

文章编号:1671-8879(2011)02-0029-04

# 基于突变理论的路基边坡冲刷稳定性评价

颜可珍,廖华容

(湖南大学 土木工程学院,湖南 长沙 410082)

**摘 要:**采用一种结合模糊数学和突变理论的新方法,评价路基边坡在降雨条件下的冲刷稳定性,在充分利用现场监测数据的基础上,建立边坡冲刷稳定性的综合评价体系。为避免人为确定评价因素权重的主观性,将突变理论运用于边坡综合评价中进行多准则评价决策。选取底层评价指标并根据隶属函数进行标准化计算,运用突变模型中的归一化公式得出边坡冲刷的总突变值,进而实现对边坡安全稳定性的评判。最后通过工程实例进行了分析验证。结果表明,该评价方法结合了模糊数学和突变理论的优点,能有效减少评价因素权重确定的人为主观性。

**关键词:**道路工程;稳定性评价;突变理论;路基边坡冲刷;指标隶属度

**中图分类号:**U416.14

**文献标志码:**A

## Assessment of scouring stability on subgrade slope based on catastrophe theory

YAN Ke-zhen, LIAO Hua-rong

(School of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, Hunan, China)

**Abstract:** A new method which combines fuzzy math and catastrophe theory was introduced to assess scouring stability on subgrade slope in the condition of rainfall, and a stable slope erosion comprehensive assessment system was developed on the base of on-site monitoring data. In order to avoid the subjectivity of artificial weight, the catastrophe theory is applied to multi-criteria evaluation and decision. Firstly, select the underlying Index from on-site monitoring data and calculate according to standardized membership function, then the ultimate catastrophe function of scouring slope is obtained through quantitative computing by the normalization formula of different catastrophe models, thus achieving the stability of the slope safety evaluation. Finally, an engineering example is analyzed by the method. The results indicate that the evaluation method is scientific and feasible. 4 tabs, 1 fig, 12 refs.

**Key words:** road engineering; stability assessment; catastrophe theory; embankment slope erosion; subordinate index

## 0 引 言

路基边坡冲刷是指降雨形成的坡面水流破坏边

坡坡面,并冲走坡面表层土体,甚至引发大面积土体滑落的现象。中国路基边坡冲刷病害十分常见,为进行经济有效防护,建立边坡的安全稳定评价体系

收稿日期:2010-03-10

基金项目:教育部博士点新教师基金资助项目(200805321039)

作者简介:颜可珍(1975-),男,湖南桃江人,副教授,工学博士,E-mail:liaohuarong2008@163.com。

就显得十分必要。但是,路基边坡冲刷稳定性评价是一项复杂的综合评价过程,包含的因素很多,涉及到很多不确定性问题。目前,研究较多的方法集中在运用模糊数学和神经网络对路基边坡冲刷进行安全稳定分析和综合评价<sup>[1-3]</sup>。这些方法从不同角度对路基边坡冲刷稳定性的评价进行了研究,但在参数的隶属函数及各层指标权重的选择上还是十分困难,且人为主观性较强。

突变理论是用突破学、奇点理论为数学工具,对不连续现象做定性研究的一个数学分支,可以解决传统方法无法解决的未知问题,因而在物理、化学、生物及社会科学等学科中得到了广泛应用<sup>[4-8]</sup>。罗红明、杜维国、闫建等利用突变理论的尖点模型,分别分析了反倾层状岩石边坡稳定性、深基坑内支撑稳定性和边坡稳定性<sup>[9]</sup>;龙辉等针对降雨触发滑坡,运用突变理论分析其失稳的力学机制<sup>[10]</sup>;赵志锋等把突变理论运用到边坡的综合评价中<sup>[11]</sup>。由于路基边坡冲刷稳定性的影响因素较多,且各评价因素之间相互作用,故其评价具有较大的随意性和不确定性。为此,本文以土质路基边坡为研究对象,利用突变理论在多目标决策上的优点,将突变理论与综合评价结合起来,对边坡冲刷稳定评价这一复杂问题建立基于监测资料的多层评价体系,然后根据归一化公式进行量化递归运算,最后得到边坡稳定的总突变函数值。这种方法的优点是:对边坡的安全评价是基于长时间的多目标、多测点的现场实测资料做出的,具有较强的可靠性和真实性;评价体系中各目标重要性的确定量化是根据各目标在归一化公式中的内在机制决定的,因而相对减少了主观性,使分析、决策或评价更趋于实际<sup>[12]</sup>。

## 1 突变理论的基本原理

突变理论是法国数学家 Thom 于 1972 年创立,建立于拓扑动力学、积分学、奇点理论以及结构稳定性等数学基础之上,专门用来研究不连续现象,特别适用于描述作用力的渐变导致状态突变的现象,而边坡冲刷失稳正属于这种情况。Thom 已经证明,当控制变量不超过 4 个时,只有 7 种基本突变形式:即折叠形突变(fold catastrophe)、尖点形突变(cusp catastrophe)、燕尾形突变(swallowtail catastrophe)、蝴蝶形突变(butterfly catastrophe)、双曲形脐点突变(hyperbolic umbilic catastrophe)、椭圆形脐点突变(elliptic umbilic catastrophe)和抛物形

脐点突变(parabolic umbilic catastrophe)。其中,较为常见的有 3 种模型:尖点形突变模型、燕尾形突变模型和蝴蝶形突变模型。突变理论中,每一个模型都由一个势能函数  $f(x)$  决定,通过对  $f(x)$  求一阶及二阶导数,并令其等于 0,可分别获得它的平衡曲面和平衡曲面的奇点集;再由方程  $f'(x)=0$  和  $f''(x)=0$  联立,并消去状态变量,便可得到只含控制变量的分歧方程。一旦控制变量满足分歧方程,系统就将发生突变,由此可见,诸控制变量对灾变产生所起的作用。

为使得到的分歧方程能用于评价决策,必须将各模型的分歧方程进行归一化处理,使各个变量的取值范围固定在 0~1 之间,并与传统的模糊隶属函数取值一致,从而可将突变数学和模糊数学结合起来进行评价。本文采用突变级数法,对系统评价目标进行多层次分解,通过分解形式的分歧点集推导出不同突变系统的相应归一化公式。对于 3 种常见突变模型,其势函数及归一化公式见表 1。

表 1 3 种突变模型的势函数与归一化公式

模型类别	势函数	归一化公式
尖点形突变模型	$f(x)=x^4+ax^2+bx$	$x_a=a^{1/2},x_b=b^{1/3}$
燕尾形突变模型	$f(x)=x^5+ax^3+bx^2+cx$	$x_a=a^{1/2},x_b=b^{1/3},x_c=c^{1/4}$
蝴蝶形突变模型	$f(x)=x^6+ax^4+bx^3+cx^2+dx$	$x_a=a^{1/2},x_b=b^{1/3},x_c=c^{1/4},x_d=d^{1/5}$

注: $x$  为状态变量; $a,b,c,d$  为控制变量,且 4 个控制变量的重要程度为  $a>b>c>d$ 。

这里只需将研究对象的现场观测数据进行统计分析,再根据具体情况选用不同的突变模型进行归一化计算,就可以将突变理论同模糊数学结合起来进行多目标评价决策。

## 2 基于监测的边坡冲刷稳定评价体系

### 2.1 建立边坡评价指标的层次结构

影响土质路基边坡冲刷稳定性的因素很多,现根据工程经验选取 4 个最重要的方面,即降雨特征、边坡形态特征、边坡土的性质和边坡防护情况,并选取各方面的主要因素。为了计算突变级数,对全部评价指标按重要程度( $a>b>c>d$ )进行多层次分组,排列成树状目标层次结构,如下页图 1 所示。

### 2.2 指标隶属度的确定

从图 1 可看出,评价指标既有定量指标又有定性指标。参考相关研究并结合土质路基边坡冲刷的特点,本文对不同类型指标的隶属度(隶属度越高,

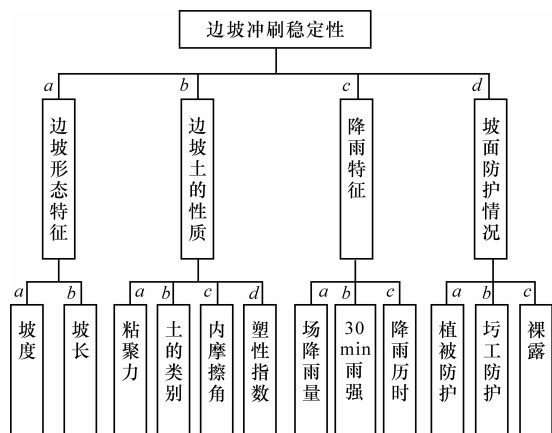


图1 冲刷边坡稳定性评价指标体系

稳定性越强)采用不同的处理方法:①定性指标采用赋值法,如坡面防护情况,植被防护为0.9,圪工防护为0.8,裸露为0;②土的类别取值为,粘土0.8,粉质粘土0.6,粉质砂土0.4,粉土0.2,砂土0.2,膨胀土0.2。

定量指标(连续型)根据指标特征取定指标函数(分为正向指标、逆向指标和适中指标),设定取值范围如下。

(1)边坡形态特征中的坡度指标为适中指标,当边坡坡度小于 $30^\circ$ 时,坡面冲刷随坡度增大而加剧,当边坡坡度为 $30^\circ\sim 57^\circ$ 时,坡面冲刷强烈,当边坡坡度大于 $57^\circ$ 时,边坡冲刷量随坡度增加而减小;坡长指标为逆向指标,即坡长越长,则可能产生的冲刷作用越严重,冲刷稳定性越差。隶属函数指标变化影响区域为1~20 m。

(2)边坡土的性质中的粘聚力指标为正向指标,显然粘聚力越大,土体越不易产生冲刷起动,其隶属函数指标变化影响区域为0~90 kPa;内摩擦角指标为正向指标,即内摩擦角越大,则土体冲刷起动拖曳力越大,土体不易被冲刷,其隶属函数指标变化影响区域为 $10^\circ\sim 40^\circ$ ;塑性指数指标为正向指标,针对公路路基边坡,冲刷稳定性随塑性指数增大而增大,其隶属函数指标变化影响区域为2~40。

(3)降雨特征中的场降雨量指标为逆向指标,即场降雨量越大,对边坡的冲刷越严重,其隶属函数指标变化影响区域为0~12 mm;30 min 降雨强度为逆向指标,即降雨强度越大,对边坡的冲刷越厉害,其隶属函数的指标变化影响区域为0.03~0.13 mm/min;降雨历时指标为逆向指标,即降雨历时越长,对边坡冲刷越明显,其隶属函数指标变化影响区域为15~30 min。

以上反映岩体边坡稳定性的不同指标具有不同的量纲单位。为了消除指标的量纲影响,需要对不同类型的指标分别进行规格化处理。本文采用规格化计算,正向指标 $y_{i1}$ 、逆向指标 $y_{i2}$ 和适度指标 $y_{i3}$ 分别按式(1)、式(2)和式(3)进行计算。

$$y_{i1} = (x_i - x_{\min(i)}) / (x_{\max(i)} - x_{\min(i)}) \quad (1)$$

$$S_i = \max(L_1 - L_{\min}, L_{\max} - L_2)$$

$$y_{i2} = (x_{\max(i)} - x_i) / (x_{\max(i)} - x_{\min(i)}) \quad (2)$$

$$y_{i3} = \begin{cases} (L_1 - x_i) / S_i & x_i < L_1 \\ 0 & L_1 < x_i < L_2 \\ (x_i - L_2) / S_i & x_i > L_2 \end{cases} \quad (3)$$

式中: $x_{\max(i)}$ 为第 $i$ 个指标的最大值; $x_{\min(i)}$ 为第 $i$ 个指标的最小值; $[L_1, L_2]$ 为适度指标的适度区间; $x_i$ 为指标原始数据; $S_i = \max(L_1 - L_{\min}, L_{\max} - L_2)$ ; $L_{\min}$ 、 $L_{\max}$ 分别为适度指标区间的最小值、最大值。

这样,原始数据 $x_i$ 被转换为区间 $[0, 1]$ 内的量纲一数据, $y_{ij}$  ( $j = 1, 2, 3$ ) 越大越有利于边坡稳定。根据底层指标的标准化数值,按归一化公式就可以计算出各层指标变量的响应中间值,即突变级数值。然后逐级向上计算,便可得到边坡安全的总突变级数值。

### 2.3 互补原则与非互补原则在评价中的应用

利用突变理论进行多目标综合分析评价决策时,要考虑2种原则,即“非互补”评价决策和“互补”评价决策。若一个系统的诸变量(如 $a, b, c, d$ )之间不可互相替代,即不可互相弥补其不足,因而按归一化公式求得系统状态变量的值时,要从诸变量相对应的突变级数值( $x_a, x_b, x_c, x_d$ )中选取一个最小的作为系统的 $x$ 值,即“大中取小”的“非互补”原则。若一个系统的诸变量之间存在互相关联作用,则应取变量对应的突变级数的平均值来作为系统的 $x$ 值,即“互补”原则。在本评价体系中,对于底层指标(除坡面防护情况按实际情况取值外)均采用大中取小的“互补性”原则,而对于上层指标则采用“非互补”性原则。

由于在整个评价过程中,诸变量的指标都转化为 $[0, 1]$ 区间的越大越优型,所以最终的总突变级数值也越大越优。又由于对于边坡的监测是较长时间的连续过程,故可以计算出不同时期的总突变级数值,从而可以分析出边坡稳定性的变化趋势。若突变级数值随着时间增长,说明边坡稳定性在逐步加强;反之,则边坡失稳的可能性增大,应给予足够重视或进行相应的加固措施。

2.4 路基边坡冲刷稳定性模糊评价

依据突变理论计算得出总突变值,结合本文的隶属定义,参考文献[11],将稳定性评价级别指标范围取定见表 2。

表 2 稳定性级别划分区间

总突变值[0,1]	评价级别
0 ~ 0.55	不稳定
0.50 ~ 0.80	亚稳定
0.80 ~ 1.00	很稳定

3 应用实例

选取某地区某一级路长 200 m 的一段路基土质边坡进行监测(主要测试几场大雨后的情况),每宽 40 m、高 5 m 设置一个监测点,限于篇幅,现取一年中的 6 个监测点,对一场强降雨后的数据进行计算分析,其中: $x_4$ 、 $x_5$ 、 $x_6$  的原始数据见表 3。

表 3 坡面土现场原始数据

监测点	1	2	3	4	5	6
粘聚力 $x_4$ /kPa	24.7	25.3	28.2	27.9	27.6	24.1
内摩擦角 $x_5$ (°)	17.2	18.5	17.9	18.3	18.5	17.6
塑性指数 $x_6$	9.1	9.5	10.2	9.7	10.1	9.4

对表 3 中的原始数据按照概率统计原理进行处理,本文采用 95% 的保证率,即  $x_i = \bar{x}_i \pm 1.645\delta$ ,其中  $\bar{x}_i$  为平均数,即  $\bar{x}_i = \sum_{j=1}^6 x_{ij} / 6$ ;  $\delta$  为标准差,即  $\delta = \sqrt{\sum_{j=1}^6 (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 / 5}$ ,当指标为正向指标时为一,当指标为逆向指标时为 + ( $x_{ij}$  为第  $i$  个指标第  $j$  个监测点的数据)。

计算结果: $x_4 = 24.7$ ,  $x_5 = 17.5$ ,  $x_6 = 9.1$ 。  
坡度为  $34.7^\circ$ ,坡长为 12 m,土质为粉质粘土,隶属度 0.6;场降雨量为 38 mm,30 min 雨强 0.21 mm/min,降雨历时 200 min;边坡防护为铺草皮,隶属度为 0.9。指标规格化后的结果见表 4。

表 4 各指标规格化值

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$
0	0.42	0.60	0.27	0.25	0.19	0	0	0

采用归一化公式计算后,边坡的总突变值为 0.39,属于不稳定。同理,对另一场大雨后的监测数据进行相同的计算,得出总突变值为 0.35,亦为不稳定。从两次的突变值可以看出,边坡总突变值均较小,说明边坡处于不安全状态。与现场情况比较,该路基段常年滑坡不断,经常中断交通,评价结果与实际情况相吻合。这说明,该评价结果具有一定的

科学性,因而可以继续用于对边坡进行长期监测,对边坡状态进行长期评价。

4 结 语

(1)路基边坡冲刷稳定性评价是一个复杂的系统工程,影响因素繁多,且相互作用,需综合考虑其中的关系。本文基于边坡现场的监测资料,建立边坡安全稳定性综合评价体系,具有直观、实用、便捷的特点,能较客观全面地评价边坡稳定状态,为全面系统准确评价边坡冲刷稳定性提供了一种新思路。

(2)采用突变理论中的多准则评价决策方法,能有效减少评价方法中由于权重确定带来的主观性。对于边坡冲刷稳定这一复杂问题,建立多层评价指标,再进行规格化和归一化计算,最终可得到总突变值;进而,将不同时间段的边坡总突变值进行比较分析,可得到边坡稳定性的发展趋势,以便进行及时有效的防护。

(3)运用突变理论进行边坡稳定性评价是一种新的尝试,但在某些方面还存在一些问题,如隶属函数的指标取值区间,监测数据的标准化,各监测项目及测点的关系与重要性,互补与非互补原则的确定,最后的总突变值与边坡安全稳定状态的对应等问题,仍需进一步研究改进。

参考文献:

References:

[1] 汪益敏,王秉纲.公路土质路基边坡坡面冲刷稳定性的模糊综合评价[J].中国公路学报,2005,18(1):24-29.  
WANG Yi-min, WANG Bing-gang. Fuzzy evaluation method of scouring stability on soil subgrade slop[J]. China Journal of Highway and Transport, 2005, 18 (1):24-29.

[2] 郝建新,林雄斌,姜言松.基于神经网络的边坡冲刷稳定性综合评价[J].水运工程,2007(2):11-13.  
HAO Jian-xin, LIN Xiong-bin, JIANG Yan-song. Comprehensive evaluation of slope erosion stability based on neural network[J]. Port & Waterway Engineering, 2007(2):11-13.

[3] 张春海,魏玉峰,郝建新.基于神经网络的边坡冲刷稳定性综合评价[J].建筑与工程,2007(3):74-75.  
ZHANG Chun-hai, WEI Yu-feng, HAO Jian-xin. The compositive evaluation of slope in erosion based on article neural network[J]. Architecture and Engineering, 2007(3):74-75.

度,较传统测量方法更为科学合理。

(2)提出的测量方法可以直接得到路面亮度指标,较之传统方法精度提高约 20%。

(3)提高了测量效率,在测试现场仅需拍摄一张照片,即可得到该区域实际亮度,与传统方法相比,测试效率提高 3 倍以上。

参考文献:

References:

[ 1 ] 姚 凯,万淑云.高速公路照明设计探讨[J]. 灯与照明,2003,27(4):20-22.  
YAO Kai,WAN Shu-yun. Research on highway lighting designing[J]. Light and Lighting,2003,27(4):20-22.

[ 2 ] 朱传征.公路照明测量技术[J]. 公路交通科技,2007,24(7):151-153.  
ZHU Chuan-zheng. Measuring technique of highway lighting[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development,2007,24(7):151-153.

[ 3 ] 赵振民.照明工程设计手册[M]. 北京:天津科学技术出版社,1984.

[ 4 ] 李 郁.关于数码相机图像传感器的工作原理[J]. 高等函授学报:自然科学版,2002,15(5):20-23.  
LI Yu. Operating principle of digital camera image sensor[J]. Journal of the Higher Orrespondence Edu-

cation; Natural Science Edition,2002,15(5):20-23.

[ 5 ] 韩 静,吴俊林. CCD 传感器工作原理及光强分布的测量[J]. 陕西师范大学学报:自然科学版,2006,34(增 2):44-45.  
HAN Jing, WU Jun-lin. Principle of CCD and the measurement of luminous intensity distribution[J]. Journal of Shaanxi Normal University; Natural Science Edition,2006,34(S2):44-45.

[ 6 ] Colombo C, Bimbo A D. Interacting through eyes [J]. Robotics and Autonomous Systems,1997,19:359-368.

[ 7 ] 郭 涛,陈 伟,严新平,等.单片式 CCD 彩色摄像机颜色处理原理与实现[J]. 武汉理工大学学报:交通科学与工程版,2007,31(3):488-490.  
GUO Tao, CHEN Wei, YAN Xin-ping, et al. Research on colorful camera image processing with one CCD chip[J]. Journal of Wuhan University of Technology: Transportation Science & Engineering,2007,31(3):488-490.

[ 8 ] 赵忠杰.高等级公路隧道照明工程设计与研究[J]. 西安公路交通大学学报,1999,19(2):55-57.  
ZHAO Zhong-jie. Illuminating engineering design for highway tunnel[J]. Journal of Xi'an Highway University,1999,19(2):55-57.

[ 9 ] 章毓晋.图像工程(上) [M]. 北京:清华大学出版社,1999.



(上接第 32 页)

[ 4 ] Poston T, Stewart I. Catastrophe theory and its application[M]. London: Pitman,1978.

[ 5 ] Aerts D, Czachor M, Gabora L, et al. Quantum morphogenesis: a variation on Thom's catastrophe theory [J]. Physical Review E,2003,67(5):1-13.

[ 6 ] Britol, Fiolhais M, Paixaoj. Cylinder on an incline as a fold catastrophe system [J]. European Journal of Physical,2003,24(2):115-123.

[ 7 ] Anthony N K. Dynamic buckling of simple two-bar frames using catastrophe theory [J]. International Journal of Nonlinear Mechanics,2002,37:1249-1259.

[ 8 ] 左宇军,李夕兵,马春德,等.动静组合载荷作用下岩石失稳破坏的突变理论模型与试验研究[J]. 岩石力学与工程学报,2005,24(5):741-746.  
ZUO Yu-jun, LI Xi-bing, MA Chun-de, et al. Catastrophic model and testing study on failure of static loading rock system under dynamic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2005,24(5):741-746.

[ 9 ] 罗红明,唐辉明,胡 斌,等.基于突变理论的反倾层状岩石边坡稳定性研究[J]. 中国农村水利水电,2007(10):58-60.  
LUO Hong-ming, TANG Hui-ming, HU Bin, et al.

Study on the stability of the counter-tilt stratified rock slope based on catastrophic theory[J]. China Rural Water and Hydropower,2007(10):58-60.

[10] 龙 辉,秦四清,万志清.降雨触发滑坡的尖点突变模型[J]. 岩石力学与工程学报,2002,21(4):502-508.  
LONG Hui, QIN Si-qing, WAN Zhi-qing. Catastrophe analysis of rainfall-induced landslides [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2002,21(4):502-508.

[11] 赵志锋,徐卫亚.基于突变理论的边坡安全性综合评价[J]. 岩石力学与工程学报,2007,26(增 1):2707-2712.  
ZHAO Zhi-feng, XU Wei-ya. Comprehensive assessment of slope safety and stability based on catastrophe theory[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2007,26(S1):2707-2712.

[12] 梁桂兰,徐卫亚,何育智,等.突变级数法在边坡稳定综合评判中的应用[J]. 岩土力学,2008,29(7):1895-1899.  
LIANG Gui-lan, XU Wei-ya, HE Yu-zhi, et al. Application of catastrophe progression method to comprehensive evaluation of slope stability[J]. Rock and Soil Mechanics,2008,29(7):1895-1899.