

文章编号:1671-8879(2011)04-0034-05

# 基于理论和实测的路基沉降混合预测方法

王丰胜

(安徽交通职业技术学院 土木工程系,安徽 合肥 230051)

**摘要:**为了准确的预测路基沉降,基于土基的固结理论,引入平均附加应力系数的概念,对路基沉降计算传统的分层总和法进行了改进;提出了考虑路基施工过程的路基最终沉降量计算理论与计算公式;建立了基于改进的分层总和法及实测的沉降量预测新模型;编制了基于改进的分层总和法和实测数据的路基沉降预测计算程序 Settlement\_Calculation;采用新的计算方法和计算程序,对安徽省某二级公路试验路段进行路基沉降观测和理论计算,得到的沉降预测值和实测值相对误差小于 2.0%。

**关键词:**道路工程;路基沉降;分层总和法;预测模型;曲线拟合

**中图分类号:**U416.1 **文献标志码:**A

## Mixed prediction method of embankment settlement based on theory and practical survey

WANG Feng-sheng

(Department of Civil Engineering, Anhui Communications Vocational and  
Technical College, Hefei 230051, Anhui, China)

**Abstract:** In order to forecasting the embankment settlement accurately, based on the consolidation theory of soil, the additional stress factor is introduced to improve the traditional delamination summation-method of the total embankment settlement, and the improved calculation theory and formula are put forward. A new calculation and prediction model is built based on the improved delamination summation-method and practical survey. The calculation program Settlement\_Calculation for the calculation and prediction of embankment settlement is wrote based on the improved delamination summation-method and practical survey data. The survey and theory calculation for the test section of a secondary road in Anhui province is carried out adopting the calculation method and program. The results show that the error of the prediction value compared to the one of survey is less than 2.0%. 2 tabs, 2 figs, 15 refs.

**Key words:** road engineering; embankment settlement; delamination summation-method; prediction model; curve fitting

## 0 引言

路基沉降变形过大,不仅影响车辆的安全运营,

而且会显著增加运营期间的维护费用,因此,近年来在中国高等级公路建设中十分重视公路路基施工期和运营期的沉降变形问题,科学地计算与预测路基

收稿日期:2010-12-10

基金项目:安徽省交通科技进步计划项目(2010. yyj074043)

作者简介:王丰胜(1963-),男,安徽合肥人,副教授,E-mail:fidic168@sohu.com。

沉降变形已经成为路基工程中非常重要的一个课题<sup>[1]</sup>。影响路基沉降变形的因素主要包括地基土的应力历史、土体的压缩性与渗透性、地下水的影响等<sup>[2]</sup>。鉴于路基和地基自身情况及影响因素的复杂性,准确地求解或预测路基的沉降量是十分困难的。

目前,路基沉降量的计算与预测方法主要有3种。一是为建立在弹性半无限体假定基础上的经典的分层总和法,其缺点是无法考虑土的塑性变形<sup>[3-4]</sup>。二是基于固结理论的数值模拟计算方法,如非线性有限单元法,从计算方法上来说,该法是一种较为完善的方法,但缺点是计算工作量大,参数确定非常困难<sup>[5-7]</sup>。三是通过现场实测沉降资料,采用曲线拟合的方法进行估算,其中确定性预测方法如指数曲线法、对数曲线法、双曲线法、星野法等;不确定预测方法如灰色预测法及人工神经网络法等,但这些方法大多集中于数学理论的研究上,没有涉及到地基土的物理及力学性质,在应用上具有很大的局限性,且预测结果与实测结果相比,有时会出现较大的偏差<sup>[8-13]</sup>。为此,本文对传统的分层总和法进行改进,并考虑路基分层填筑施工的影响,推导出路基最终沉降量计算的公式;建立路基沉降量预测的新模型,并采用最小二乘法对实测数据进行非线性拟合,得到路基沉降量预测曲线;在此基础上,编制相应的计算程序,应用于工程实际。

## 1 路基沉降量计算改进的分层总和法

### 1.1 传统的分层总和法

按照地基的固结理论,地基土体在某一压力作用下,经过 $t$ 时刻后所产生的变形量 $S_t$ 可表示为

$$S_t = SU_t \quad (1)$$

式中: $U_t$ 为地基土体在 $t$ 时刻的固结度(%); $S$ 为地基土体最终沉降变形量(m)。

式(1)表明,计算 $S_t$ 的关键是计算地基土体最终沉降变形量 $S$ ,文献<sup>[14]</sup>采用传统的分层总和法,把地基分成很多个薄层,分别计算每个薄层的压缩变形,最后叠加为总沉降量,计算公式为

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{zi}}{E_{si}} h_i \quad (2)$$

从式(2)可以看出,地基总沉降与每一薄层的厚度 $h_i$ 、地基变形模量 $E_{si}$ 、平均附加应力 $\sigma_{zi}$ 有关。当薄层数量足够多时,计算具有一定的精度,但计算工作量较大。本文对文献<sup>[12]</sup>给出桥梁墩台基础最终沉降量的计算方法进行改进,用于路基最终沉降量的计算。

### 1.2 改进的分层总和法及其数值计算

计算模型如图1所示,在地基沉降计算深度 $Z_n$ 范围内,最终沉降量可按式(3)计算。

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{q_0}{E_{si}} (Z_i \bar{\alpha}_i - Z_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1}) \quad (3)$$

式中各符号定义见文献<sup>[12]</sup>和图1所示,式(3)中, $q_0$ 为路基基底压应力;平均附加应力系数 $\bar{\alpha}$ 计算式为

$$\bar{\alpha} = \frac{\int_0^Z \alpha dZ}{Z} \quad (4)$$

式中: $\alpha$ 为附加应力系数, $\alpha$ 与荷载的作用方式有关。

对于如图1所示的路基沉降计算,可将梯形荷载分解为2个三角形荷载进行叠加计算;对于式(4)中的 $\int_0^Z \alpha dZ$ 采用数值积分法进行计算,笔者据此编制了相关的计算机程序。

采用平均附加应力系数的分层总和法,可以将地基土体中的每个天然土层视为一层来计算沉降量,较传统的分层总和法计算效率高。

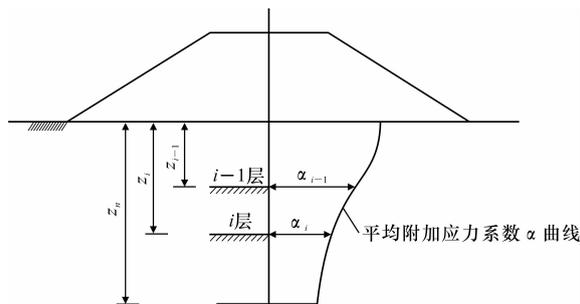


图1 分层总和法分层

### 1.3 考虑路基填筑施工过程的分层总和法

式(3)关于最终沉降量的计算没有考虑到加载方式的影响,而是简单地将 $q_0$ 视为一次加载。实际上,路堤的施工通常采用分层填筑的方法,因此荷载是分级增加的。笔者按弹性叠加原则,对式(3)进行改进,可得到考虑路基施工过程的分层总和法为

$$S = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \frac{q_j}{E_{si}} (Z_i \bar{\alpha}_i - Z_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1}) = \sum_{j=1}^m S_j \quad (5)$$

式中: $m$ 为路基填筑层数; $q_j$ 为第 $j$ 层填土引起的路基基底压应力(Pa); $S_j$ 为第 $j$ 层填土单独作用引起的路基最终沉降量(m)。

## 2 考虑施工过程的路基沉降理论时程计算

按一维固结理论,任意 $t$ 时刻地基土体理论沉降量为

$$S_t = SU_t = S(1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4H^2} C_v t}) \quad (6)$$

式中:  $C_v$  为地基土体固结系数( $\text{cm}^2/\text{s}$ );  $H$  为渗流发生的实际厚度(m);  $t$  为计算时刻, 从路基开始填筑时刻起算(d)。

考虑到路基的实际施工过程, 当第一层土体填筑时, 地基土体已经开始固结排水, 后续的每一次分层填筑都会对固结排水起作用, 可以认为  $S_t$  是各个填土层所引起的固结效应的叠加。

设路基开始施工时刻为 0, 第  $i$  填土施工时刻为  $t_{0i}$ , 其引起的理论最终沉降量为  $S_i$ , 则施工结束后任意时刻  $t$ , 路基的理论沉降量为

$$S_t = \sum_{i=1}^m S_i (1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4H^2} C_v (t-t_{0i})}) \quad (7)$$

### 3 基于分层总和法的沉降预测方法

前述改进的分层总和法依然是建立在弹性理论基础上的, 采用该法计算的路基最终沉降量与实际情况有些出入, 工程上一般引入经验系数加以修正<sup>[14]</sup>。此外, 对于沉降理论时程计算中的固结系数  $C_v$ , 一般采用试验方法间接推定, 往往与实际偏离较大。实际工程中, 关于路基沉降的时程问题, 多采用预测的方法。

#### 3.1 预测模型的建立

路基沉降量既有的预测方法很多, 如对数曲线法、双曲线法、星野法、灰色预测法等, 但这些方法大多集中于数学理论的研究上, 没有涉及到地基土的物理及力学性质, 在应用上往往实测结果产生较大的偏差。本文立足于改进的分层总和法, 通过对有限的实测数据进行曲线拟合, 从而得到某一既定土体沉降预测模型的数学表达式。

引入修正系数  $m, k$ , 将式(6)可改写为

$$S_t = mS(1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-kt}) \quad (8)$$

则

$$\frac{S_t}{S} = m(1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-kt}) \quad (9)$$

式中  $S$  仍为路基的理论最终沉降量, 对于既定荷载下的既定土体,  $S$  为常量, 故式(9)左边的表达式如同固结度, 故令

$$U_{st} = \frac{S_t}{S}, \text{称为预测固结度, 则式(9)可改写为}$$

$$U_{st} = m(1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-kt}) \quad (10)$$

值得一提的是, 式(9)中  $S$  的计算采用分层总和

法, 因此涉及到地基土体的力学性质, 采用系数  $k$  避免了固结系数  $C_v$  的间接测定, 在形式上保证了预测模型与理论模型的一致性。

#### 3.2 预测模型的非线性最小二乘拟合

令  $U_{st} = m(1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-kt}) = f(t)$ , 对于预测模型式(10), 给定  $n$  组观测数据  $T = [t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_n]^T$  和  $U_{st} = [u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_n]^T$ , 求解一组待定的系数  $X = [m, k]^T$ , 使得

$$\sum_{i=1}^n [f(t_i) - u_i]^T = \min \quad (11)$$

这就是预测模型的非线性最小二乘拟合, 实质是求解非线性无约束最优化问题<sup>[15]</sup>。该方法可简述如下。

设  $S(\bar{X})$  的极小值  $X^m$  有一个近似解为  $X^{(k)}$ , 可以在  $X^{(k)}$  邻域内将  $S(X^m)$  泰勒展开, 得到

$$S(X^m) = S(X^{(k)}) + g^{(k)} \Delta X^{(k)} + \frac{1}{2} \Delta X'^{(k)} \mathbf{A}_k \Delta X^{(k)} = \min \quad (12)$$

式(12)为  $\Delta X^{(k)}$  的函数, 若使式(12)成立, 可将式(12)两边对  $\Delta X^{(k)}$  求偏导数, 可得到非线性方程组为

$$\mathbf{A}_k \Delta X^{(k)} = -g'^{(k)} \quad (13)$$

式中:  $g^{(k)}$  为  $S(\bar{X})$  在  $X^{(k)}$  处的梯度向量,  $g^{(k)} = [g_1^{(k)}, g_2^{(k)}, \dots, g_i^{(k)}] = (\frac{\partial S}{\partial x_1}, \frac{\partial S}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial S}{\partial x_i})$ ;  $\mathbf{A}_k$  为  $X^{(k)}$  处的 Hessian 矩阵。对于式(13), 则有:

(1) 当  $\mathbf{A}_k$  非奇异或非病态时, 直接迭代求解式(13), 迭代公式为

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - \mathbf{A}_k^{-1} g'^{(k)} \quad (14)$$

(2) 当  $\mathbf{A}_k$  奇异或病态时, 对  $\mathbf{A}_k$  添加一正则化因子  $\alpha$ , 使式(13)变为

$$(\mathbf{A}_k + \alpha I) \Delta X^{(k)} = -g'^{(k)} \quad (15)$$

迭代公式为

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - (\mathbf{A}_k + \alpha I)^{-1} g'^{(k)} \quad (16)$$

通过对实测数据的最小二乘拟合, 可得到既定的系数  $m, k$ , 回代到式(8), 即可得到沉降预测曲线  $S_t = f(t)$ 。

#### 3.3 考虑施工过程的沉降预测计算

设路基开始施工时刻为 0, 第  $i$  填土施工时刻为  $t_{0i}$ , 其引起的理论最终沉降量为  $S_i$ , 则施工结束后任意时刻  $t$ , 路基的预测沉降量为

$$S_t = m \sum_{i=1}^n S_i (1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-k(t-t_{0i})}) \quad (17)$$

### 3.4 沉降预测模型计算的程序编制

按前述的基本理论和基本方法,笔者编制了基于改进的分层总和法和实测数据的路基沉降预测计算程序 Settlement\_Calculation。

(1) 输入相关数据,如路基及地基土体性状描述、各填土层厚度及施工时刻、实测数据等。

(2) 考虑施工过程,计算各施工填土层引起的地基最终沉降及总沉降量。

(3) 对实测的  $S_i-t$  数据进行最小二乘拟合计算,得出沉降预测曲线  $S_t = f(t)$ 。

(4) 预测施工后的任意时刻的沉降量以及总沉降量。

## 4 应用实例

安徽省某二级公路路基沉降观测的试验路段 K8+260 断面,路基宽为 10 m,路基高度为 5 m,施工期为 120 d,路基施工期为 120 d,通过计算得出理论最终沉降量为 248.44 mm,前期沉降观测数据见表 1。按最小二乘法建立预测模型曲线拟合方程,拟合参数为

$$m = 1.2906, k = 0.004。$$

拟合曲线如图 2 所示。

相应的曲线方程为

表 1 K8+260 断面沉降实测数据

时间/d	实测沉降/mm	预测固结度 $U_t$
0	60.20	0.242
5	66.10	0.266
10	71.80	0.289
15	75.50	0.304
20	80.40	0.324
25	85.60	0.345
30	90.30	0.363
40	99.30	0.400
50	108.10	0.435
60	116.40	0.469
70	124.50	0.501
80	132.20	0.532
90	139.40	0.561
100	146.50	0.590
110	153.50	0.618
120	159.80	0.643
130	166.30	0.669
140	172.50	0.694
150	178.10	0.717
160	184.00	0.741

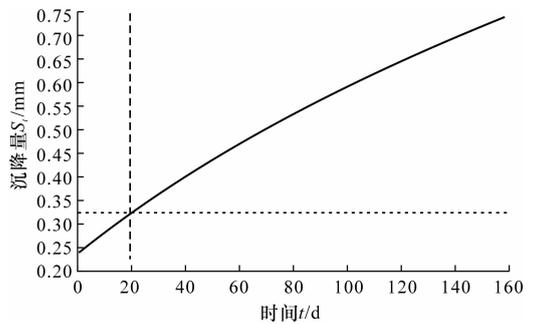


图 2 K8+260 断面沉降拟合曲线

$$S_t = 12906S \left(1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-0.004t}\right)$$

考虑施工过程沉降的计算公式为

$$S_t = 12906 \sum_{i=1}^m S_i \left(1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-0.004(t_{0i}-1)}\right)$$

根据拟合的曲线方程,预测施工后一段时间内的路基沉降,并与实测值进行对比,结果见表 2。

表 2 K8+260 断面沉降预测与实测数据对比

时间/d	实测沉降/mm	预测沉降/mm	相对误差/%
200	200.8	203.86	1.50
225	211.5	214.97	1.61
250	222.4	225.02	1.16
276	230.9	234.47	1.52
300	239.7	242.35	1.09
335	250.1	252.58	0.98
365	256.9	260.28	1.30
400	264.6	268.16	1.33
450	272.7	277.67	1.79
500	281.2	285.46	1.49
550	288.5	291.84	1.14
600	292.9	297.06	1.40
680	300.2	303.51	1.09
730	302.5	306.62	1.34

由表 2 可以看出,沉降预测值与实测值非常接近,其相对误差小于 2.0%,从而表明,本文预测模型具有较高的精度。

## 5 结 语

(1) 对传统的分层总和法进行改进,并考虑路基分层填筑施工的影响,推导出路基最终沉降量计算的公式。

(2) 建立了路基沉降量预测的新模型,并采用最小二乘法对实测数据进行非线性拟合,从而得到路基沉降量预测曲线。

(3) 沉降预测值与实测值的对比结果表明,本文所提出的预测模型具有较高的精度。

## 参考文献:

## References:

- [1] 王小刚,陈善雄,余飞,等. 拓展双曲线法在铁路客运专线路基沉降预测中的应用[J]. 铁道标准设计, 2010(2):39-42.  
WANG Xiao-gang, CHEN Shan-xiong, YU Fei, et al. Extending exponential hyperbolic method in application of railway passenger traffic line settlement prediction. [J]. Railway Standard Design, 2010(2):39-42.
- [2] 胡荣光. 基于分层总和法的路基沉降时序规律多元非线性回归分析[J]. 铁道工程学报, 2009(3):7-10.  
HU Rong-guang. Multivariate nonlinear regression analyses of time series law to subgrade settlement of high-speed railway based on the foundation of layer-summation[J]. Journal of Railway Engineering Society, 2009(3):7-10.
- [3] JTJ 017—96, 公路软土地基路堤设计与施工技术规范[S].
- [4] 陈凯. 双曲线法在路基沉降变形预测中的应用分析[J]. 基础工程设计, 2009(10):83-85.  
CHEN Kai. Application analysis of the using of hyperbolic method in prediction of subgrade settlement deformation[J]. Engineering Design of the Ground, 2009(10):83-85.
- [5] 马海燕,童申家. MIDAS/Civil 在计算路基沉降中的应用[J]. 中外公路, 2007, 27(5):151-153.  
MA Hai-yan, TONG Shen-jia. MIDAS/Civil in application of subgrade settlement calculation[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2007, 27(5):151-153.
- [6] 王俊辉. 山区高填路基沉降监测与稳定性数值仿真分析研究[D]. 长沙:中南大学, 2007.
- [7] 熊健民,金生吉,余天庆. 路基沉降试验研究及数值模拟[J]. 华中科技大学学报:城市科学版, 2008, 25(4):54-56.  
XIONG Jian-min, JIN Sheng-ji, YU Tian-qing. Numerical simulation on roadbed settlement of highway [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Urban Science Edition, 2008, 25(4):54-56.
- [8] 秦尚林,陈善雄,许锡昌. 路基沉降预测的拓展指数曲线模型[J]. 铁道标准设计, 2010(2):28-30.  
QIN Shang-lin, CHEN Shan-xiong, XU Xi-chang. Extending exponential curve model for prediction of subgrade settlement [J]. Railway Standard Design, 2010(2):28-30.
- [9] 王伟,曾婧. 软土路基沉降广义 Usher 曲线预测方法研究[J]. 企业技术开发, 2009(4):51-53.  
WANG Wei, ZENG Jing. Study on forecasting method of generalized Usher curve for soft clay embankment settlement [J]. Technological Development of Enterprise, 2009(4):51-53.
- [10] 唐利民,陈志良,贺春宁. 高填路基沉降灰色预测模型的新方法与应用[J]. 中外公路, 2010, 30(1):60-64.  
TANG Li-min, CHEN Zhi-liang, HE Chun-ning. Application of new methods in gray high fill embankment settlement prediction model [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2010, 30(1):60-64.
- [11] 孟庆新,周晓东. 软土路基沉降预测方法的对比分析[J]. 天津城市建设学院学报, 2009, 15(2):90-92.  
MENG Qing-xin, ZHOU Xiao-dong. Comparison analyses on forecast methods of soft roadbed settlement [J]. Journal of Tianjin Institute of Urban Construction, 2009, 15(2):90-92.
- [12] 金生吉,余天庆,熊健民. 路基沉降规律试验研究[J]. 筑路机械与施工机械化, 2008, 25(12):39-40, 43.  
JIN Sheng-ji, YU Tian-qing, XIONG Jian-min. Experimental research on rule of subgrade settlement [J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2008, 25(12):39-40, 43.
- [13] 谢欣. 高速公路红砂岩路基沉降观测研究[J]. 筑路机械与施工机械化, 2008, 25(3):35-37.  
XIE Xin. Research on settlement observation of red sandstone roadbed in expressway [J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2008, 25(3):35-37.
- [14] JTG D63—2007, 公路桥涵地基与基础设计规范[S].
- [15] 唐利民. 一种新的求解非线性最小二乘问题的牛顿迭代法[J]. 长沙交通学院学报, 2008, 24(3):18-23.  
TANG Li-min. A new Newton iterative algorithm for solving nonlinear least squares problem [J]. Journal of Changsha Communications University, 2008, 24(3):18-23.