设 50 个粒子,厚度方向设 10 个粒子,粒子间距离为 0.12 cm,粒子与有限单元接触处,SPH 粒子与邻近单元距离为 0.06 cm,周围单元密度与有限元法模拟时单元密度相同,SPH-FEM 耦合时有 52 000 个单元和 25 000 个粒子。由于粒子数量太多会增加计算时间,甚至导致计算中断,所以纯 SPH 粒子模型将钢板尺寸取为  $18 \text{ cm} \times 18 \text{ cm} \times 1.2 \text{ cm}$ ,粒子间距和耦合算法一致,取 0.12 cm,由于模型对称,为了减少计算量,采用 1/4 模型,有 56 250 个粒子。

SPH 粒子与邻近的有限单元的接触类型采用面与节点绑定接触,如图 2 所示,弹丸与钢板接触类型为侵彻(Eroding)接触。

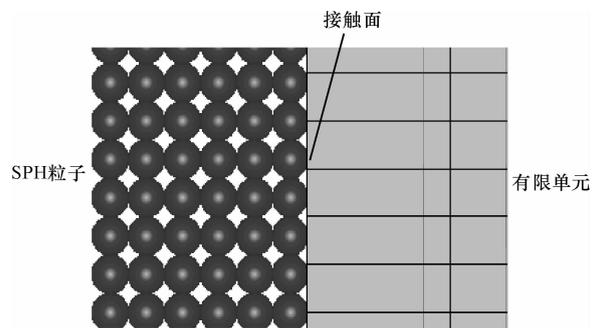


图 2 SPH 粒子与邻近有限元接触示意图

Fig. 2 SPH particles contact with finite elements

## 4 计算结果与分析

下页图 3 为有限元法、SPH-FEM 耦合算法和纯 SPH 粒子法的碎片云图。由图 3 可看出,与有限元法相比,耦合算法和纯 SPH 粒子方法中的粒子能很好地模拟弹丸侵彻大变形、破碎和粒子飞散的过程,由于耦合算法粒子数较少,粒子飞散没有纯 SPH 粒子方法清楚,但是足以说明问题。

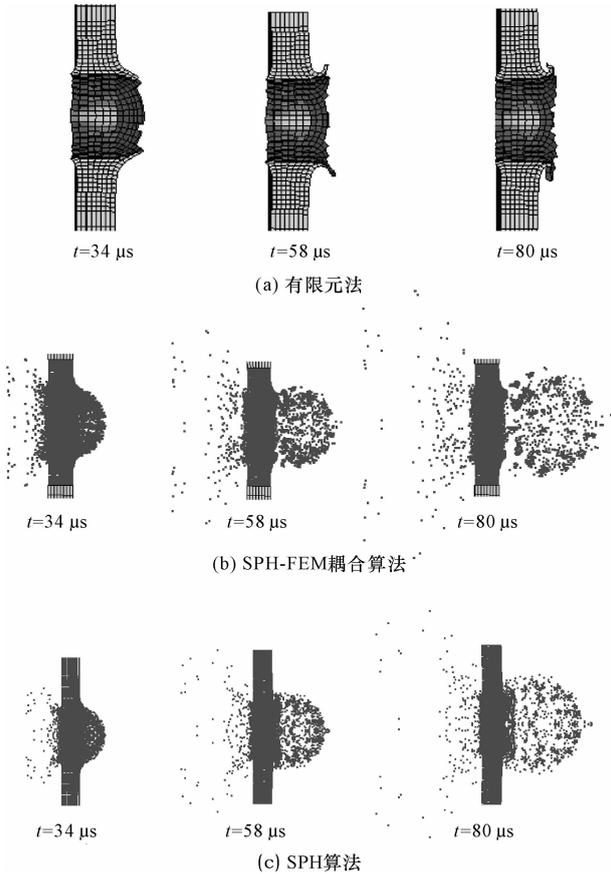
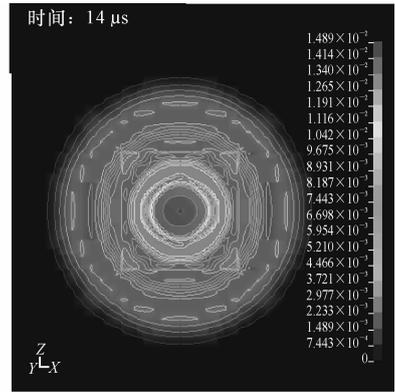


图3 3种不同模型在不同时刻的碎片云图

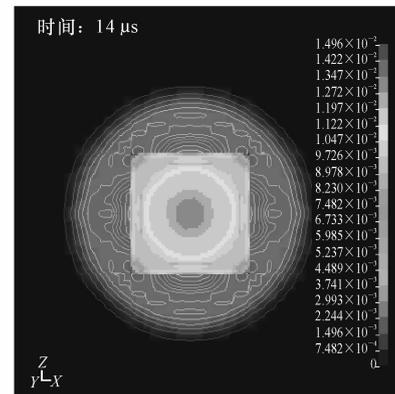
Fig. 3 Debris diagrams of different models at different time

由计算结果可知,弹丸侵彻靶板产生的巨大冲击波使应力按环形分布的,如图4所示,但是3种方法计算结果有一定差别。采用有限元法时,靶板应力基本按环形分布,但是由于边界效应的影响,应力分布不是规则的环形,如图4(a)所示,但图中显示边界效应的影响很小;采用纯SPH粒子模拟时,消除边界效应的情况下,粒子也是按环形分布,与图4(a)类似;当采用耦合算法时,中间粒子区域为正方形,如图4(b)所示,SPH粒子与有限单元接触表面4个尖角出现应力滞后,接触边界比尖角处应力大,在不考虑边界效应的情况下,这是SPH粒子与单元表面接触算法造成的,靶体侵彻过程产生的冲击波在2种模型中传播速度不同,对应力分布也有一定的影响。

图5为3种算法的总能量-时间历程曲线。从图5可看出:3种算法能量都不守恒,但是有限元法能量变化最小,而且总能量有所增加;SPH-FEM耦合算法和纯SPH粒子法的系统总能量都有损失,能量损失是由于粒子的相互作用以及粒子与单元的接触算法造成的。但是耦合算法比SPH算法能量损



(a) 有限元法



(b) 耦合算法

单位:  $10^{-3}$  Pa

图4 14 μs 时 Mises 应力分布

Fig. 4 Mises stress distribution at 14 μs

失量大,SPH算法的粒子数是耦合算法的2倍多,但是能量损失却不止2倍,这说明粒子与单元接触算法的能量损失量远大于粒子间相互作用造成的能量损失量。

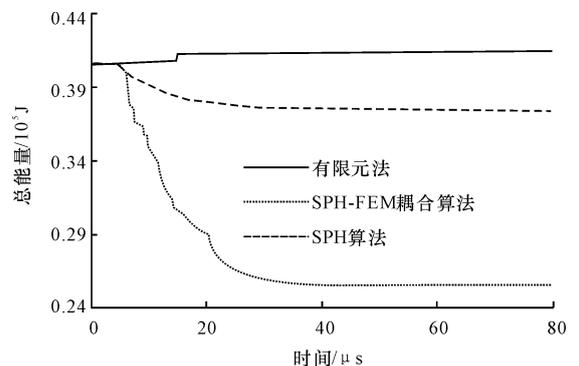


图5 系统总能量-时间历程曲线

Fig. 5 System energy-time curves

有限元法为防止单元畸变导致计算终止,将畸变单元删除,畸变单元被删除的同时会带走一部分能量,从而造成能量不守恒。从图5发现,有限元法系统总能量没有减少却有略微增加,这是因为系统总能量包含了被删除单元所损失的能量,至于系统

能量增加是因为文中设置质量缩放导致增加质量,致使总能量增加。

有限元法模拟时单个积分点的实体单元或壳单元容易出现沙漏模态,耦合算法有单元存在,也有沙漏出现,有限元法和耦合算法沙漏情况如图 6 所示,沙漏能小于内能的 10% 是允许的,沙漏都在允许范围内。从图 6 可见,耦合算法的沙漏能与有限元法相比小得多,这是耦合算法的一大优势,SPH 方法不存在沙漏情况。

图 7 为 3 种算法弹丸速度-时间历程曲线。从图 7 可看出,3 种算法对弹丸速度未造成很大影响,所以 3 种算法在刚性弹丸侵彻过程中产生的冲击力度相当。但是加速度却有所不同,图 8 给出了 3 种算法侵彻过程加速度-时间历程曲线。图 8 曲线显示,SPH-FEM 耦合算法与纯 SPH 粒子方法的弹丸加速度峰值随着侵彻历程依次减小,随后趋于平稳,但是有限元法计算结果显示加速度前 2 个峰值大小相近,后面依次减小,这是有限元算法自身造成的。

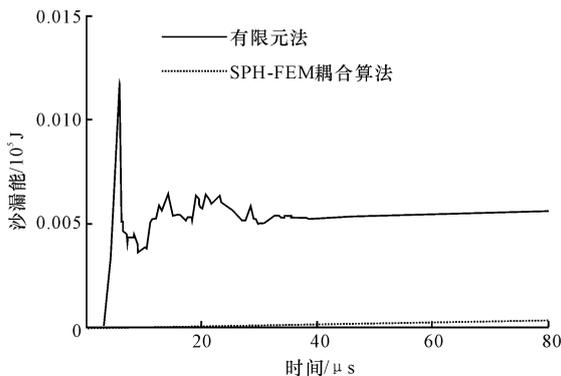


图 6 沙漏-时间历程曲线

Fig. 6 Hourglass energy-time curves

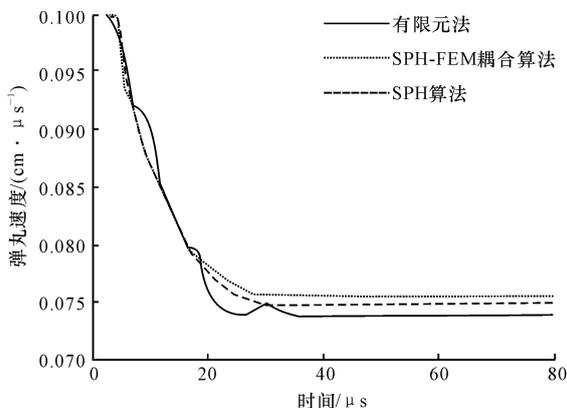


图 7 弹丸速度-时间历程曲线

Fig. 7 Velocity-time curves of projectile

再从求解时间来分析 3 种算法的优劣,影响求解时间的因素很多:①有限元模型的大小;②计算过

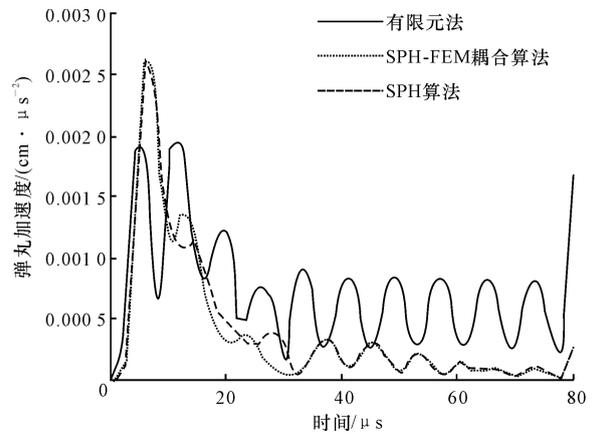


图 8 弹丸加速度-时间历程曲线

Fig. 8 Acceleration-time curves of projectile

程人为设置的总时间;③时间步长;④接触算法;⑤单元算法;⑥材料模型。为了方便比较,本文对 3 种方法的材料模型、计算总时间和时间步长设置相同,有限元法与 SPH-FEM 耦合计算模型大小也相同,由于 SPH 粒子太多会影响计算效率,所以纯 SPH 粒子计算模型比其他 2 个模型长宽尺寸稍微小些。本文中有限元法计算时间为 692 s,SPH-FEM 耦合算法计算时间为 2 355 s,而纯 SPH 粒子算法仅 1/4 模型就用了 4 408 s,所以 SPH 算法在计算效率上远不及有限元法和耦合算法。

## 5 结 语

(1)有限元法在 3 种算法中的计算效率以及计算精度比其他 2 种方法都高,但有限元法在模拟高速碰撞问题时,不能模拟出靶板侵彻过程碎片飞溅情况。而纯 SPH 粒子方法能清楚地看到大变形、碎片飞溅,但 SPH 的计算效率低,粒子过多还会导致计算终止。SPH-FEM 耦合算法能够在保持计算精度的前提下,继承了前 2 种算法的优点,所以在高速碰撞问题中可以广泛使用。

(2)SPH-FEM 耦合算法虽然在某些方面存在一定优势,但也存在不足。SPH 粒子与有限单元接触表面 4 个尖角出现应力滞后,这是接触算法造成的,弹丸侵彻所产生的冲击波在不同算法模型中的传播速度不同也会导致应力传播不均匀现象。

(3)SPH-FEM 耦合算法比有限元法沙漏小很多,这是耦合算法的一大优势,但是耦合算法系统总能量耗损严重,而有限元法和纯 SPH 粒子算法能量变化都相对较小,所以耦合算法还需更进一步改进。

## 参考文献:

## References:

- [1] 张志春,强洪夫,高巍然.光滑粒子流体动力学有限元法接触算法研究[J].高压物理学报,2011,25(2):97-103.  
ZHANG Zhi-chun, QIANG Hong-fu, GAO Wei-ran. Research on contact algorithm between smoothed particle hydrodynamics and finite element method[J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2011, 25(2):97-103. (in Chinese)
- [2] Liu G R, Liu M B. 光滑粒子流体动力学——一种无网格粒子法[M]. 韩旭,杨刚,译.长沙:湖南大学出版社,2005.  
Liu G R, Liu M B. Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method[M]. Translated by HAN Xu, YANG Gang. Changsha: Hunan University Press, 2005. (in Chinese)
- [3] Lucy L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis [J]. The Astronomical Journal, 1977, 8(12):1013-1024.
- [4] Monaghan J. An Introduction to SPH[J]. Computer Physics Communications, 1988, 48(1):89-96.
- [5] Swegle J W, Attaway S W. On the feasibility of using smoothed particle hydrodynamics for underwater explosion calculations [J]. Computational Mechanics, 1995, 17(3):151-168.
- [6] Johnson G R, Beissel S R. Normalized smoothing functions for SPH impact computations[J]. International Journal for Numerical Methods for Engineering, 1996, 39(16):2725-2741.
- [7] 张锁春.光滑质点流体动力学(SPH)方法(综述)[J].计算物理,1996,13(4):385-397.  
ZHANG Suo-chun. Smoothed particle hydrodynamics (SPH) method (a review) [J]. Chinese Journal of Computation Physics, 1996, 13(4):385-397. (in Chinese)
- [8] 贝新源,岳宗五.三维SPH程序及其在斜高速碰撞问题的应用[J].计算物理,1997,14(2):155-166.  
BEI Xin-yuan, YUE Zong-wu. A Study on 3 Dimensional SPH[J]. Chinese Journal of Computation Physics, 1997, 14(2):155-166. (in Chinese)
- [9] 张志春,强洪夫,高巍然.一种光滑粒子流体动力学有限元法转换算法及其在冲击动力学中的应用[J].西安交通大学学报,2011,45(1):105-110.  
ZHANG Zhi-chun, QIANG Hong-fu, GAO Wei-ran. Conversion of 3D distorted finite elements into SPH particles during impact dynamic deformation[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(1):105-110. (in Chinese)
- [10] Johnson G R. Linking of Lagrangian particle methods to standard finite element methods for high velocity impact computations[J]. Nuclear Engineering and Design, 1994, 150(2):265-274.
- [11] 张志春,强洪夫,高巍然.一种新型SPH-FEM耦合算法及其在冲击动力学问题中的应用[J].爆炸与冲击,2011,31(3):243-249.  
ZHANG Zhi-chun, QIANG Hong-fu, GAO Wei-ran. A new coupled SPH-FEM algorithm and its application to impact dynamics [J]. Explosion and Shock Waves, 2011, 31(3):243-249. (in Chinese)
- [12] 纪冲,龙源,方向.基于FEM-SPH耦合的弹丸侵彻钢纤维混凝土数值模拟[J].振动与冲击,2010,29(7):69-74.  
JI Chong, LONG Yuan, FANG Xiang. Numerical simulation for projectile penetrating steel fiber reinforced concrete with FEM-SPH coupling algorithm[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(7):69-74. (in Chinese)
- [13] 尚晓江,苏建宇,王华峰,等. ANSYS/LS-DYNA 动力分析方法与工程实例[M]. 2版.北京:中国水利水电出版社,2006.  
SHANG Xiao-jiang, SU Jian-yu, WANG Hua-feng, et al. Ansys/Ls-Dyna dynamic analysis methods and engineering instances[M]. 2nd ed. Beijing: China Water Power Press, 2006. (in Chinese)
- [14] 卞梁,王肖钧,章杰,等.高速碰撞数值计算中的SPH分区算法[J].计算物理,2011,28(2):207-212.  
BIAN Liang, WANG Xiao-jun, ZHANG Jie, et al. Numerical simulation of hypervelocity impact with subdomains in SPH computation[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2011, 28(2):207-212. (in Chinese)

