

文章编号:1671-8879(2014)01-0056-08

基于 Virtual Boundary 方法的钝体绕流数值模拟

杨 青,曹曙阳,孙丽明

(同济大学 土木工程防灾国家重点实验室,上海 200092)

摘 要:为将基于力源拟化边界思想的浸入边界法应用于工程结构空气绕流模拟,如桥梁结构,选定适用于刚性边界的浸入边界算法(Virtual Boundary Method),结合交错网格及时间分步法,重点借助双线性插值实现拉格朗日点与欧拉点之间的数据传递以形成物体边界。分析其浸入边界形成机理和模拟结果,逐次展开对静止方柱、圆柱绕流及有风攻角的方柱绕流的数值模拟,最后完成对桥梁断面的绕流模拟。研究表明:在 Virtual Boundary 算法模型作用下,物体边界形成仅需 0.6 s,且符合无滑移壁面边界设定;物体内部流体隔绝于外部流动,流动衰减,仅起到光滑函数作用;方柱、圆柱、有风攻角的方柱绕流在该算法模型下所得流动现象与气动力和过往文献相同;对于桥梁断面,升力系数随风攻角增大有显著提升,3°攻角下尾部流场产生扰动出现明显的流场非对称性,攻角的改变并不影响断面尾部的旋涡脱落频率。

关键词:桥梁工程;绕流模拟;Virtual Boundary 方法;数据传递

中图分类号:U441; O35

文献标志码:A

Simulation of flow around bluff body using Virtual Boundary method

YANG Qing, CAO Shu-yang, SUN Li-ming

(State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: In order to introduce the immersed boundary method based on the forcing conception to the simulation of flow around engineering structures, such as bridges, the Virtual Boundary method which is suitable for rigid boundary was chosen to carry out simulation of flow around bluff bodies. During this process, staggered grid and fractional step method were integrated with Virtual Boundary method. The interpolation method was adopted to realize the data transmit between grid points and boundary points to form the boundary. First the mechanism of immersed boundary was studied. Then the simulation of flow around bluff body was carried out. The simulations of flow around square cylinder, circular cylinder and square cylinder with attack angle were established. The results indicate that under immersed boundary model the boundary formation is only in 0.6 s and the no-slip wall condition is satisfied at the same time. The inner fluid is isolated from outer fluid field and decays with time. The flow phenomena and aerodynamic forces of cylinder coincide with other research data. As for bridge section, lift coefficient significantly increases, with angle. When the angle is 3°, obvious asymmetric flow field is observed. The vortex shedding frequency is insensitive to the angle. 1 tab, 13 figs, 21 refs.

Key words: bridge engineering; simulation of flow around bluff body; Virtual Boundary method; data transmit

收稿日期:2013-03-09

基金项目:国家重点基础研究 973 计划项目(2013CB030601);土木工程防灾国家重点实验室自主研究课题基金项目(SLDRCE09-B-04)

作者简介:杨 青(1985-),男,安徽阜阳人,工学博士研究生,E-mail:811benson@tongji.edu.cn。

0 引 言

实现工程结构空气绕流模拟是计算流体数值模拟的一个重要目标,同时也是其应用价值的体现。但在实际工程中,构件通常具有任意几何外形并伴有流-固耦合现象。要得到更为精确的 CFD 数值模拟结果,精细地构造结构模型以及合理地解决动网格求解是必不可少的前提条件。目前数值模拟方法多采用贴体网格构造物体边界,但受制于计算效率等多方面因素,并不能很好地满足对结构细部构件的模拟,且对动态问题求解困难。这也是 CFD 发展至今在工程应用方面所遇到的主要瓶颈。因此,发展出能够涵盖任意几何边界并适用于流-固耦合求解的 CFD 方法已成为工程结构抗风研究领域亟待解决的问题。在此过程中,高效性和实用性是 2 个重要的评判标准。相比于其他 CFD 方法,浸入边界法模型概念简单,最大优势在于能够很好地适用于流-固耦合问题的求解,通过构造隐含边界避开动网格所带来的计算效率的降低。虽然其尚未拓展至结构工程抗风领域,但其已经广泛应用于医学、仿生学等领域中流-固耦合现象的研究,已形成较为成熟的体系^[1-11]。鉴于此,将浸入边界法应用于工程抗风领域具有很强的可行性。然而目前开展此类方法研究的大部分文献多集中于单一边界:圆柱,进行绕流模拟分析,还未全面地展开对其他几何边界物体绕流模拟研究,且缺少对方法的改进以提高实用性^[12-15]。因此,全面系统地开展任意边界物体绕流的综合研究,并进一步研究分析算法本身作用机理才是实现其工程应用最根本的出发点。

为此,本文选定适用于计算刚性边界物体绕流的浸入边界算法(Virtual Boundary Method),结合高效求解方法——分步法(Fractional Step Method)及有效的边界处理方式——交错网格,重点介绍插值方法的运用,通过边界点与周围网格点的数据传递,构造物体边界并分析其形成机理;系统的展开对静止方柱、圆柱、有风攻角的静止方柱绕流及二维桥梁断面的绕流数值模拟,展示本文对任意边界物体绕流模拟的全面性和可行性。

1 Virtual Boundary 算法模型

早期浸入边界法模型研究对象均为弹性边界,应用于刚性边界计算时,其边界实现需设定较大的弹簧常数,这种情况导致流动方程刚性增大,计算效率降低。

针对于此,Goldstein 将浸入边界法同反馈循环

控制力源结合,发展出适用于刚性边界的 Virtual Boundary 方法^[14,16-17]。这种方法主要特点即在于反馈,对边界上流体施加反馈力源以使流体速度不断趋近于物体边界实际速度,以构造边界。Virtual Boundary 方法基本控制方程组可表达为

$$\frac{\partial U}{\partial t} + (U \cdot \nabla)U = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 U + F \quad (1)$$

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (2)$$

式中: U 为速度; t 为时间; ρ 为流体密度; P 为压力; ν 为流体运动粘度; F 为力源项,施加在物体边界点上。

通过回馈循环控制物体刚性边界的形成为

$$F(X_s, t) = \alpha_f \int_0^t [u(X_s, t) - V(X_s, t)] dt + \beta_f [u(X_s, t) - V(X_s, t)] \quad (3)$$

式中: $F(X_s, t)$ 为物体边界点的坐标; α_f, β_f 为反馈常数项,其取值直接关系到边界拟化效率; $V(X_s, t)$ 为物体边界速度; $u(X_s, t)$ 为边界点流体速度; $u(X_s, t) - V(X_s, t)$ 体现边界处流体速度与边界速度的差异。

表达式正是基于此差异,通过反馈机制回馈出力源使两者速度接近,以满足无滑移边界条件。

采用龙哥库塔或亚当斯—巴什福斯公式差分方程组时,为满足计算稳定性,时间步长限制公式如式(4)所示为

$$\Delta t < \frac{-\beta_f - \sqrt{(\beta_f^2 - 2\alpha_f k)}}{\alpha_f} \quad (4)$$

式中: k 为差分方法中一阶常数项。

可以看出,过大的反馈系数值 α_f, β_f , 会因计算稳定性要求导致时间步长缩小,计算效率降低。此类现象普遍存在于 Virtual Boundary 方法中。

2 边界构造——插值法

如式(1)~式(3)所述,在 Virtual Boundary 算法中边界的构造依赖于反馈函数,而形成有效反馈函数的关键前提是获得实时的边界点流体速度,其一般通过边界识别和数值传递 2 个过程来获取。模拟首先在计算区域中辨别出用以代表物体边界的边界点,称为拉格朗日点,其空间位置取决于物体边界的运动状态,对于静止物体,拉格朗日点空间位置不随时间而变化。其他计算网格点称之为欧拉点,欧拉点空间位置不随时间变化。其次实际情况中,具有复杂几何外形的物体边界任意穿过计算格子以及流-固耦合产生的边界运动,导致拉格朗日点不能与欧拉点重合,拉格朗日点流动参数值的获取需要通过其周围欧拉点上的数值插值——即构造传递函数

来完成,以进一步形成作用于边界点上的反馈力源。

浸入边界法中的传递函数最初以 Delta 函数为原型^[18]。但传递函数是浸入边界法中作为边界点同周围网格点进行数据传递的桥梁,必须保证便于参与方程离散求解和绕流模拟计算的精度,其不能仅以 Delta 函数最初的简单形式应用,必须得到更细化的构造。针对于此,Peskin 首先定义浸入边界法中传递函数的广义表达式为^[18]

$$\delta(x) = \frac{1}{h^3} f(r_x) f(r_y) f(r_z) \quad (5)$$

式中: $r_x = (x_k - x_i)/h$; $r_y = (y_k - y_i)/h$; $r_z = (z_k - z_i)/h$; h 为网格边距大小; x_k, y_k, z_k 为欧拉点即网格点坐标; x_i, y_i, z_i 为边界点即拉格朗日点坐标。

构造式(5)中插值函数 $f(r)$ 的表达式为

$$f(r) = \begin{cases} f(r) & |r| \leq 1 \\ \frac{1}{2} - f(2 - |r|) & 1 \leq |r| \leq 2 \\ 0 & |r| \geq 2 \end{cases} \quad (6)$$

$$f(r) = \frac{3 - 2|r| + \sqrt{1 + 4|r| - 4|r|^2}}{8} \quad (7)$$

此种插值函数虽然能够保证很好的插值精度,但形式较为复杂,编程实现较为繁琐,不利于扩展至工程应用研究。

实际上,插值函数 $f(r)$ 只须满足插值函数准则式(8)~式(10),也可以转化为其他更为简洁的构造形式。

$$f(r) = 0 \quad |r| > 2 \quad (8)$$

$$\sum_{j \text{ even}} f(r-j) = \sum_{j \text{ odd}} f(r-j) = \frac{1}{2} \quad (9)$$

$$\sum_j f(r-j) = 1 \quad r \in \text{real} \quad (10)$$

Goldstein 等曾选择谱函数作为其实现数据间传递的途径,但结果表明此方法易造成边界数值震荡^[14]。本文借助于 Saiki 等提出的精度较好且更易于实际应用的双线性插值方法(Bilinear Interpolation Method)构造插值函数,实现本次模拟^[15]。

图 1 中 P 为边界点, (i, j) , $(i+1, j)$, $(i+1, j+1)$, $(i, j+1)$ 为其周围 4 个网格点。边界点 P 上流动参数值 $U(x_s)$ 通过双线性插值由周围网格点上参数值 $U_{i,j}$ 插值得出

$$U(x_s) = \sum_{i,j}^{i+1,j+1} D_{i,j}(x_s) U_{i,j} \quad (11)$$

$$D_{i,j}(x_s) = d(x_s - x_i) d(y_s - y_j) \quad (12)$$

式中: x_i, y_j 为欧拉点即网格点坐标; x_s, y_s 为边界点即拉格朗日点坐标。

函数 $d(x)$ 的表达式为

$$d(x_s - x_i) = \frac{(x_s - x_{i+1})}{(x_i - x_{i+1})} \quad x_i < x_s$$

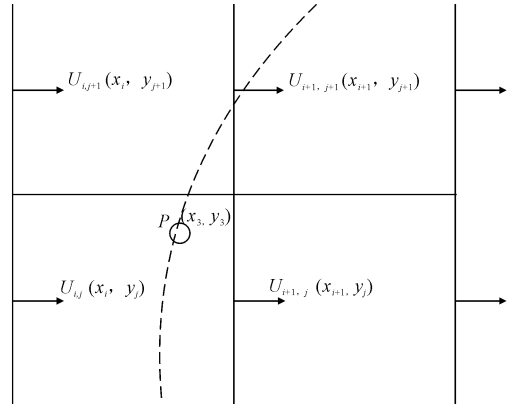


图 1 边界点位置

Fig. 1 Location of boundary points

$$d(x_s - x_i) = \frac{(x_s - x_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})} \quad x_i > x_s$$

$$d(x_s - x_i) = 1 \quad x_i = x_s$$

$$d(y_s - y_j) = \frac{(y_s - y_{j+1})}{(y_j - y_{j+1})} \quad y_j < y_s$$

$$d(y_s - y_j) = \frac{(y_s - y_{j-1})}{(y_j - y_{j-1})} \quad y_j > y_s$$

$$d(y_s - y_j) = 1 \quad y_j = y_s$$

3 边界拟化机理分析

对 Virtual Boundary 算法模型方程式(1)简化得出

$$\frac{dp}{dt} \approx f = \alpha_f \int_0^t q dt + \beta_f q \quad (13)$$

式中: $q = u - v$ 对应式(4)所表述的速度差异;方程右边第一项包含反馈系数 α_f 的反馈积分,可以形象地看成连接微观流体单元同物体表面的弹簧力,以使得该流体单元始终依附在拟化边界上;第二项 $\beta_f q$ 等效于周围流体单元对弹簧运动产生的阻尼,控制响应的振荡频率。

式(13)进一步揭示出在 Virtual Boundary 算法模型中,反馈函数实质上构成边界流体速度的弹簧体系,以满足无滑移壁面条件。

选定方柱在 Virtual Boundary 算法模型下,展开边界拟化分析,观察不同反馈系数 α_f 、 β_f 组合下边界形成效率,以边界点速度累积误差 L 作为无滑移边界实现评判标准,进而选择合适的反馈系数展开后续数值模拟为

$$L = \frac{1}{n_b} \sum_i^n u_i \quad (14)$$

式中: n_b 为边界点个数; u_i 为边界点流体速度。

下页图 2 为不同常系数组合下,边界点处速度累积误差 L 的分析结果。

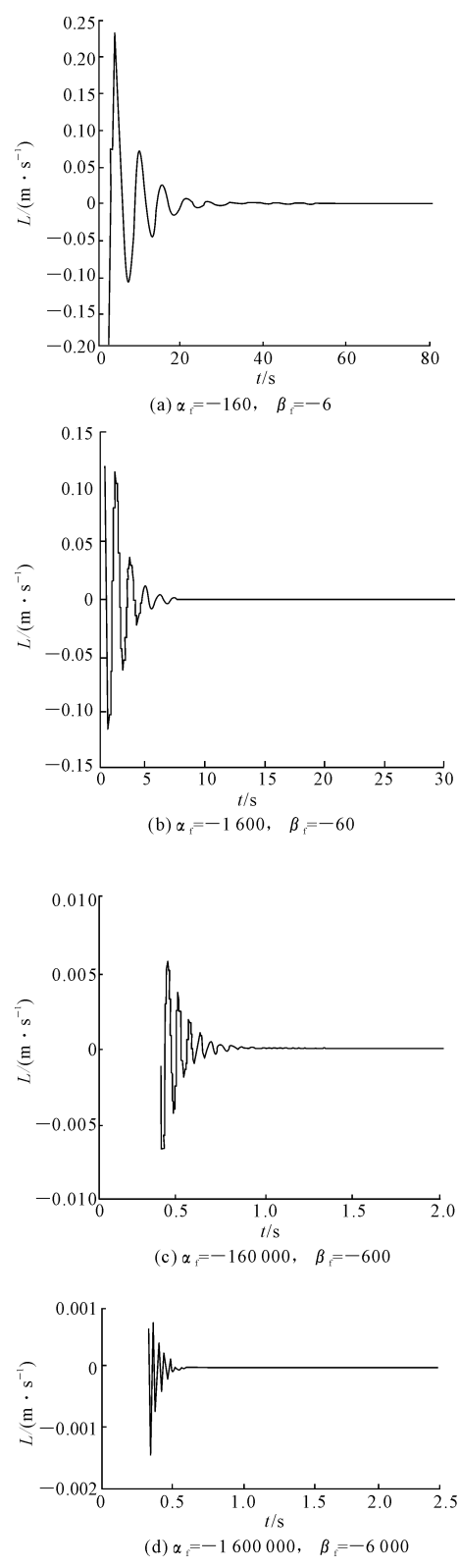


图 2 不同反馈系数边界点速度累积误差 L
Fig. 2 Accumulated error of boundary points L with different constant combinations

图 2 中前 2 组常系数组合图 2(a),图 2(b)边界点速度累积误差收敛为 0 大约需 9~27 s,满足壁面条件所需时间过长,影响程序模拟效率,不利于对动

态流场的追踪;增大常系数取值,如图 2(c)所示,误差收敛所需时间锐减至 0.7 s;继续增大常系数取值图 2(d),误差收敛所需时间约 0.6 s。

比较图 2(c)与图 2(d),虽然继续增大反馈系数取值(如图 2(d)所示)仍能提高边界实现效率,但增幅较小,而且较大的反馈系数组合导致方程刚性过大,计算效率降低,因此图 2(c)所选取的反馈系数组合更适展开数值模拟。进一步分析采用图 2(c)所示反馈系数组合所形成的方柱内部流体,如图 3 所示。

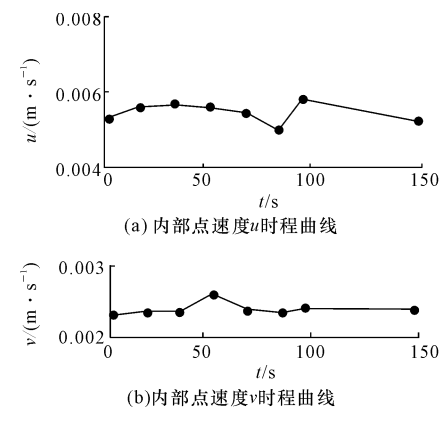


图 3 物体内部点速度变量分析

Fig. 3 Analysis of velocity variables of body inner points

图 3 中内部流场速度平均值在整个计算时域内其数值波动处于很低的幅度,且其数值大小恒定在 10^{-3} 左右,符合物体边界拟化形成后,内部流体(Internal Flow)与外部流场完全隔绝,相互独立,内部流体处于衰减状态的算法理论。

4 数值模拟分析

计算网格采用等距笛卡尔网格,反馈系数组合 $\alpha_f = -160\,000, \beta_f = -600$,流动从左至右,入口边界条件为: $u = 1, v = 0$ 。计算域上下边界采用对称边界: $\partial u / \partial y = 0, \partial P / \partial y = 0, v = 0$,出口边界条件设置 $\partial u / \partial x = 0, \partial v / \partial x = 0$,物体中心位置距离上下边界 $H/2$,物体距离出口边界约为 $15D$,以减少边界效应对计算流域内流体流动的影响。模拟简单钝体时,如:方柱,圆柱等,网格间距 $dX = dY = 0.025, \Delta t = 0.000\,15\text{ s}$,网格总数为 800×320 ,阻塞率 B/H 设定为 0.125。桥梁断面模拟时,网格间距 $dX = dY = 0.05, \Delta t = 0.000\,15\text{ s}$,网格总数 $2\,500 \times 500$,阻塞率 B/H 设定为 0.04。雷诺数 Re 定义为 $Re = Du/v$,

其中 D 为物体特征长度, u 为入流速度, H 见图 4。计算区域和边界条件如图 4 所示。

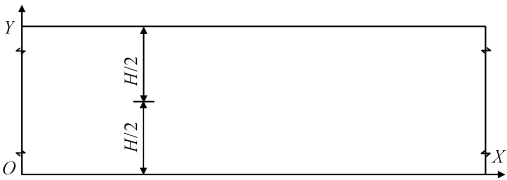
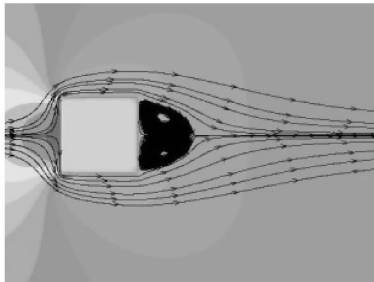


图 4 绕流计算域和边界条件

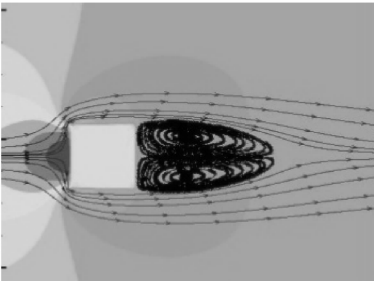
Fig. 4 Calculation domain and boundary conditions

4.1 方柱绕流模拟

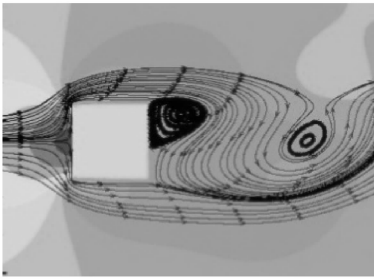
模拟方柱绕流,不同雷诺数方柱绕流形态如图 5 所示,图 5 通过速度流线反映不同雷诺数方柱的绕流形态。



(a) $Re=10$



(b) $Re=30$



(c) $Re=60$

图 5 不同雷诺数方柱绕流流线

Fig. 5 Flow around square cylinder at different Re

图 5 中雷诺数 Re 为 10,30 时,流动对称且方柱尾流区出现流动分离现象,产生上下对称的稳定回流漩涡。随着雷诺数增大,回流涡长度变大。雷诺数 Re 增至 60 时,方柱回流漩涡对称性消失,方柱后

缘流体形成不稳定的剪切层,进而形成向下游流动的旋涡。

图 6,图 7 为不同雷诺数下阻力系数变化规律及回流区长度。图 6 显示雷诺数在 10~50 范围内,方柱后部回流区长度呈现线性变化,对应图 5 (a),图 5(b)。图 7 中在雷诺数较低时,阻力系数 C_d 呈现较高的值,随着雷诺数升高,阻力系数逐渐降低,在雷诺数为 100 时降到最低,之后阻力系数 C_d 趋于平稳。本文数值模拟中回流涡长度 L_w 及阻力系数 C_d 随雷诺数变化曲线比较同类文献[19,20],基本符合。

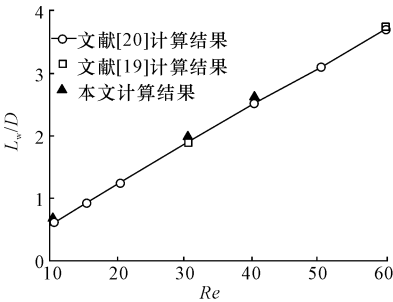


图 6 不同雷诺数回流区长度

Fig. 6 Recirculation length at different Re

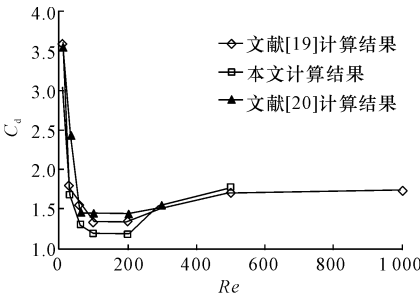


图 7 不同雷诺数方柱阻力系数变化规律

Fig. 7 Variation law of C_d of square cylinder at different Re

4.2 圆柱及有风攻角的方柱绕流模拟

下页图 8 为圆柱在雷诺数分别为 40,50 的速度流线图。

如图 8 所示,雷诺数为 40 时,圆柱绕流仍为对称流动,尾流区形成对称分离涡。雷诺数升至 50 时,圆柱尾流对称涡破坏,此雷诺数为圆柱绕流的关键雷诺数,同文献[4]结论相同。

下页图 9 对应不同雷诺数圆柱阻力系数变化规律,反映出圆柱阻力系数随雷诺数增高逐渐降低, $Re>100$ 后,阻力系数仍处于减小趋势。

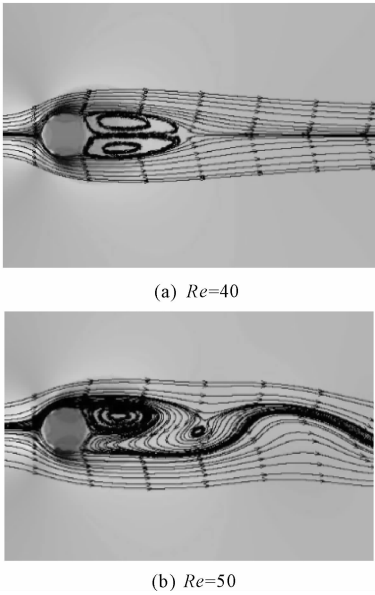


图 8 不同雷诺数圆柱绕流流线

Fig. 8 Flow around circular cylinder at different Re

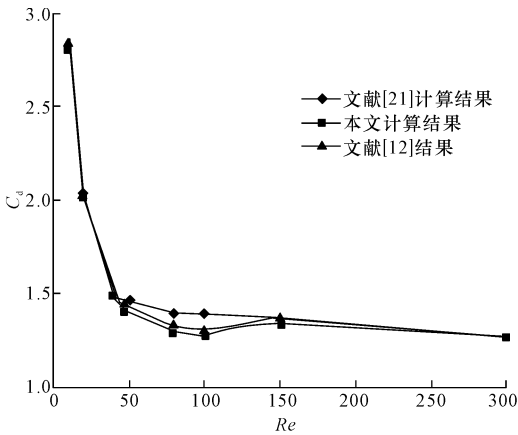


图 9 不同雷诺数圆柱阻力系数变化规律

Fig. 9 Variation law of C_d of circular cylinder at different Re

图 10 为不同雷诺数下圆柱尾流区回流区长度, $Re<50$ 时,对称尾流下的回流区长度随雷诺数线性增加; $Re>50$ 后,尾流区对称性消失,回流区长度呈现非线性锐减趋势。

图 11 为不同雷诺数有风攻角的方柱绕流流线图,雷诺为 40 时,有风攻角的方柱尾流对称涡即消失,应为其迎风面尖锐边界点所致。在雷诺数为 50 时,流动在方柱后缘形成较大的速度回旋区。 Re 继续增加至 100,流动在方柱下端出现较小的速度回旋区。同其他物体绕流相比,有风攻角的方柱在较低雷诺数时尾流对称性就消失。

4.3 二维桥梁断面绕流模拟

完成上述任意边界钝体绕流模拟后,继续采用

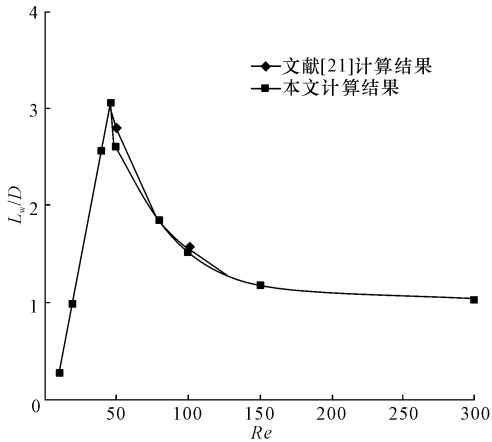


图 10 不同雷诺数圆柱回流区长度

Fig. 10 Recirculation lengths of circular cylinder at different Re

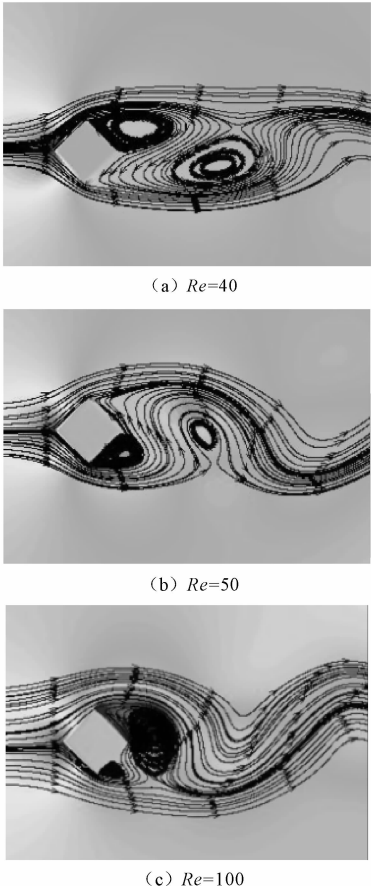


图 11 不同雷诺数有风攻角方柱绕流流线图

Fig. 11 Flow around square cylinder with attack angle at different Re . 本文浸入边界算法程序,展开 Re 为 2×10^3 下二维桥梁断面绕流的初步模拟。

下页图 12 为 0° 攻角下桥梁断面压力分布图及涡度显示图,来流在桥梁前缘处产生流动分离,桥梁上表面产生速度回旋区,对应图 12(b), 0° 攻角下桥梁尾流区呈现规律性旋涡脱落。

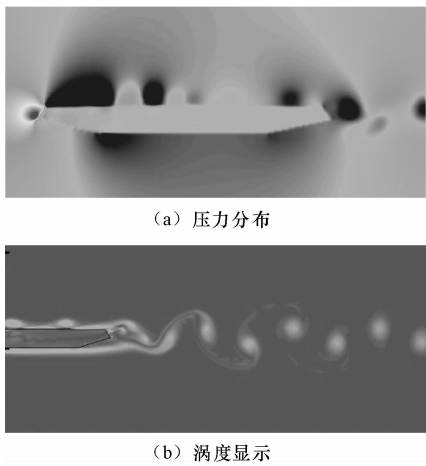


图 12 流场显示($Re=2\ 000$)
Fig. 12 Flow field ($Re=2\ 000$)

图 13 为不同攻角下($\theta=0^\circ, 3^\circ$) 流场速度显示图。 $\theta=3^\circ$ 时,桥梁断面尾部速度流场出现扰动,相对于 0° 攻角,可以观察到尾部流场出现明显的流场非对称性。表 1 为 2 种攻角下所得出的气动力参数,由于桥梁断面接近于流线体,其阻力系数和升力系数均小于相同雷诺数时方柱所对应数值。结果显示:断面攻角增大后,阻力系数 C_d 小幅度增加,升力系数 C_L 出现显著提升,对比 2 种攻角下的斯托罗哈数 S_t ,可以看出攻角的改变并不影响断面尾部的旋涡脱落频率。

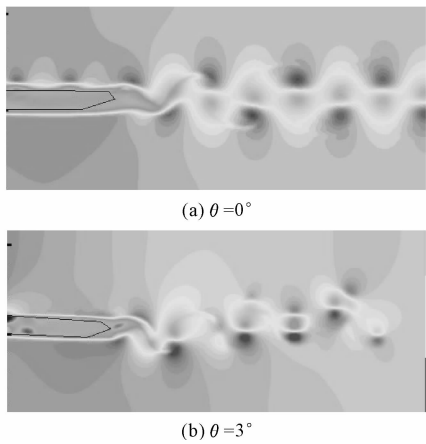


图 13 不同攻角下流场速度显示($Re=2\ 000$)
Fig. 13 Velocity fields at different angles($Re=2\ 000$)

表 1 断面气动力参数

Tab. 1 Aerodynamic force coefficients for bridge section

| 气动参数 | 不同 θ 的气动力参数值 | |
|-------|---------------------|-----------|
| | 0° | 3° |
| C_d | 0. 513 6 | 0. 583 1 |
| C_L | 0. 041 8 | 0. 278 3 |
| S_t | 0. 158 0 | 0. 158 0 |

5 结 语

(1)基于 Virtual Boundary 方法结合较为成熟的双线性插值编写出流场模拟程序,分析 Virtual Boundary 算法模型下物体边界拟化机理,讨论不同反馈系数组合对边界拟化的效率,以边界点累积误差为标准,选择出合适的反馈系数进行数值模拟并显示出边界形成后物体内部流体衰减状态。

(2)对方柱、圆柱、有风攻角的方柱进行数值模拟,得出不同边界钝体尾流对称分离涡消失所对应的雷诺数,并将模拟所得其他各气动参数同其他文献验证,吻合度均较好,验证了本算法程序在传统 CFD 领域中的可行性和普适性。

(3)拓展至实际工程二维桥梁断面绕流模拟,得出 0° 攻角下桥梁尾流区呈现规律性旋涡脱落, 3° 攻角时桥梁断面尾部速度流场出现扰动,可以观察到尾部流场出现明显的流场非对称性。对比 2 种攻角下所得出的气动力参数显示,断面攻角增大后,阻力系数小幅度增加,升力系数出现显著提升,攻角的改变并不影响断面尾部的旋涡脱落频率。结论符合一般桥梁断面绕流研究所得现象,显示出 Virtual Boundary 算法模型可以较好地应用于复杂边界钝体绕流研究。未来还应将 Virtual Boundary 算法模型拓展到动边界绕流的研究,以进一步显示该模型在工程实际应用中的优势。

参考文献:

References:

[1] McQueen D M, Peskin C S. Shared-memory parallel vector implementation of the immersed boundary method for the computation of blood flow in the beating mammalian heart[J]. The Journal of Supercomputing, 1997, 11(3): 213-236.

[2] McQueen D M, Peskin C S. A three-dimensional computational method for blood flow in the heart II contractile fibers[J]. Journal of Computational Physics, 1989, 82(2): 289-297.

[3] Fogelson A L. Continual models of platelet aggregation: formulation and mechanical properties [J]. SI-AM Journal on Applied Mathematics, 1992, 52(4):

- 1089-1110.
- [4] Dillon R, Fauci L, Fogelson A, et al. Modeling biofilm processes using the immersed boundary method [J]. *Journal of Computational Physics*, 1996, 129 (1): 57-73.
- [5] Dillon R, Fauci L J. A micro-scale model of bacterial and biofilm dynamics in porous media[J]. *Biotechnology and Bioengineering*, 2000, 68(5): 536-547.
- [6] Eggleton C D, Popel A S. Large deformation of red blood cell ghosts in a simple shear flow [J]. *Physics of Fluids*, 1998, 10(8): 1834-1845.
- [7] Beyer R P. A computational model of the cochlea using the immersed boundary method [J]. *Journal of Computational Physics*, 1992, 98(1): 145-162.
- [8] Givberg E, Bunn J. A comprehensive three-dimensional model of the cochlea [J]. *Journal of Computational Physics*, 2003, 191(2): 377-391.
- [9] Heys J J, Gedeon T, Knott B C, et al. Modeling arthropod filiform hair motion using the penalty immersed boundary method [J]. *Journal of Biomechanics*, 2008, 41(5): 977-984.
- [10] Zhu L. Simulation of a flapping filament in a flowing soap film by the immersed boundary method[D]. New York: New York University, 2001.
- [11] Zhu L, Peskin C S. Simulation of a flapping filament in a flowing soap film by the immersed boundary method [J]. *Journal of Computational Physics*, 2002, 179(2): 452-468.
- [12] 邓 见, 邹建锋, 任安禄, 等. 虚拟边界法研究正交双圆柱及串联双圆球绕流 [J]. *力学学报*, 2005, 37(5): 399-402.
- DENG Jian, ZOU Jian-feng, REN An-lu, et al. Numerical simulation of flow around two circular cylinders in cruciform arrangement and two spheres in tandem arrangement by virtual boundary method [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2005, 37(5): 399-402. (in Chinese)
- [13] 钟国华, 梁 岸, 孙晓峰. 基于浸入式边界的流固耦合的非定常数值模拟研究[J]. *工程热物理学报*, 2005, 28(3): 542-550.
- ZHONG Guo-hua, LIANG An, SUN Xiao-feng. Numerical simulation of fluid-structure interaction using immersed boundary method [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2005, 28(3): 542-550. (in Chinese)
- [14] Goldstein D, Handler R, Sirovich L. Modeling a no-slip flow boundary with an external force field [J]. *Journal of Computational Physics*, 1993, 105 (2): 354-366.
- [15] Saiki E M, Biringen S. Numerical simulation of a cylinder in uniform flow; application of a virtual boundary method [J]. *Journal of Computational Physics*, 1996, 123(2): 450-465.
- [16] Sirovich L. Initial and boundary value problems in dissipative gas dynamics [J]. *Physics of Fluids*, 1967, 10(1): 24-34.
- [17] Sirovich L. Steady gas-dynamic flows [J]. *Physics of Fluids*, 1968, 11(7): 1424-1439.
- [18] Peskin C S. The immersed boundary method [J]. *Acta Numerica*, 2002, 11(1): 479-517.
- [19] 刘天成, 葛耀君, 曹丰产, 等. 基于 Lattice Boltzmann 方法的方柱绕流模拟 [J]. *同济大学学报: 自然科学版*, 2008, 36(8): 1028-1033.
- LIU Tian-cheng, GE Yao-jun, CAO Feng-chan, et al. Simulation of flow around square cylinder based on the lattice Boltzmann method [J]. *Journal of Tongji University: Natural Science*, 2008, 36(8): 1028-1033. (in Chinese)
- [20] Breuer M, Bernsdorf J, Zeiser T, et al. Accurate computations of the laminar flow past a square cylinder based on two different methods: lattice-boltzmann and finite-volume [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2000, 21(2): 186-196.
- [21] Lima E, Silva A L F, Silveira-Neto A, et al. Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method [J]. *Journal of Computational Physics*, 2003, 189 (2): 351-370.