

无网格法在沥青路面瞬态温度场分析中的应用

姚莉莉,王选仓

(长安大学 公路学院,陕西 西安 710064)

摘要:为了提高沥青路面温度场的计算精度,采用一种新方法——无网格法对其进行计算分析。根据传热学理论,基于变分原理推出了沥青路面瞬态温度场的无网格法计算公式,采用罚函数法处理本质边界条件。针对工程实例,编制无网格法程序,建立了数值计算模型并进行模拟分析。结果表明:无网格法计算结果与现场实测数据最大误差不超过 2.6%,且小于有限元方法最大误差的 3.5%。

关键词:道路工程;沥青路面;瞬态温度场;无网格法

中图分类号:U416.217 **文献标志码:**A

Application of meshless method for asphalt pavement transient temperature field

YAO Li-li, WANG Xuan-cang

(School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China)

Abstract: In order to increase the accuracy of the temperature field computational simulation of asphalt pavement, this paper puts forth a new method named meshless method for computing pavement transient temperature field based on variational principle. The essential boundary conditions are dealt with penalty function method. This method is applied to a practical case, the numerical model is developed for simulating analysis. The results show that the biggest error of meshless method compared to the the measured data is less than 2.6%, and it is less than 3.5% of the finite element method. 1 tab, 2 figs, 13 refs.

Key words: road engineering; asphalt pavement; transient temperature field; meshless method

0 引言

当前,沥青路面以其优良的路用性能已成为世界各国公路建设路面材料的首选。作为一种典型的温度敏感性材料,沥青混合料的模量和强度都会随温度的变化而改变,从而导致沥青路面的承载能力和路用性能均受到温度的直接影响。沥青路面常见的各种病害,如高温车辙、低温开裂、拥包及疲劳破

坏等,也直接或间接的与路面温度的分布状态有关。因此,准确分析和预测沥青路面温度场的分布特性和变化规律,具有重要的理论意义和实用价值。

国内外学者对沥青路面温度场及温度应力进行了大量的研究。严作人首先用解析法开展了研究^[1];吴赣昌对半刚性基层沥青路面温度场进行了较为深入的研究,建立了二维层状体系瞬态温度场的计算理论^[2-3];郑健龙研究了沥青混合料在降温条

件下的变化规律,并利用粘弹性特性对试验现象进行了解释^[4];韩子东首次给出了一个道路结构温度场年变化的解析表达式^[5]。在国外,形成了以 Barber、Straub 为代表的理论分析法和以美国 SHRP、C-SHRP、LTPP 为代表的统计分析法。

近年来,随着计算机技术和商业有限元软件的迅速发展,沥青路面结构温度场的计算分析多采用有限元方法,在工程实践中有了较广泛的应用^[6-9]。无网格法是近 10 多年来兴起的一种新的数值计算方法,基本思想是在求解区域上任意设置有限个结点,采用结点权函数来表征结点及其邻域内的物理和力学量,即利用结点权函数近似的表示其影响域内的位移函数和物理场函数,进而形成与结点位移和结点物理场相关的系统刚度方程,进行求解^[10-11]。由于克服了有限元计算中网格畸变带来的困难,使得它在解决裂纹扩展、冲击破坏、材料失效、局部大变形与失稳以及多尺度耦合等问题方面迅猛发展,解决了一些用传统有限元法不易或无法求解的工程技术问题。目前,中国将无网格法应用于温度场研究的工作还很少,具体到沥青路面温度场的研究工作还未见报道。为此,本文开展了这方面的一些探索研究工作。

1 无网格法应用于瞬态温度场的控制方程

无网格法可以从多种不同的角度构造,也产生了一系列分支,主要有光滑粒子动力学方法(SPH)、散射元法(DEM)、无单元伽辽金法(EFG)、重构核粒子方法(PKPM)和无网格局部彼得罗夫-伽辽金法(MLPG)等。目前发展较为成熟的是 EFG 法,但其数值积分仍需要背景网格,数值计算工作量较大。相比较而言,MLPG 法可以说是真正意义上的无网格法,并且对工程上常见的复杂区域的边界条件具有较好的适应性,因此,本文采用 MLPG 法计算分析沥青路面温度场问题^[12]。

1.1 移动最小二乘法

在无网格法中,移动最小二乘法(MLS)是广泛采用的近似函数构造形式。考虑点 x 的邻域 Ω_x ,它位于问题域 Ω 内,包含一组任意分布的结点 $x_I (I = 1, 2, 3, \dots, N)$ 。场函数 $T(x)$ 的移动最小二乘法近似 $T^h(x)$ 可以定义为

$$T^h(x) = \sum_{i=1}^m p_i(x) a_i(x) = \mathbf{p}^T(x) \mathbf{a}(x) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{p}^T(x) = [p_1(x) \ p_2(x) \ \dots \ p_m(x)]$ 为 m

次完备单项式的基; $\mathbf{a}(x)$ 是系数向量。

例如,对于二维问题,有

$$\text{线性基: } \mathbf{p}^T(x) = [1 \ x \ y], m = 3 \quad (2)$$

$$\text{二次基: } \mathbf{p}^T(x) = [1 \ x \ y \ x^2 \ xy \ y^2], \\ m = 6 \quad (3)$$

系数向量 $\mathbf{a}(x)$ 的确定应使近似函数和场函数差值的 L_2 范数的加权离散 $J(\mathbf{a}(x))$ 取最小值,即

$$J(\mathbf{a}(x)) = \sum_{I=1}^N w_I(x) [T^h(x_I) - T_I]^2 = \\ \sum_{I=1}^N w_I(x) [\mathbf{p}^T(x_I) \mathbf{a}(x) - T_I]^2 = \\ [\mathbf{P} \mathbf{a}(x) - \mathbf{T}]^T \mathbf{W}(x) [\mathbf{P} \mathbf{a}(x) - \mathbf{T}(x)] \quad (4)$$

式中: $w_I(x)$ 为结点 I 在 x 点处的权函数; $T^h(x_I)$ 、 $T_I (I = 1, 2, \dots, N)$ 分别为结点 I 处的移动最小乘法近似和场函数值;

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_1(x_1) & \dots & p_m(x_1) \\ \vdots & & \vdots \\ p_1(x_N) & \dots & p_m(x_N) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{W}(x) = \begin{bmatrix} w(x-x_1) & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & w(x-x_N) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{T}^T = [T_1 \ T_2 \ \dots \ T_N].$$

由最小二乘原理,即要使求解的误差最小,应有

$$\frac{\partial J(\mathbf{a}(x))}{\partial (\mathbf{a}(x))} = \mathbf{A}(x) \mathbf{a}(x) - \mathbf{C}(x) \mathbf{T} = 0 \quad (5)$$

式中: $\mathbf{A}(x) = \mathbf{P}^T \mathbf{W}(x) \mathbf{P}$; $\mathbf{C}(x) = \mathbf{P}^T \mathbf{W}(x)$

于是可以得到

$$\mathbf{a}(x) = \mathbf{A}^{-1}(x) \mathbf{C}(x) \mathbf{T} \quad (6)$$

$$T^h(x) = \sum_{I=1}^N \varphi_I(x) T_I = \Phi(x) \mathbf{T} \quad (7)$$

式中: $\Phi(x) = \mathbf{P}^T \mathbf{A}^{-1}(x) \mathbf{C}(x)$ 为形函数,其偏导数表示为

$$\Phi_K^i(x) = \mathbf{p}_K^T(x) \mathbf{A}^{-1}(x) \mathbf{C}(x) + \mathbf{P}^T (\mathbf{A}_K^{-1}(x) \cdot \\ \mathbf{C}(x) + \mathbf{A}^{-1}(x) \mathbf{C}_K(x)) \quad (8)$$

式中: $K = (x, y, z)$; \mathbf{A}^{-1} 为逆矩阵,其偏导数为

$$\mathbf{A}_K^{-1} = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,K} \mathbf{A}^{-1}, \text{ 且 } \mathbf{A}_{,K} \text{ 为 } \mathbf{A} \text{ 的偏导数。}$$

1.2 权函数

在求解域 Ω 上,任意结点 x_I 具有由圆、矩形(二维)、球或立方体(三维)等几何形状构成的权函数影响域 Ω_I ,结点处的物理量可通过权函数对求解域中任意点处物理量产生不同程度的影响。权函数选择是否得当,直接影响问题求解的好坏。

设量纲一化后的距离 $\bar{d} = \frac{\|x - x_I\|}{a}$, 其中, a 为权函数影响域半径。这里,本文选取 4 次样条函数

权函数

$$w(\bar{d}) = \begin{cases} 1 - 6\bar{d} + 8\bar{d}^3 - 3\bar{d}^4 & 0 \leq \bar{d} \leq 1 \\ 0 & \bar{d} > 1 \end{cases} \quad (9)$$

1.3 温度场计算控制方程

由热传导理论,在求解域 Ω 内,温度场函数 T 应满足非稳态热传导方程和定解条件,即

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T + Q \quad (10)$$

式中: ρ 为材料密度; c 为材料比热容; λ 为导热系数; Q 为单位体积内热源密度; ∇^2 为 Laplace 算子。

第一类边界条件: $T = \bar{T}$,在 Γ_1 边界上;

第二类边界条件: $nk \nabla T = \bar{q}$,在 Γ_2 边界上;

第三类边界条件: $nk \nabla T = h(T - T_\infty)$,在 Γ_3 边界上。

初始条件为: $T|_{t=0} = T_0$

式中: n 为边界外法线方向单位矢量; \bar{q} 为边界上给定的热流密度; h 为对流换热系数; T_∞ 为周围介质温度; \bar{T} 、 T_0 为给定函数; k 为单位质量导热系数; ∇ 为 Hamilton 算子。

微分方程式(10)对应的等效积分弱形式为

$$\int_{\Omega} \nabla w(k \nabla T) d\Omega + \int_{\Omega} \left[w \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - Q \right) \right] d\Omega - \int_{\Gamma_2} w \bar{q} d\Gamma - \int_{\Gamma_3} w h (T - T_\infty) d\Gamma = 0 \quad (11)$$

式中: w 为任意权函数。

为强迫满足第一类边界条件(本质边界条件),采用罚函数法,式(11)对应的泛函 $\Pi(T)$ 为

$$\begin{aligned} \Pi(T) = & \frac{1}{2} \int_{\Omega} \nabla T(k \nabla T) d\Omega + \int_{\Omega} \left[T \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - Q \right) \right] d\Omega - \int_{\Gamma_2} T \bar{q} d\Gamma - \\ & \int_{\Gamma_3} h \left(\frac{T^2}{2} - T T_\infty \right) d\Gamma + \frac{1}{2} \int_{\Gamma_1} (T - \bar{T}) \cdot \alpha (T - \bar{T}) d\Gamma \end{aligned} \quad (12)$$

式中: α 为罚因子。

对式(12)取变分,有

$$\begin{aligned} \delta \Pi(T) = & \int_{\Omega} \nabla T(k \delta \nabla T) d\Omega + \int_{\Omega} \left[\delta T \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - Q \right) \right] d\Omega - \int_{\Gamma_2} \delta T \bar{q} d\Gamma - \\ & \int_{\Gamma_3} \delta T h (T - T_\infty) d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \delta T \bar{q} d\Gamma - \int_{\Gamma_3} (\delta T h - (T - T_\infty)) d\Gamma + \int_{\Gamma_1} \delta T \alpha (T - \bar{T}) d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

将式(7)代入式(13),经过化简整理,可得到如下方程

$$C\dot{T} + K T = F \quad (14)$$

$$C_{IJ} = \int_{\Omega} \Phi_I(x) \rho c \Phi_J(x) d\Omega \quad (15)$$

$$\begin{aligned} K_{IJ} = & \int_{\Omega} \nabla \Phi_I(x) k \nabla \Phi_J(x) d\Omega + \\ & \int_{\Gamma_1} \Phi_I(x) \alpha \Phi_J(x) d\Gamma - \int_{\Gamma_3} \Phi_I(x) h \Phi_J(x) d\Gamma \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} F_I = & \int_{\Omega} \Phi_I(x) Q d\Omega + \int_{\Gamma_1} \Phi_I(x) \alpha \bar{T} d\Gamma + \\ & \int_{\Gamma_2} \Phi_I(x) \bar{q} d\Gamma - \int_{\Gamma_3} \Phi_I(x) h T_\infty d\Gamma \end{aligned} \quad (17)$$

式中: C_{IJ} 、 K_{IJ} 、 F_I 分别为矩阵 C 、 K 、 F 的元素。

对于时间离散,采用中心差分格式,则式(14)变为

$$\begin{aligned} C \frac{T^{(k+1)} - T^{(k)}}{\Delta t} + K \frac{T^{(k+1)} + T^{(k)}}{2} = F \\ (2C + \Delta t K) T^{(k+1)} = (2C - \Delta t K) T^{(k)} + 2\Delta t F \end{aligned} \quad (18)$$

$$T^{(k)} = T(t_k) = [T_1(t_k) \ T_2(t_k) \cdots T_N(t_k)]^T \quad (19)$$

式中: $\Phi_I(x)$ 、 $\Phi_J(x)$ 分别为结点 I 、 J 上的形函数。

特别处,则有

$$T^{(0)} = T_0 = [T_{01}(0) \ T_{02}(0) \cdots T_{0N}(0)]^T \quad (20)$$

2 沥青路面结构温度场边界条件

对于沥青路面结构,一般假设水平方向的温度梯度为0。因此,主要的边界条件为表面边界及底部边界。

2.1 表面边界条件

路表与外部环境主要通过3种方式进行热交换,即太阳辐射、空气对流换热和空气辐射换热,则热流密度 q 的表示式为

$$q = q_s + q_h + q_{ap} \quad (21)$$

式中: q_s 为太阳辐射强度; q_h 为空气对流换热密度; q_{ap} 为空气辐射换热密度。

2.1.1 太阳辐射

根据地球自转角速度为恒定的这一特性,利用太阳高度角1 d内变化情况和三角函数性质,推出1 d中任意时刻路表吸收的太阳辐射强度 q_s 为

$$q_s = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 12 - \frac{t_d}{2} \\ \alpha_s \frac{\pi}{2t_d} Q_d \sin \left[\frac{\pi}{t_d} \left(t - \left(12 - \frac{t_d}{2} \right) \right) \right] & 12 - \frac{t_d}{2} \leq t \leq 12 + \frac{t_d}{2} \\ 0 & 12 + \frac{t_d}{2} \leq t \leq 24 \end{cases} \quad (22)$$

式中: α_s 为路表对太阳辐射的吸收率,沥青混凝土取为 0.80 ~ 0.85,本文取为 0.85; t_d 为日照时间(h); Q_d 为太阳日辐射总量(J/(m² · d))。

2.1.2 空气对流换热

根据傅里叶公式,任一时刻路表与空气的对流换热 q_h 为

$$q_h = h_{ap}(T_a - T_p) \tag{23}$$

式中: h_{ap} 为空气对路表的对流换热系数,一般为 18 ~ 26 W/(m² · °C),本文取 18 W/(m² · °C); T_a 、 T_p 分别为气温和路表温度(°C)。

2.1.3 空气辐射换热

路表除了吸收太阳发出的短波辐射外,自身也在不断发射长波辐射,并与周围空气的长波辐射形成辐射换热。大气长波辐射 q_a 、路表长波辐射 q_p 和空气辐射换热 q_{ap} 可按下式计算

$$q_{ap} = a_c q_a - q_p = \alpha_c \epsilon_a \sigma_b T_{ak}^4 - \epsilon_p \sigma_b T_{pk}^4 \tag{24}$$

式中: α_c 为路表对大气辐射的吸收系数,灰体的吸收率一般为 0.93; ϵ_a 、 ϵ_p 分别为大气和路面的发射率, $\epsilon_a = 0.82$ 、 $\epsilon_p = 0.93$; σ_b 是 Stefen-Boltzman 常数,为 5.677×10^{-8} W/(m² · k⁴); T_{ak} 、 T_{pk} 分别为大气和路表的绝对温度(K)。

为简化计算,空气辐射换热可表示为

$$q_{ap} = h_r \sigma_b (T_{ak} - T_{pk}) \tag{25}$$

式中: $h_r = \epsilon \sigma_b (T_{ak} + T_{pk})(T_{ak}^2 + T_{pk}^2)$,为热辐射系数(W/(m² · K)); ϵ 为大气和路表发射率,一般取 0.9 可满足计算精度要求。

2.2 底部边界条件

路基较深处温度波动相对环境变化来说很小,可以认为该处温度值为常数,也有研究将底部边界视为绝热边界。已有的计算表明,采用不同的底部边界条件,对沥青路面上层温度场的影响很小,可以忽略不计^[11]。

3 工程算例

本文以沪宁(上海—宁波)高速公路实体工程路面结构为研究对象,根据上述原理编制了无网格法计算程序;建立如图 1 所示的沥青路面结构二维计算模型,该模型尺寸为 18 m×1.5 m,在面层部分设置结点密度较高。在路表施加太阳辐射、空气对流换热和空气辐射换热,两侧及路基底部为绝热边界。路面结构几何尺寸及材料参数见表 1。表 1 中, H

为路面结构层厚度。

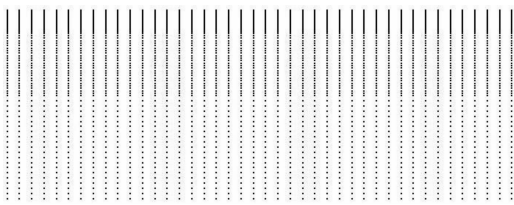


图 1 沥青路面结构无网格法计算模型
表 1 路面结构几何尺寸及材料参数

材料	材料参数			
	$H/$ cm	$\rho/$ (kg · m ⁻³)	$\lambda/$ (W · (m · °C) ⁻¹)	$c/$ (J · (kg · °C) ⁻¹)
改性沥青 SMA-13	4	2 100	2.050	1 168
改性沥青 AC-20	6	2 450	1.250	894
重交沥青 AC-25	8	2 540	1.163	921
级配碎石	30	1 850	1.396	921
二灰碎石	20	2 077	1.100	820
土基		1 757	1.300	860

本文中各气象参数为:2007 年 8 月 6 日,太阳日辐射量 Q_d 为 31 MJ/(m² · d),日照时间 t_d 为 14 h,采用在常温初始条件下初步计算得出的 24:00 的温度场作为 1 d 温度计算的初始条件。根据上述参数,对路面结构不同深度处的温度场日变化过程进行了仿真模拟;同时,将有限元软件 ANSYS 计算值与现场实测的结果进行了比较验证,计算结果和实测值如图 2 所示。

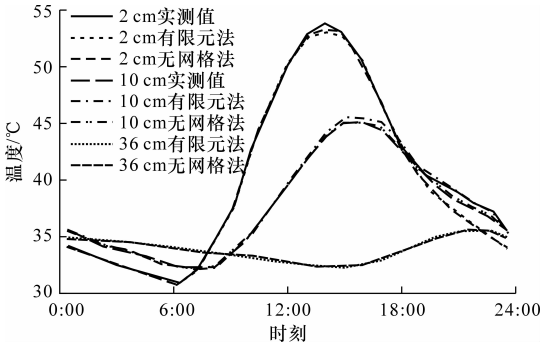


图 2 不同深度的温度场实测值和计算值

从图 2 可以看出,无网格法、有限元法的计算结果与现场实测数据吻合较好,无网格法最大误差不超过 2.6%,有限元法最大误差不超过 3.5%,无网格法的计算精度明显高于有限元法。从计算结果可以看出,路面结构内部温度随深度增加,出现变化幅度减小、变化相位滞后的现象。在夏季典型气候条件下,路表附近温度场均在太阳辐射强度最大时(午

后 14:00)达到最高值。在周期性边界条件作用下,路面结构内部温度场也做周期性波动,波动幅度路表处最大,随着深度的增加,波动幅度逐渐减缓;进入基层后,温度场基本不随时间变化,处于一个相对恒定的水平。

4 结 语

(1)根据传热学理论,基于变分原理推出了沥青路面瞬态温度场的无网格法计算公式,采用罚函数法处理本质边界条件。

(2)对工程实例建立了计算模型,并进行数值模拟,通过与有限元法、实测数据的比较,验证了无网格法应用于沥青路面温度场分析的可行性和可靠性,其计算结果与实测数据吻合较好。

(3)通过实践表明,无网格法与有限元法相比,具有以下优点:只需结点信息,无需划分单元,且处理简单;具有较高的计算精度;在需要得到精确结果的区域,可以很容易添加结点,从而可以更容易控制计算精度;当然,无网格法也存在一些不足,例如计算量较大,施加本质边界条件较困难,且尚未有开发成熟的商用软件,不利于推广使用等。

参考文献:

References:

- [1] 严作人. 层状路面温度场分析[D]. 上海: 同济大学, 1982.
- [2] 吴赣昌. 半刚性路面温度应力[M]. 北京: 科学出版社, 1995.
- [3] 吴赣昌. 半刚性基层沥青路面温度场的解析理论[J]. 应用数学和力学, 1997, 18(2): 169-176.
- WU Gan-chang. The Analytic theory of the temperature fields of bituminous pavement over semi-rigid roadbase[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1997, 18(2): 169-176.
- [4] 郑健龙. 沥青路面温度收缩开裂的热粘弹性特性研究[D]. 西安: 长安大学, 2000.
- [5] 韩子东. 道路结构温度场研究[D]. 西安: 长安大学, 2001.
- [6] 杨学良, 刘伯莹. 沥青路面温度场与结构耦合的有限元分析[J]. 公路交通科技, 2006, 23(11): 1-4, 9.

YANG Xue-liang, LIU Bo-ying. Coupled-field finite element analysis of thermal-stress in asphalt pavement[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2006, 23(11): 1-4, 9.

- [7] 贾 璐, 孙立军, 黄立葵, 等. 沥青路面温度场数值预估模型[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2007, 35(8): 1039-1043.
- JIA Lu, SUN Li-jun, HUANG Li-kui, et al. A numerical temperature prediction model for asphalt concrete pavement[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2007, 35(8): 1039-1043.
- [8] 李 炜, 纪小平. 厂拌热再生沥青混合料生产温度的确定方法[J]. 筑路机械与施工机械化, 2010, 23(9): 57-59.
- LI Wei, JI Xiao-ping. Determination of asphalt mixture production temperature of plant mix hot recycling[J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2010, 23(9): 57-59.
- [9] 邓万军, 李 挺, 汤晓慧. 环氧沥青混凝土施工温度控制[J]. 筑路机械与施工机械化, 2006, 23(2): 38-39, 43.
- DENG Wan-jun, LI Ting, TANG Xiao-hui. Temperature control of epoxy asphalt concrete[J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2006, 23(2): 38-39, 43.
- [10] Belytschko T. Meshless method: an overview and recent development[J]. Computer Methods Applied Mechanics Engineering, 1996, 139: 3-47.
- [11] 刘 更, 刘天祥, 谢 琴. 无网格法及其应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2005.
- [12] Atluri S N, Shen S P. The meshless local Petrov-galerkin method[M]. Duluth GA: Tech Science Press, 2002.
- [13] 刘荣辉, 钱国平, 郑健龙. 周期性气候条件下沥青路面温度场计算方法研究[J]. 长沙交通学院学报, 2002, 18(2): 71-75.
- LIU Rong-hui, QIAN Guo-ping, ZHENG Jian-long. Research on the method for calculating temperature field of asphalt pavement under the condition of recurrent natural environment[J]. Journal of Changsha Communications University, 2002, 18(2): 71-75.