

密级配沥青混合料矿料分布分形特征

宿秀丽^{1,2}, 李 波³, 刘建勋^{1,2}, 李晓娟¹

(1. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064; 2. 甘肃路桥建设集团有限公司,
甘肃 兰州 730030; 3. 兰州交通大学 土木工程学院, 甘肃 兰州 730070)

摘 要:为了确定密级配沥青混合料矿料分形分维的适用条件,利用最小二乘法对矿料级配双对数坐标图进行线性拟合,得到矿料分布分形维数,在此基础上,按照定义的模糊分维对《公路沥青路面施工技术规范》中密级配沥青混合料矿料分形分布特征——分形维数和自相似性进行了判定。结果表明:沥青混合料矿料级配分布是一个模糊分形系统,不具有严格的自相似性,而是统计意义上的自相似;密级配沥青混合料矿料级配的分形维数在 2.33~2.59 范围内变化,且在同一尺度范围内,级配上限比级配下限具有更高的分维数;密级配沥青混合料矿料级配的分布具有较为显著的一重分形,只需一个分形维数就可以表征该级配的分形特征。

关键词:道路工程;密级配沥青混合料;分形分布;模糊;级配;自相似性

中图分类号:U416.2 **文献标志码:**A

Fractal characteristics of aggregate distribution in dense-gradation asphalt mixture

SU Xiu-li^{1,2}, LI Bo³, LIU Jian-xun^{1,2}, LI Xiao-juan¹

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 2. Gansu Road and Bridge Construction Group Co Ltd, Lanzhou 730030, Gansu, China; 3. School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, Gansu, China)

Abstract: In order to determine the conditions of fractal dimension of aggregate distribution in the dense gradation asphalt mixture, the fractal dimension of aggregate distribution was calculated in the figure with double-logarithmic coordinate of aggregate gradation by the least square method. Based on this, the fractal characteristics of aggregate distribution composed with fractal dimension and self-similarity in dense-gradation asphalt mixture was judged by the defined fuzzy fractal dimension in *Technical Specification for Construction of Highway Asphalt Pavements*. The results show that: aggregate distribution in the asphalt mixtures is a fuzzy fractal system, which does not have a strict self-similarity, but the self-similarity is at the statistical sense; the fractal dimension is varied in the range of 2.33~2.59 and the fractal dimension of upper limit of gradation is higher than that of lower limits of gradation within the same scale; The fractal of dense-graded aggregate is one-dimensional and only one fractal dimension can represent the fractal characteristics of the gradation. 2 tabs, 6 figs, 13 refs.

Key words: road engineering; dense-gradation asphalt mixture; fractal dimension; fuzzy; gradation; self-similarity

0 引言

分形理论是定量描述几何形体复杂程度及空间填充能力的一门新兴边缘科学^[1]。目前,分形理论已经被广泛运用于研究自然界中常见的、不稳定的、不规则的现象^[2]。沥青混合料是由沥青、矿料和矿粉组成的非均质、多相、多层次的复合体系,其宏观力学行为呈现出不确定性、不规则性、模糊性和非线性,这正是分形研究的范畴。因此,分形理论已经成为研究沥青混合料的得力方法。文献[3-5]对矿料分维值与沥青混合料的体积指标的关系进行了研究,得出粒径分布分维数值与混合料设计指标具有较好的相关性;在此基础上,文献[6]利用该相关性提出了基于矿料分形特征的混合料配合比设计新方法;文献[7-9]利用分形方法对沥青混合料高温抗车辙性能、低温收缩性能进行了描述,并建立了矿料分形分维与混合料的关系。在这些研究中,对表征矿料分形分布特征的重要参数——分形维数非常重视,常常忽视了分形维数的使用前提,即矿料分布是否满足分形特征——自相似性和标度不变性,造成一些研究中分维值不能精确描述混合料微观结构,使得分维值和宏观性能的相关性不好。为了进一步分析分维值与沥青性能的关系,本文就密级配沥青混合料矿料分形分布特征进行研究,对于正确使用分形维数、研究沥青混合料的各种路用性能具有重要的意义。

1 矿料分形分布模型

设矿料的颗粒粒径为 r ,粒径不大于 r 的颗粒数目为 $N(r)$,根据分形理论则有

$$N(r) = Cr^{-D} \quad (1)$$

式中: C 为常数; D 为颗粒粒径分形维数。

从而可定义颗粒粒径分布函数为

$$F(r) = \frac{N(r)}{N_0} \quad (2)$$

式中: $F(r)$ 为颗粒粒径分布函数; N_0 为颗粒总数。

根据文献[10]的分析,级配碎石的粒径分布可以采用各粒径矿料的质量分布函数表示,即

$$P(r) = \frac{M(r)}{M_0} \quad (3)$$

式中: $P(r)$ 为各颗粒粒径的质量通过率; $M(r)$ 为粒

径不大于 r 的矿料质量; M_0 为矿料总质量。

则矿料级配的分形公式为

$$P(r) = \frac{r_{\min}^{3-D} - r_{\max}^{3-D}}{r_{\min}^{3-D} - r_{\max}^{3-D}} \quad (4)$$

式中: r_{\min} 为最小颗粒粒径; r_{\max} 为最大颗粒粒径。

一般情况下,当颗粒粒径 r 相对于 r_{\min} 较大时, r_{\min} 可以忽略,从而式(4)可变为

$$P(r) = \left(\frac{r}{r_{\max}}\right)^{3-D} \quad (5)$$

由此可以看出,简化的式(5)与富勒(Fuller)及泰波(Talbot)根据试验提出的公式具有相同的表达形式,从而揭示了分形维数和常用的 k 法等确定级配的方法具有统一的内涵,可从微观层面上解释级配的分布特征。

2 矿料分布分形相似性判定

由于石料在破碎时表现出相似的“破碎”效应,因此,其粒度分布必然具有相似性,只是相似程度的大小不同而已。另据四川大学的谢和平等从分形几何的观点出发,对岩样破碎后的粒度分布进行的统计分析表明,岩石的粒度分布是统计意义上的分形^[11]。此外,满足自相似的结构一定满足标度不变性。本研究采用“Fuzzy分形集合”来研究矿料分布分形的相似性和标度不变性。

2.1 分形集

分形是其组成部分以某种方式与整体相似的形。本文用集合思想来表达这一概念。假定 $A_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为集合 A 的子集,且 $\bigcap_{i=1}^n A_i = \phi, A = \bigcup_{i=1}^n A_i$ 。若将 A_i 适当放大(或缩小) r_i 倍后与 A 完全重合,即集合 A 完全自相似,则 A 为分形集。其分维 D_F 定义为

$$\sum_{i=1}^n r_i^{D_F} = 1 \quad (6)$$

反之,若将 A_i 适当放大(或缩小) r_i 倍后与 A 完全不重合,即集合 A 完全无自相似性,则 A 为非分形集。

2.2 模糊(Fuzzy)分形集

由于“完全重合”与“完全不重合”之间,不存在明确的边界;由“完全重合”到“完全不重合”中间经历了一个从量变到质变的连续过渡过程。所以,对

于大量存在于自然界中的分形集,不能用经典集合论里的仅取 0 或取 1 这 2 个值的特征函数来刻画。为了刻画类似问题中的这种连续过渡过程,美国控制论专家 Zadeh 于 1965 年将经典集合论里特征函数的取值范围由 $\{0,1\}$ 推广到闭区间 $[0,1]$,得到了 Fuzzy 集的定义^[12]。

设在论域 U 上给定了一个映射

$$\begin{aligned} A:U &\rightarrow [0,1] \\ u &\mapsto A(u) \end{aligned}$$

(7)

则称 A 为 U 上的 Fuzzy 集, $A(u)$ 称为 A 的隶属函数(u 为自变量)。

于是,Fuzzy 分形集的概念可表述为:

假定 $A_i(i=1,2,\cdots,n)$ 为集合 A 的子集,且

$\bigcap_{i=1}^n A_i = \phi, A = \bigcup_{i=1}^n A_i$ 。若将 A_i 适当放大(或缩小) r_i 倍后与 A 的重合程度为 $A(u)$,则 A 为 Fuzzy 分形集,其分维 D_F 亦可由下式定义

$$\sum_{i=1}^n r_i^{D_F} = 1$$

(8)

由 Fuzzy 分形集的定义可知,对于某个 Fuzzy 分形集 A ,若 $A(u)$ 仅取 0 和 1 这 2 个数时, $A(u)$ 就蜕化为经典分形集。若 $A(u) \equiv 1$,则集合 A 具有严格的自相似性,例如 Cantor 集、Koch 曲线等。若 $A(u) \equiv 0$,则集合 A 无自相似性。若 $A(u) \in (0,1)$,则集合 A 的自相似性是近似的或统计意义上的自相

似,这种自相似性大量存在于自然界中。例如频繁演变的海岸线、级配骨料的粒度分布、水泥基材料的孔隙形貌特征、混凝土的断裂表面等都是模糊分形系统。

2.3 矿料级配分布相似性判定

如前所述,矿料级配的分布具有 Fuzzy 自相似性和 Fuzzy 标度不变性,所以其分形维数必然具有模糊性,本文用“Fuzzy 分维”来表达这一概念。

对式(5)两端取对数, $\ln(P(r))$ 与 $\ln(r)$ 近似呈线形关系,其斜率 $b=3-D$,其模糊度 d 可定义为

$$d = 1 - R^2$$

(9)

式中: R^2 为离散点的线形判定系数。

若 $d \equiv 0$,则该集合具有严格的自相似性和严格的标度不变性;若 $d \equiv 1$,该集合不是分形集;若 $d \in (0,1)$ 则该集合为 Fuzzy 分形集。同大量存在于现实中的物质一样,矿料级配可视之为一个 Fuzzy 分形集,其模糊度 $d \in (0,1)$,它刻画了矿料级配分布自相似程度的大小,当模糊度 d 愈小时,自相似的程度就愈大。

3 密级配沥青混合料矿料分形特征

本文以现行《公路沥青路面施工技术规范》中密级配沥青混凝土混合料矿料级配(表 1)为例,对表征矿料分布分形特征的 2 个重要内容——分形维数和各级配分形分布的自相似性进行了研究^[13]。

表 1 密级配沥青混凝土混合料矿料级配范围

级配类型		下列筛孔(mm)的通过率/%												
		31.5	26.5	19	16	13.2	9.5	4.75	2.36	1.18	0.6	0.3	0.15	0.075
粗粒式	AC-25	100	90~100	75~90	65~83	57~76	45~65	24~52	16~42	12~33	8~24	5~17	4~13	3~7
中粒式	AC-20		100	90~100	78~92	62~80	50~72	26~56	16~44	12~33	8~24	5~17	4~13	3~7
	AC-16			100	90~100	76~92	60~80	34~62	20~48	13~36	9~26	7~18	5~14	4~8
细粒式	AC-13				100	90~100	68~85	38~68	24~50	15~38	10~28	7~20	5~15	4~8
	AC-10					100	90~100	45~75	30~58	20~44	13~32	9~23	6~16	4~8
砂粒式	AC-5						100	90~100	55~75	35~55	20~40	12~28	7~18	5~10

3.1 密级配沥青混合料矿料级配分形维数计算

根据表 1 的矿料级配组成数值,在矿料级配的双对数坐标图 1 和下页图 2~图 6 上(其中,横坐标 x 为各级粒径与公称最大粒径 r_{NMPs} 比值的对数;纵坐标 y 为各级粒径的通过率的对数),利用最小二乘法对级配曲线进行最佳直线拟合,求出通过率与筛孔之间的最佳拟合直线的斜率 b ,再利用 $3-D=b$,即可求得沥青混合料矿料粒径分形维数 D 。各组级配对应的分形维数见下页表 2。

由图 1~图 6 可以看出,各组级配的 $\lg(P(r))$

与 $\lg(r/r_{NMPs})$ 都呈现出较好的线形关系,说明密级

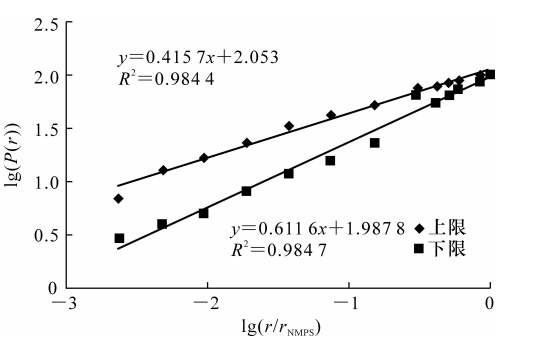


图 1 AC-25 混合料矿料级配的双对数图

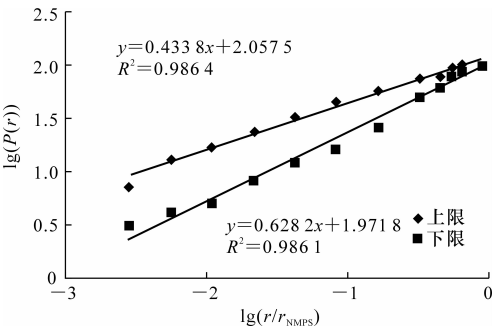


图 2 AC-20 混合料矿料级配的双对数图

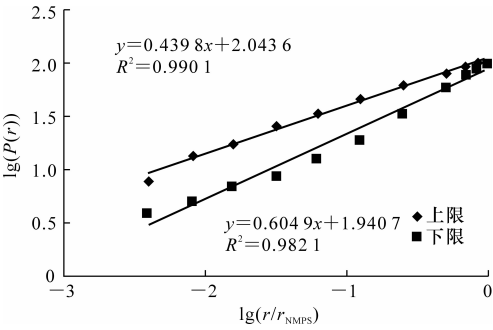


图 3 AC-16 混合料矿料级配的双对数图

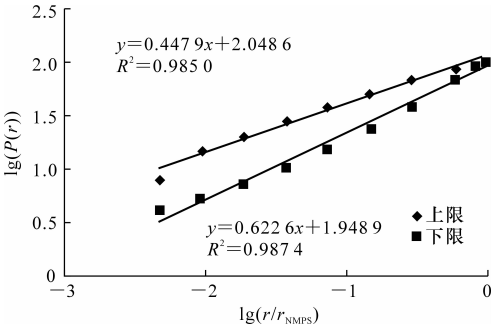


图 4 AC-13 混合料矿料级配的双对数图

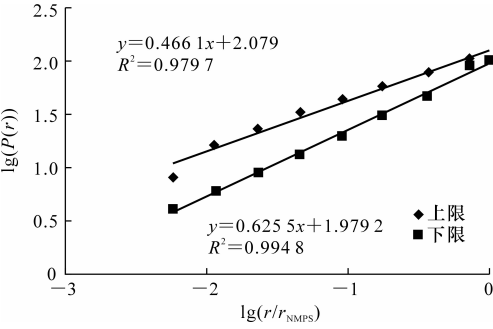


图 5 AC-10 混合料矿料级配的双对数图

配沥青混合料中矿料的分布呈一重分形分布。此外,在同一尺度范围内,级配上限较下限具有更高的分维数,由此可见,采用矿料级配分形维数就可以表征矿料级配的粗细。对于各级配的上限,分形维数大小在 2.51~2.59 内变化,且随着公称最大粒径的增加,分维数在逐渐减小;对于各级配的下限,分形

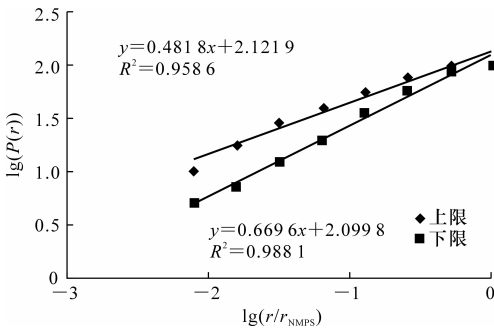


图 6 AC-5 混合料矿料级配的双对数图

维数大小在 2.33~2.39 内变化,亦即密级配沥青混合料矿料级配分形维数在 2.33~2.59 范围内变化。

3.2 密级配沥青混合料矿料级配分形自相似性

根据前述密级配沥青混合料矿料级配分形维数计算中线性回归的判定系数,按照式(9)计算各组矿料级配的模糊度(表 2),以对各级配的分形分布自相似性进行评判。

表 2 不同级配类型矿料的分维数和模糊度

级配	斜率	分形维数	判定系数	模糊度
AC-25 上限	0.415 7	2.584 3	0.984 4	0.015 6
AC-25 下限	0.611 6	2.388 6	0.984 7	0.015 3
AC-20 上限	0.433 8	2.566 2	0.986 4	0.013 6
AC-20 下限	0.628 2	2.371 8	0.986 1	0.013 9
AC-16 上限	0.439 8	2.560 2	0.990 1	0.009 9
AC-16 下限	0.604 9	2.395 1	0.982 1	0.017 9
AC-13 上限	0.447 9	2.552 1	0.985 0	0.015 0
AC-13 下限	0.622 6	2.377 4	0.987 4	0.012 6
AC-10 上限	0.466 1	2.533 9	0.979 7	0.020 3
AC-10 下限	0.625 5	2.377 5	0.994 8	0.005 2
AC-5 上限	0.481 8	2.518 2	0.958 6	0.041 4
AC-5 下限	0.669 6	2.330 4	0.998 1	0.001 9

由表 2 可以看出,AC-25、AC-20、AC-16、AC-13 等几组矿料级配的分形模糊度均小于 0.02,且级配上下限的差异小于 0.01,说明这几组级配的分形特征明显,且上下限的自相似性和标度不变形差异不大。在实际应用中,可直接利用分形维数分析这几组矿料级配范围内的矿料拌和的沥青混合料的相关性状。而最大公称粒径较小的 AC-10 和 AC-5 级配上下限的模糊度差异较大,说明这几组级配上下限的自相似性和标度不变形差异较大,这主要是由于 2 组级配下限的模糊度很小造成的。但总体来看,2 组级配的模糊度均小于 0.05,仍表现出较好的分形特征——自相似性和标度不变性。

4 结 语

(1)沥青混合料矿料级配的粒度分布是一个模

糊分形系统,不具有严格的自相似性,而是近似的或统计意义上的自相似。

(2)密级配沥青混合料矿料级配的分形分布是一重分形,即只需一个分形维数就可以表征该级配的分形特征。

(3)密级配沥青混合料矿料级配的分形维数在 2.33~2.59 范围内变化,且在同一尺度范围内,级配上限较级配下限具有更高的分形维数。

(4)规范中密级配沥青混合料矿料级配分布分形特征明显,具有较好的自相似性和标度不变性。

参考文献:

References:

- [1] 赵战利,张争奇,薛建设,等.基于分形理论的沥青混合料抗滑级配评价[J].长安大学学报:自然科学版,2008,28(3):6-10.
ZHAO Zhan-li, ZHANG Zheng-qi, XUE Jian-she, et al. Evaluation of skid resistance gradations of asphalt mixture based on fractal theory [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2008, 28(3):6-10.
- [2] 李波,徐鸥明,韩森.路表纹理的分形表征及在抗滑性预估中的应用[J].武汉理工大学学报,2009,31(19):102-104.
LI Bo, XU Ou-ming, HAN Sen. Fractal characterization of pavement texture and its application in skidding resistance prediction[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2009, 31(19):102-104.
- [3] 黄继成,黄彭.沥青混合料集料分维数值和矿料间隙率的关系[J].同济大学学报:自然科学版,2007,35(11):1481-1485,1501.
HUANG Ji-cheng, HUANG Peng. Numerical value relations of asphalt mixture aggregates' fractal dimensions and voids in mineral aggregate[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2007, 35(11):1481-1485,1501.
- [4] 裴建中,张嘉林,常明丰.矿料级配多孔沥青混合料空隙分布特性的影响[J].中国公路学报,2010,23(1):1-6.
PEI Jian-zhong, ZHANG Jia-lin, CHANG Ming-feng. Influence of mineral aggregate gradation on air void distribution characteristic of porous asphalt mixture [J]. China Journal of Highway and Transport, 2010, 23(1):1-6.
- [5] 刘建勋,李波.基于级配分形的 SUPERPAVE 混合料设计参数预估[J].郑州大学学报:工学版,2010,31(1):26-29.

- LIU Jian-xun, LI Bo. Prediction of design parameters for SUPERPAVE mixtures based on the fractal law of aggregate gradation[J]. Journal of Zhengzhou University: Engineering Science, 2010, 31(1):26-29.
- [6] 李波,李涛,滕旭秋,等.基于集料分形特征的沥青混合料配合比设计[J].武汉理工大学学报,2008,30(12):50-53,71.
LI Bo, LI Tao, TENG Xu-qiu, et al. Mix design method for asphalt mixtures based on the fractal characteristic of aggregate[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2008, 30(12):50-53,71.
- [7] Yeggoni M, Button J W, Zollinger D G. Fractals of aggregates correlated with creep in asphalt concrete[J]. ASCE Journal of Transportation Engineering, 1996, 122(1):22-28.
- [8] 杨瑞华,许志鸿.密级配沥青混合料集料分形分维与路用性能的关系[J].土木工程学报,2007,40(3):98-103,109.
YANG Rui-hua, XU Zhi-hong. Relationship between fractal dimension and road performance of dense gradation asphalt mixture [J]. China Civil Engineering Journal, 2007, 40(3):98-103,109.
- [9] 陈国明,周纯秀,谭忆秋.粗集料表面纹理的分形评定及沥青混合料性能试验[J].交通运输工程学报,2009,9(4):1-5.
CHEN Guo-ming, ZHOU Chun-xiu, TAN Yi-qiu. Fractal evaluation of surface texture for coarse aggregate and performance test of asphalt mixture [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2009, 9(4):1-5.
- [10] 李波,韩森,刘亚敏,等.骨架密实型沥青混合料矿料的分形特征[J].建筑材料学报,2009,12(1):67-70.
LI Bo, HAN Sen, LIU Ya-min, et al. Aggregate fractal characteristic of asphalt mixtures with skeleton dense structure[J]. Journal of Building Materials, 2009, 12(1):67-70.
- [11] 谢和平,高峰,周宏伟,等.岩石断裂和破碎的分形研究[J].防灾减灾工程学报,2003,23(4):1-9.
XIE He-ping, GAO Feng, ZHOU Hong-wei, et al. Fractal fracture and fragmentation in rocks[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2003, 23(4):1-9.
- [12] 李哲,王芝银,谢永利.粗粒土类别的分形图解[J].长安大学学报:自然科学版,2004,24(6):15-19.
LI Zhe, WANG Zhi-yin, XIE Yong-li. Fractal graphic of sands categories[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2004, 24(6):15-19.
- [13] JTG F40—2004,公路沥青路面施工技术规范[S].