

# 轨道交通与常规公交换乘优惠模型

陈 鹏<sup>1,2</sup>, 严新平<sup>1,2</sup>, 李旭宏<sup>3</sup>, 吴超仲<sup>1,2</sup>

(1. 武汉理工大学 智能运输系统研究中心, 湖北 武汉 430063; 2. 武汉理工大学  
水路公路交通安全控制与装备教育部工程研究中心, 湖北 武汉 430063;  
3. 东南大学 交通学院, 江苏 南京 210096)

**摘 要:**为给公共交通票价票制的整合提供决策参考,从理论上研究了轨道交通与常规公交换乘优惠问题。根据福利经济学理论,分析了轨道交通与常规公交运营协调系统的消费者剩余和生产者剩余;并以社会福利最大化为目标,建立了换乘优惠的非线性规划模型,同时给出了模型求解步骤,以确定轨道交通与常规公交运营协调方向、换乘优惠率、同步发车间隔和车辆衔接富余时间等决策变量。结合算例,对比分析了协调控制情况下换乘优惠实施前后换乘网络的运营效果。结果表明,实行换乘优惠能增加整个运营系统的社会福利,其中消费者剩余和生产者剩余分别增加了 7.13% 和 2.95%。

**关键词:**交通工程;轨道交通;常规公交;换乘优惠;非线性规划;社会福利

**中图分类号:**U491 **文献标志码:**A

## Transfer benefit model between rail transit and bus transit

CHEN Peng<sup>1,2</sup>, YAN Xin-ping<sup>1,2</sup>, LI Xu-hong<sup>3</sup>, WU Chao-zhong<sup>1,2</sup>

(1. Intelligent Transport Systems Research Center, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, Hubei, China; 2. Engineering Research Center for Transportation Safety of Ministry of Education, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, Hubei, China; 3. School of Transportation, Southeast University, Nanjing 210096, Jiangsu, China)

**Abstract:** Transfer benefit between rail transit and bus transit is studied in theory for providing a reference for the integration of public transport fares. According to the theory of welfare economics, the consumer surplus and producer surplus of coordination system between rail transit and bus transit are analyzed. And taking maximizing social welfare as the target, a nonlinear programming model for transfer benefit is proposed. At the same time, the steps to solve the model are introduced to determine the decision-making variables such as coordination direction, transfer discount rate, common headway and slack time. Based on the example, the comparative analysis is performed on operation effect of transfer network before and after the implementation of transfer benefit under coordination control. The results show that the implementation of transfer benefit can increase social welfare of operation system, the consumer surplus and producer surplus are increased 7.13% and 2.95% respectively. 4 tabs, 12 refs.

**Key words:** traffic engineering; rail transit; bus transit; transfer benefit; nonlinear programming; social welfare

## 0 引言

中国大部分城市,因为换乘费用较高,增加了公交换乘乘客的负担,导致轨道交通系统失去了大量的换乘客流。而通过给予乘客换乘优惠,可以使乘客由使用“线路”出行转变为使用“网络”出行,将有利于增加公共交通客运量。目前,国内外学者提出了许多公共交通定价模型和方法,但主要是对某一种公共交通方式,从不同角度或目标来考虑票价制定<sup>[1-4]</sup>。虽然部分城市对轨道交通与常规公交换乘推出了优惠政策,但近年来才逐渐关注换乘优惠的定量研究。王镜等建立一个双层非线性规划模型,试图在实现公交网络效益最大化时确定合理的换乘优惠幅度<sup>[5]</sup>;杨利强等通过计算换乘优惠实施前后居民出行的广义费用,基于 Logit 模型方法得出合理的公交换乘优惠的额度<sup>[6]</sup>。然而,已有研究仅考虑换乘优惠率作为决策变量,没有同时考虑公共交通运营调度和票价对客流需求的影响。为此,本文将根据福利经济学理论,分析轨道交通与常规公交运营协调系统的消费者剩余和生产者剩余;并以社会福利最大化为目标,建立换乘优惠的非线性规划模型,从而确定换乘优惠率、协调线路的发车间隔和车辆衔接富余时间等决策变量<sup>[7]</sup>。

## 1 基于社会福利的换乘优惠模型

### 1.1 假设条件

结合问题需要,建立以下基本假设:①乘客到达模式服从均匀分布;②同一时段内,轨道交通车辆的到达服从均匀分布;③考虑道路交通运行条件,常规公交车辆到达是随机的;④车辆到达延误大于车辆发车间隔的概率极小,可忽略;⑤交通需求主要与乘坐费用和等待时间相关,且为线性相关<sup>[8-9]</sup>。

### 1.2 运营协调系统消费者剩余

轨道交通与常规公交运营协调系统的消费者剩余,是指出行者在出行行为中愿意花费的时间和费用与实际花费的时间与费用的综合差额。

对于轨道交通与常规公交运营协调系统,这里可以分为 4 种类型乘客,包括以非常规公交方式到达站点乘坐轨道交通的乘客、以非轨道交通方式到达站点乘坐常规公交的乘客、由轨道交通换乘常规公交的乘客、由常规公交换乘轨道交通的乘客。下面分别分析其消费者剩余。

1.2.1 以非常规公交方式到达站点乘坐轨道交通乘客的消费者剩余

考虑交通需求弹性,根据前面的假设,此类出行乘客的需求可以表示为

$$q_{rid} = p_{rid}(1 - e_{rw}T_{rw} - e_{rp}f_r) \quad (1)$$

式中: $q_{rid}$  为以非常规公交方式到达换乘站点  $i$  乘坐轨道交通  $d$  方向的实际需求; $p_{rid}$  为此类出行的潜在需求; $T_{rw}$  为此类乘客的平均等待时间; $f_r$  为轨道交通票价; $e_{rw}$ 、 $e_{rp}$  分别为相应的等待时间系数和费用系数。

对于式(1)中乘客等车时间  $T_{rw}$ ,可表示为

$$T_{rw} = \frac{1}{2}H_r \quad (2)$$

式中: $H_r$  为轨道交通发车时间间隔。

则此类乘客的消费者剩余  $C_1$  可以表示为

$$C_1 = \sum_{d=1}^2 \sum_{i=1}^m \frac{p_{rid}}{2e_{rp}}(1 - e_{rw}T_{rw} - e_{rp}f_r)^2 \quad (3)$$

式中: $m$  为轨道交通与常规公交换乘站个数。

1.2.2 以非轨道交通方式到达站点乘坐常规公交乘客的消费者剩余

此类出行乘客的需求可以表示为

$$q_{bij} = p_{bij}(1 - e_{bw}T_{bwij} - e_{bp}f_b) \quad (4)$$

式中: $q_{bij}$  为以非轨道交通方式到达换乘站点  $i$  乘坐常规公交  $j$  线路的实际需求; $p_{bij}$  为此类出行的潜在需求; $T_{bwij}$  为此类乘客的平均等待时间; $f_b$  为常规公交票价; $e_{bw}$ 、 $e_{bp}$  分别为相应等待时间系数和费用系数。

对于式(4)中乘客等车时间  $T_{bwij}$ ,可用下式表示为<sup>[8]</sup>

$$T_{bwij} = \frac{1}{2}H_{bij} \left( 1 + \frac{\text{var}(H_{bij})}{H_{bij}^2} \right) \quad (5)$$

式中: $H_{bij}$  为换乘站点  $i$  常规公交  $j$  线路发车时间间隔; $\text{var}(H_{bij})$  为车辆运行间隔方差。

则此类乘客的消费者剩余  $C_2$  可以表示为

$$C_2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \frac{p_{bij}}{2e_{bp}}(1 - e_{bw}T_{bwij} - e_{bp}f_b)^2 \quad (6)$$

式中: $n_i$  为换乘站点  $i$  常规公交线路总数。

1.2.3 由轨道交通换乘常规公交的乘客的消费者剩余

此类出行乘客的需求可以表示为

$$q_{rbidj} = p_{rbidj}(1 - e_{rbw}T_{rbwidj} - e_{rbp}(1-a)f_b) \quad (7)$$

式中: $q_{rbidj}$  为换乘站点  $i$  轨道交通  $d$  运行方向换乘常规公交  $j$  线路的实际需求; $p_{rbidj}$  为此类出行的潜在需求; $T_{rbwidj}$  为此类乘客的平均等待时间; $e_{rbw}$ 、 $e_{rbp}$  分别为对应的等待时间系数和费用系数; $a$  为换乘优惠率。

对于式(7)中乘客等车时间  $T_{rbwidj}$ , 当轨道交通  $d$  运行方向与常规公交运营不协调时, 可用式(5)表示。考虑轨道交通  $d$  运行方向与常规公交运营协调时, 可表示为

$$T_{rbwidj} = \int_{K_{bijd}}^H (t_{bij} - K_{bijd}) f(t_{bij}) dt_{bij} \quad (8)$$

式中:  $H$  为轨道交通与常规公交的同步发车时间间隔;  $t_{bij}$  为换乘站点  $i$  常规公交  $j$  线路车辆到达时间;  $K_{bijd}$  为换乘站点  $i$  常规公交  $j$  线路车辆到达与轨道交通车辆  $d$  运行方向到达之间的富余时间;  $f(t_{bij})$  为换乘站点  $i$  常规公交  $j$  线路车辆到达时间概率密度函数<sup>[10]</sup>。 $f(t_{bij})$  可表示为

$$f(t_{bij}) = e^{-\lambda_{bij} t_{bij}} \quad (9)$$

式中:  $\lambda_{bij}$  为换乘站点  $i$  常规公交  $j$  线路计划到站车流量, 取值为发车间隔的倒数。

则此类乘客的消费者剩余  $C_3$  可以表示为

$$C_3 = \sum_{i=1}^m \sum_{d=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \frac{p_{rbidj}}{2e_{rbp}} (1 - e_{rbw} T_{rbwidj} - e_{rbp} (1 - a) f_b)^2 \quad (10)$$

1.2.4 由常规公交换乘轨道交通的乘客的消费者剩余

此类出行乘客的需求可以表示为

$$q_{brijd} = p_{brijd} (1 - e_{brw} T_{brwijd} - e_{brp} (f_r - a f_b)) \quad (11)$$

式中:  $q_{brijd}$  为换乘站点  $i$  常规公交  $j$  线路换乘轨道交通  $d$  运行方向的实际需求;  $p_{brijd}$  为此类出行的潜在需求;  $T_{brwijd}$  为此类乘客的平均等待时间;  $e_{brw}$ 、 $e_{brp}$  分别为对应的等待时间系数和费用系数。

对于式(11)中的乘客等车的时间  $T_{brwijd}$ , 当轨道交通  $d$  运行方向与常规公交运营不协调时, 可用式(2)表示。考虑轨道交通  $d$  运行方向与常规公交运营协调时, 可表示为

$$T_{brwijd} = K_{bijd} + \int_{K_{bijd}}^H f(t_{bij}) dt_{bij} H \quad (12)$$

则此类乘客的消费者剩余  $C_4$  可以表示为

$$C_4 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{d=1}^2 \frac{p_{brijd}}{2e_{brp}} (1 - e_{brw} T_{brwijd} - e_{brp} (f_r - a f_b))^2 \quad (13)$$

因此, 总的消费者剩余  $C$  可以表示为

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \quad (14)$$

### 1.3 运营协调系统生产者剩余

对于轨道交通与常规公交运营协调系统而言, 生产者剩余可以看成是运营者收入与成本之间的差

额, 即运营者的利润。其中包括轨道交通运营企业利润和常规公交运营企业利润。

#### 1.3.1 轨道交通生产者剩余分析

轨道交通运营成本  $D_1$  可以表示为

$$D_1 = \frac{B_r T_R (2L_r)}{H_r} \quad (15)$$

式中:  $B_r$  为轨道交通车辆单位运营成本;  $T_R$  为轨道交通运营时段;  $L_r$  为轨道交通的运营里程。

而轨道交通运营收入  $G_1$  为客流量与票价的乘积, 可以表示为

$$G_1 = f_r \sum_{i=1}^m \sum_{d=1}^2 q_{rid} + (f_r - a f_b) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{d=1}^2 q_{brijd} \quad (16)$$

则轨道交通生产者剩余  $S_1$  可以表示为

$$S_1 = G_1 - D_1 \quad (17)$$

#### 1.3.2 常规公交生产者剩余分析

同样, 常规公交运营成本  $D_2$  可以表示为

$$D_2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \frac{B_b T_B (2L_{bij})}{H_{bij}} \quad (18)$$

式中:  $B_b$  为常规公交车辆单位运营成本;  $T_B$  为常规公交运营时段;  $L_{bij}$  为换乘站点  $i$  常规公交  $j$  线路乘客的平均乘坐里程。

而常规公交运营收入  $G_2$  同样为客流量与票价的乘积, 可以表示为

$$G_2 = f_b \left( \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} q_{bij} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{d=1}^2 q_{brijd} \right) + (1 - a) f_b \sum_{i=1}^m \sum_{d=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} q_{rbidj} \quad (19)$$

则常规公交生产者剩余可以表示为

$$S_2 = G_2 - D_2 \quad (20)$$

因此, 总的生产者剩余  $S$  可以表示为

$$S = S_1 + S_2 \quad (21)$$

### 1.4 优化模型建立与求解步骤

社会福利就是消费者剩余和生产者剩余的总和。对于城市交通管理者来说, 公共交通运营的目的是为了使运营的社会福利最大化。因此, 模型为

$$\max(Y(K_{bijd}, H_{bij}, H_r, a)) = C + S \quad (22)$$

模型中的  $T_{rbwidj}$  和  $T_{brwijd}$  取值应根据换乘站点的常规公交与轨道交通运营协调方向来选取。对于端点站和中间站的协调方向, 其取值分别为式(8)和式(12), 对于中间站的非协调方向, 其取值为式(5)和式(2)。

模型约束条件为

$$\left. \begin{aligned} H_{bij} &\in [H_{bij\min}, H_{bij\max}] \\ H_r &\in [H_{r\min}, H_{r\max}] \\ K_{bijd} &\geq 0 \\ 0 &\leq a \leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中:  $H_{bij\min}$  和  $H_{bij\max}$ 、 $H_{r\min}$  和  $H_{r\max}$  分别为满足常规公交和轨道交通客流需求的最小、最大发车间隔, 通过车辆满载率来确定。

对模型的求解可分为两步进行。

#### 1.4.1 换乘站点轨道交通与常规公交运营协调

对每一个换乘站, 利用换乘优惠模型对常规公交与轨道交通线路上、下行方向, 分别进行运营协调优化。其步骤如下: ① 对换乘站点  $i$ , 采用常规公交与轨道交通线路上、下行方向分别进行优化, 求解协调线路的发车间隔、车辆衔接富余时间、换乘优惠率以及社会福利(端点站常规公交与轨道交通可以同时实现上下、行换乘协调); ② 比较上、下行方向协调的社会福利大小, 记录最大社会福利以及轨道交通线路运行方向; ③  $i = i + 1$ , 优化下一个换乘站点, 直到搜索完所有的换乘站点。

#### 1.4.2 换乘网络轨道交通与常规公交运营协调

在网络范围内对公共交通线路的运营协调进行优化, 其步骤如下: ① 根据前面得到的各个换乘站点协调线路的同步发车间隔, 从高到低对换乘站点排序, 选取最上一个换乘站点组成换乘站组, 并计算总体社会福利; ② 根据排序由上至下逐一选取换乘站点, 添加到换乘站组, 求解换乘站组最优的同步发车间隔、车辆衔接富余时间和整个系统的换乘优惠率, 并计算总体社会福利; ③ 如果这时排序中的换乘站点还未完成优化, 返回步骤 ②, 否则在排序中去掉第一个换乘站点, 选取最上一个换乘站点组成换乘站组, 返回步骤 ②, 当换乘组中只有一个换乘站点, 优化完成。

对于模型的求解算法, 根据文献[11]中对模拟退火算法、禁忌搜索算法和遗传算法的比较分析, 设计一种混合优化算法进行求解。

(1) 设置算法参数。

(2) 进行染色体编码, 根据目标函数确定合理的适应度函数, 初始化种群  $P(t)$ 。

(3) 计算种群中每个个体的适应度。

(4) 计算动态交叉率和变异率, 对种群个体进行选择、交叉和变异操作, 产生下一代种群。

(5) 对下一代种群的每个个体执行模拟退火操作, 运用 Metropolis 准则, 接受新的个体进入新种群  $P'(t)$ 。

(6) 将新种群  $P'(t)$  与  $P(t)$  合并为总群体, 并按适应度排序, 取前  $N$  个结果为第  $t$  代进化结果  $P(t+1)$ 。

(7) 如果当前进化代数小于最大进化代数, 则转入步骤(4), 否则, 输出当前最优解, 转入下一步骤。

(8) 以当前最优解为禁忌搜索初始解, 执行禁忌搜索, 求取更好的最终解。

### 1.5 交通需求模型参数确定方法

交通需求模型中时间和费用系数的确定思路是: 先采用累计 Logistic 回归模型, 分析居民出行行为 SP 调查结果, 确定交通需求对平均等待时间和票价费用的点弹性值, 具体过程参见文献[12]; 然后将点弹性值代入本文交通需求模型所表示的点弹性表达式, 求解等待时间系数和票价费用系数。

交通需求对等待时间的点弹性  $E_T$  可表示为

$$E_T = \frac{\Delta q/q}{\Delta T/T} = \frac{T}{p(1 - e_w T - e_p f)} \cdot \frac{p[1 - e_w(T + \Delta T) - e_p f] - p(1 - e_w T - e_p f)}{\Delta T} = \frac{-e_w T}{1 - e_w T - e_p f} \quad (24)$$

式中:  $T$  为等待时间;  $f$  为票价;  $e_w$ 、 $e_p$  分别为等待时间系数和费用系数;  $q$  为实际交通需求;  $p$  为潜在交通需求;  $\Delta q$  为实际交通需求变化量;  $\Delta T$  为等待时间变化量。

同理, 交通需求对票价费用的点弹性  $E_f$  为

$$E_f = \frac{\Delta q/q}{\Delta f/f} = \frac{-e_w f}{1 - e_w T - e_p f} \quad (25)$$

式中:  $\Delta f$  为票价费用变化量。

联合式(24)和式(25)组成方程组, 代入等待时间平均值、票价及相应的点弹性值, 即可求解相应的时间系数和费用系数。

## 2 算例分析

这里构造一个简单的轨道交通与常规公交换乘网络来说明换乘优惠模型。假设某一轨道交通线路有 4 个换乘站, 每个换乘站均有 3 条接驳常规公交线路。换乘站分别记为 1、2、3 和 4, 其中 1 和 4 为端点站。常规公交车辆容量取 30 人, 轨道交通列车容量取 500 人, 根据车辆满载率在  $[0.8, 1.2]$  区间内确定满足客流需求的最小、最大发车间隔。有关参数见下表 1、表 2。

将参数代入换乘优惠模型中, 采用混合优化算法进行求解相关变量。实行换乘优惠前后的相关决

策优化变量见表 3;实行换乘优惠前后的换乘网络 社会福利对比情况见表 4。

表 1 相关参数

站点	以其他方式乘坐轨道交通/(人次·h <sup>-1</sup> )		常规公交线路	平均乘坐里程/ km	车辆运行 间隔方差	以其他方式乘坐常规公交/ (人次·h <sup>-1</sup> )	轨道交通换乘常规 公交/(人次·h <sup>-1</sup> )		常规公交换乘轨道 交通/(人次·h <sup>-1</sup> )	
	R <sup>1</sup> 方向	R <sup>2</sup> 方向					R <sup>1</sup> —B <sub>ij</sub>	R <sup>2</sup> —B <sub>ij</sub>	B <sub>ij</sub> —R <sup>1</sup>	B <sub>ij</sub> —R <sup>2</sup>
1	396	0	B <sub>11</sub>	5	4	119	0	78	90	0
			B <sub>12</sub>	4	3	102	0	104	121	0
			B <sub>13</sub>	5	2	120	0	70	104	0
2	246	134	B <sub>21</sub>	4	4	97	72	20	97	22
			B <sub>22</sub>	4	3	105	73	25	91	37
			B <sub>23</sub>	4	3	98	81	32	92	40
3	228	324	B <sub>31</sub>	5	3	104	47	13	72	18
			B <sub>32</sub>	4	3	97	52	19	60	22
			B <sub>33</sub>	4	4	107	57	10	47	28
4	0	330	B <sub>41</sub>	5	2	99	76	0	0	90
			B <sub>42</sub>	5	3	117	64	0	0	106
			B <sub>43</sub>	5	3	111	82	0	0	80

注:R<sup>1</sup>—B<sub>ij</sub>为 R<sup>1</sup> 方向的轨道交通换乘常规公交 B<sub>ij</sub>,其他类同。

表 2 其他参数

参数	$e_{rp}$	$e_{brp}$	$e_{rw}$	$e_{brw}$	$e_{bp}$	$e_{rbp}$	$e_{bw}$	$e_{rbw}$
数值	0.066	0.066	0.025	0.025	0.021	0.021	0.107	0.107
参数	$T_R/\text{min}$	$T_B/\text{min}$	$B_b/(\text{元}\cdot\text{km}^{-1})$	$B_r/(\text{元}\cdot\text{km}^{-1})$	$f_r/\text{元}$	$f_b/\text{元}$	$L_r/\text{km}$	
数值	60	60	3	20	2	1	6	

表 3 换乘优惠实施前后的相关优化变量

站点	轨道交通 协调方向	常规公 交线路	协调控制无换乘优惠		协调控制有换乘优惠		
			发车间隔/ min	车辆衔接富余 时间/min	发车间隔/ min	车辆衔接富余 时间/min	换乘优惠率
1	1、2	B <sub>11</sub>	10.21	2.46	11.6	0.09	0.323
		B <sub>12</sub>	10.21	2.45	11.6	0.09	0.323
		B <sub>13</sub>	10.21	2.43	11.6	0.09	0.323
2	1	B <sub>21</sub>	10.21	1.01	11.6	0.03	0.323
		B <sub>22</sub>	10.21	2.59	11.6	0.03	0.323
		B <sub>23</sub>	10.21	2.59	11.6	0.05	0.323
3	1	B <sub>31</sub>	10.21	2.45	11.6	0.05	0.323
		B <sub>32</sub>	10.21	2.45	11.6	0.05	0.323
		B <sub>33</sub>	10.21	2.58	11.6	0.08	0.323
4	1、2	B <sub>41</sub>	10.21	2.48	11.6	0.05	0.323
		B <sub>42</sub>	10.21	2.43	11.6	0.03	0.323
		B <sub>43</sub>	10.21	2.58	11.6	0.03	0.323

表 4 换乘优惠实施前后的换乘网络社会福利对比

对比项目	消费者剩余/ (元·h <sup>-1</sup> )	生产者剩余/ (元·h <sup>-1</sup> )	社会福利/ (元·h <sup>-1</sup> )
协调控制无换乘优惠	19 770	5 594	25 364
协调控制有换乘优惠	21 179	5 759	26 938
变化幅度	1 409	165	1 574

由表 4 可看出,消费者剩余、生产者剩余和社会福利变化幅度百分比分别为 7.13%、2.95% 和 6.21%。研究结果表明,在调度协调控制情况下,实行换乘优惠后,车辆发车间隔略有增加,车辆衔接富余时间有所减少,同时消费者剩余和生产者剩余分别增加了 7.13%和 2.95%,能够使运营企业和出行

者都受益。

### 3 结 语

(1)以社会福利最大化为目标,建立了轨道交通与常规公交换乘优惠的非线性规划模型,给出了求解步骤;该模型考虑了弹性需求的影响,兼顾了运营企业和出行者的利益。

(2)对比换乘优惠实施前后的换乘网络社会福利情况,结果表明,实施换乘优惠后,消费者和生产者剩余都有增加,能使运营企业和出行者都受益。

(3)在后续研究中,假设条件有待于进一步改进,使之更为符合实际的城市交通状况。

#### 参考文献:

#### References:

- [1] Jansson K. Optimal public transport price and service frequency[J]. Journal of Transport Economics and Policy, 1993, 27(1): 33-50.
- [2] Andrew W E, Morrison A D. Incorporating accident risk and disruption in economic models of public transport[J]. Journal of Transport Economics and Policy, 1997, 31(2): 117-146.
- [3] 陈宽民, 罗小强. 城市快速轨道交通合理票价的博弈分析[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2005, 25(4): 52-55.  
CHEN Kuan-min, LUO Xiao-qiang. Game-theory of reasonable ticket price for urban railway transport [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2005, 25(4): 52-55.
- [4] 汤 薇, 陈森发, 仇向洋. 基于生命周期客流分摊成本的城市轨道交通定价方法[J]. 系统工程理论与实践, 2007(5): 69-74.  
TANG Wei, CHEN Sen-fa, QIU Xiang-yang. The urban rail transit pricing method by life cycle cost apportioned in the entire passengers [J]. Systems Engineering Theory & Practice, 2007(5): 69-74.

- [5] 王 镜, 邵春福, 毛科俊. 公交换乘优惠的双层规划模型[J]. 中国公路学报, 2008, 21(2): 93-97.  
WANG Jing, SHAO Chun-fu, MAO Ke-jun. Bi-level programming model for transfer benefit of public transportation [J]. China Journal of Highway and Transport, 2008, 21(2): 93-97.
- [6] 杨利强, 黄 卫, 张 宁. 基于广义费用的公共交通换乘优惠研究[J]. 交通信息与安全, 2009, 27(3): 20-23.  
YANG Li-qiang, HUANG Wei, ZHANG Ning. Transfer preferential benefit of public transport based on generalized cost [J]. Journal of Transportation Information and Safety, 2009, 27(3): 20-23.
- [7] 孙月平, 刘 俊, 谭 军. 应用福利经济学[M]. 北京: 经济管理出版社, 2004.
- [8] Chowdhury M. Intermodal transit system coordination with dynamic vehicle dispatching [D]. New Jersey: New Jersey Institute of Technology, 2000.
- [9] 林 震, 杨 浩. 城市轨道交通发车间距优化模型探讨[J]. 土木工程学报, 2003, 36(1): 1-5.  
LIN Zhen, YANG Hao. Study on headway optimization model of urban rail transit[J]. China Civil Engineering Journal, 2003, 36(1): 1-5.
- [10] 李 萌, 彭国雄. 基于换乘系统经济效益最优的公共交通调度问题研究[J]. 城市轨道交通研究, 2006, (2): 31-34.  
LI Meng, PENG Guo-xiong. Optimal public transport dispatching on the economic benefit of transfer system [J]. Urban Mass Transit, 2006, (2): 31-34.
- [11] 王春娟, 张伏生, 王 帅, 等. 基于混合优化算法的电网规划方法[J]. 电网技术, 2005, 29(23): 30-33.  
WANG Chun-juan, ZHANG Fu-sheng, WANG Shuai, et al. Power network planning method based on hybrid optimal algorithm[J]. Power System Technology, 2005, 29(23): 30-33.
- [12] 李德芬. 基于需求弹性分析的公共交通吸引力研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2007.