

高层建筑抗震设计振型数目选取原则

刘 鸣¹,李世翠²,刘伯权¹

(1. 长安大学 建筑工程学院,陕西 西安 710061; 2. 中国轻工业西安设计工程有限责任公司,陕西 西安 710048)

摘 要:针对《建筑抗震设计规范》中高层建筑结构抗震设计时振型数目选取规定不明确的问题,研究了高层建筑结构抗震计算中诸多影响因素与振型选取的关系。经过动力学分析,认为不同的高振型会影响基底剪力沿结构高度的分布;振型参与质量是基于基底剪力等效得到的反映各阶振型对基底剪力贡献大小的参数;高层建筑抗震计算的振型数目选取与振型参与质量有关。研究结果表明:高层建筑结构抗震设计中高振型的影响不容忽视,在底部剪力和顶端位移误差小于 5% 的情况下,累计质量参与系数应大于 90%;对于不规则结构,动力荷载参与系数应大于 95%。

关键词:结构工程;高层建筑结构;抗震设计;质量参与系数;振型选取

中图分类号:TU973.31

文献标志码:A

Criterion of mode number selection in seismic design for high-rise building structures

LIU Ming¹, LI Shi-cui², LIU Bo-quan¹

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, Shaanxi, China;

2. China Light Industry Xi'an Design Engineering Company Ltd, Xi'an 710048, Shaanxi, China)

Abstract: Based on selecting mode number in seismic design of high-rise building structures in Chinese current code for seismic design of building has not express provision, the relationship between mode and many influences in seismic calculation of high-rise building structures is studied. This paper puts forward that the different high mode influences the distribution of base shear along the height of structure. Modal participating mass is a parameter, which effects the contribution to the base shear by each mode based on equivalent to the base shear. Mode number selection in seismic calculation of high-rise building structures relates to modal participating mass. The research result indicates that the influence of high mode should not be neglected in the seismic design of tall building structures. The decision principle of mode number is: when the error of base shear and top displacement are both below 5%, the sum of modal participating mass ratio should exceed 90%; for the irregular structure, the dynamic load participation ratio should exceed 95%. 3 tabs, 3 figs, 8 refs.

Key words: structure engineering; high-rise building structure; seismic design; modal participating mass ratio; mode number selection

0 引言

高层建筑建设基本周期越长,高振型中的长周期成分所占的比例也越大,结构在地震作用下更易与地震波中的长周期分量发生类共振,所以高振型的影响越显著。日本神户地震^[1]及中国台湾地震^[2]中高层建筑中部破坏高于预期,说明了高振型的作用不可忽视;陈建云等^[3]的超高层筒体结构模型振动台试验,也验证了高层建筑中、高部破坏明显这一结论。由此可见,高层建筑结构抗震设计中应充分考虑高振型的影响,才能更准确地反映地震作用下的结构反应^[4]。然而,工程界对于高层建筑结构设计中振型数目如何选取,目前尚无明确的认识。文献^[5]规定:一般结构在进行水平地震作用计算(不考虑扭转)时可取 2~3 个振型;当结构基本周期大于 1.5 s 或房屋高宽比大于 5 时,振型个数可适当增加;考虑扭转时,振型数不应小于 15,且使振型参与质量不小于总质量的 90%。这种不明确的规定,使设计人员在实际操作时难以把握,工程界也需要在理论上对这一问题有明确的认识。因此,高层建筑结构抗震设计时振型数目合理选取的研究,既有工程实用价值又有理论意义。本文从地震作用下结构振动的模态方程出发,利用振型参与质量的概念,根据理论推导和数值分析,研究了高层建筑结构抗震计算的诸多影响因素与振型数目选取的关系,得出高层建筑结构抗震设计中高振型的影响不容忽视的结论,并提出其振型数目选取应遵循的原则。

1 地震作用下结构振动的模态方程

在三向激励下,多自由度体系的动力平衡方程可表示为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (1)$$

式中: \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{K} 分别为体系的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\ddot{\mathbf{u}}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{u}}(t)$ 、 $\mathbf{u}(t)$ 分别为体系的相对加速度向量、相对速度向量和相对位移向量; $\ddot{\mathbf{u}}_g(t)$ 为地面运动的加速度向量。

将体系的相对位移向量用振型向量 $\boldsymbol{\varphi}$ 表示为

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\varphi}\mathbf{Y}(t) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{Y}(t)$ 为广义坐标,是含 N 个时间函数的向量。

从式(2)可以导出

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = \boldsymbol{\varphi}\dot{\mathbf{Y}}(t), \ddot{\mathbf{u}}(t) = \boldsymbol{\varphi}\ddot{\mathbf{Y}}(t) \quad (3)$$

由质量和刚度的正交条件,可得出

$$\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{I} \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\Omega}^2 \quad (5)$$

式中: \mathbf{I} 为单位对角矩阵; $\boldsymbol{\Omega}^2$ 为对角项为 ω_j^2 的对角矩阵, ω_j 为第 j 阶自振频率。

在这里,每个振型的 $\boldsymbol{\varphi}_j$ 总是正规化的,因此广义质量等于 1,即 $\boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_j = 1.0$ 。

将式(2)、式(5)代入式(1),然后前乘 $\boldsymbol{\varphi}^T$,则平衡方程转化为模态方程

$$\ddot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{d}\dot{\mathbf{Y}}(t) + \boldsymbol{\Omega}^2 \mathbf{Y}(t) = \mathbf{p}\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (6)$$

式中: $\mathbf{p} = -\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{M}$ 、 $\mathbf{p}_j = -\boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{M}$ 均为模态参与系数向量; j 为振型数; \mathbf{d} 为模态阻尼矩阵。

定义模态阻尼矩阵 \mathbf{d} 的对角项为

$$d_{jj} = 2\xi_j\omega_j \quad (7)$$

式中: ξ_j 为第 j 振型中的阻尼与该振型的临界阻尼之比。

于是,非耦合典型线性结构系统的模态方程为

$$\ddot{y}_j(t) + 2\xi_j\omega_j\dot{y}_j(t) + \omega_j^2 y_j(t) = p_{jx}\ddot{u}_{gx}(t) + p_{jy}\ddot{u}_{gy}(t) + p_{jz}\ddot{u}_{gz}(t) \quad (8)$$

式中: $\dot{y}_j(t)$ 、 $\ddot{y}_j(t)$ 、 $y_j(t)$ 分别为 j 振型的广义加速度、广义速度和广义位移; p_{jx} 、 p_{jy} 、 p_{jz} 分别为体系的 j 振型在 x 、 y 、 z 方向的模态参与系数; $\ddot{u}_{gx}(t)$ 、 $\ddot{u}_{gy}(t)$ 、 $\ddot{u}_{gz}(t)$ 分别为地面沿 x 、 y 、 z 方向运动的加速度。

2 振型参与质量

振型参与质量^[6]是基于一个特定方向上的单位基底加速度,以及由于该荷载引起的基底剪力的值。此种工况的稳态解不包含阻尼或弹性力。例如,对于 x 方向上的单位基底加速度,模态响应方程可表示为

$$\ddot{y}_j(t) = p_{jx} \quad (9)$$

该振型在 x 方向上的节点惯性力 f_{xj} 定义为

$$f_{xj} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_j\ddot{y}_j(t) = p_{jx}\mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_j \quad (10)$$

j 振型在 x 方向上的基底抵抗剪力 V_{jx} 是所有节点 x 方向力之和,即

$$V_{jx} = -p_{jx}\boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_j = p_{jx}^2 \quad (11)$$

x 方向的总基底抵抗剪力(包括 N 个振型)为

$$V_x = \sum_{j=1}^N p_{jx}^2 \quad (12)$$

对于在任何方向的单位基底加速度,精确的基底抵抗剪力应等于该方向上的所有质量分量之和。因此,定义质量参与系数 X_{mass} 、 Y_{mass} 和 Z_{mass} 分别为该参与质量(该方向总基底抵抗剪力)除以该方向的总质量,则有

$$X_{\text{mass}} = \frac{\sum_{j=1}^N p_{jx}^2}{\sum m_x}, Y_{\text{mass}} = \frac{\sum_{j=1}^N p_{jy}^2}{\sum m_y}, Z_{\text{mass}} = \frac{\sum_{j=1}^N p_{jz}^2}{\sum m_z} \quad (13)$$

式中: $\sum m_x$ 、 $\sum m_y$ 、 $\sum m_z$ 分别为 x 、 y 、 z 方向的总质量。

3 振型有效质量

由式(13)及 $p_j = -\phi_j^T M$ 的定义,可推出振型有效质量 M_{exj} 、 M_{eyj} 和 M_{ejj} ^[7-8] 分别为

$$M_{exj} = \left(\sum_i m_i x_{ij} \right)^2 \quad (14)$$

$$M_{eyj} = \left(\sum_i m_i y_{ij} \right)^2 \quad (15)$$

$$M_{ejj} = \left(\sum_i m_{\theta i} \varphi_{ij} \right)^2 \quad (16)$$

式中: m_i 为各层质量; $m_{\theta i}$ 为各层转动惯量; x_{ij} 、 y_{ij} 分别为 j 振型时各层沿 x 、 y 方向层间线位移; φ_{ij} 为各层间角位移。

当包括所有振型时,即 j 从 1 到 $3N$ 时,可证明 $\sum_{j=1}^{3N} M_{exj} = M_t$, $\sum_{j=1}^{3N} M_{eyj} = M_t$, $\sum_{j=1}^{3N} M_{ejj} = M_{\theta}$ (17) 式中: M_t 为结构总质量; M_{θ} 为结构总转动惯量。

由上述推导可以看出,振型参与质量是基于基底剪力等效得到的反映各阶振型对基底剪力贡献大小的参数。利用振型参与质量可以估计由基底加速度荷载引起的模态响应。

中国和很多国家的抗震规范规定,计算结构的地震响应时,振型参与质量不小于总质量的 90%。通过这样的途径选取振型数,并由此考虑高振型的影响。根据本文对振型参与质量的分析可以看出,这种选取振型数的方法实质上是通过对基底剪力来估计解的精确度。

高层建筑结构在地震作用下的反应是一个复杂的振动过程,结构层间反应的大小除了与基底总剪力的大小有关外,尚与诸多其他因素有关。如不同的高振型会影响基底剪力沿结构高度的分布,也就是说,会影响作用在结构上的节点荷载,从而影响结构层间反应。

4 振型数目的影响因素分析

本文对某个 10 层规则混凝土框架进行 ETABS 动力反应谱分析。该模型边跨 6 m,中间跨 3 m,开间 6 m,总长度 42 m,底层层高 4.5 m,其他各层均为 3.0 m,总高度 31.5 m。

图 1~图 3 为不同烈度和不同场地地下结构反应分析的对比。由此可以看出,烈度和场地条件与振型的选取无关,只会影响响应的值。楼层剪力、位移随着地震烈度和场地类别的提高而增大;对于不同的激励方向,达到要求所需的振型组合数不同。

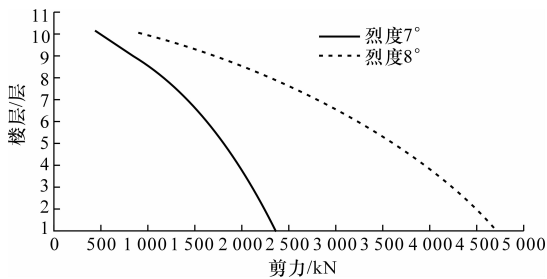


图 1 不同烈度 y 向的剪力对比

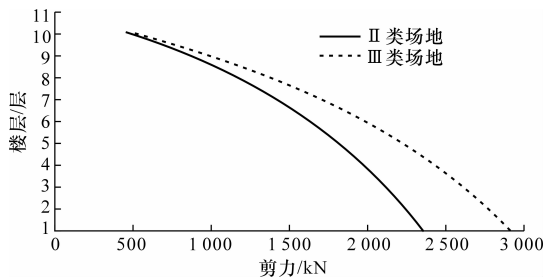


图 2 不同场地 y 向的剪力对比

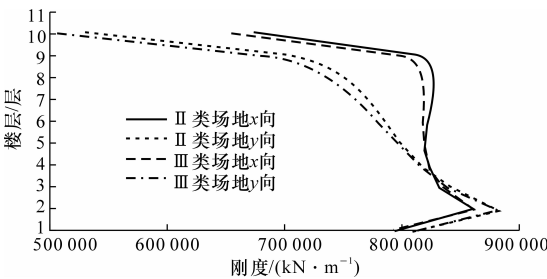


图 3 不同场地 x 、 y 向的刚度对比

分别取不同的振型阶数 ($3N$ 、 $3N/2$ 、 N)、全部振型质量参与系数的 90% 和 5 阶振型进行了计算。结果表明,随着所选振型阶数的增加,同阶振型的周期增大。所以,振型阶数不能取得太少,以免造成高阶振型的丢失。从周期的角度出发,取前 6 阶振型累计质量参与系数,均超过 90%,又包含了绝大部分的长周期振型,故这样选取是可行的。取前 6 阶振型计算的累计质量参与系数见下页表 1。

进一步的计算结果表明:从楼层剪力和层间位移角出发,取 6 阶振型并不能达到预期精度的要求。如表 2、表 3(见下页)所示,取 10 阶振型时剪力误差最大为 3.6%(顶部 y 向剪力),而取 6 阶时 y 向剪力的误差均超过 5%;取 10 阶振型时顶部位移的误差为 0.4%,底部为 0.1%,而 6 阶时顶部误差为

表 1 取前 6 阶振型计算的累计质量参与系数 %

振型阶数/阶	x 向平移	y 向平移	x 向旋转	y 向旋转	z 向旋转
1	0	83.48	99.28	0	0.17
2	84.61	0	0	99.17	0
3	0	0.20	0.15	0	83.16
4	9.54	0	0	0.57	0
5	0	12.91	0.25	0	0.16
6	4.75	0	0	0.19	0

8%,底部误差为 3%。从抗震设计的 2 个主要指标(底部剪力和顶部位移)来看,应该取 10 阶振型,此时两者的误差均小于 5%。由此可以得出这样的结论:在抗震设计时,累计质量参与系数不应成为唯一的振型选取原则,但在考虑该系数时,还应该参考剪力和位移的精度。即在底部剪力和顶部位移的误差控制在 5%以内的情况下,累计质量参与系数应该大于 90%。

表 2 不同振型阶数下的楼层剪力对比 kN

振型阶数/阶	底部剪力		顶层剪力	
	x 向	y 向	x 向	y 向
30	2 382.75	2 359.12	445.61	455.24
15	2 382.75	2 359.71	445.47	448.30
10	2 383.32	2 363.61	438.76	438.93
6	2 400.01	2 514.97	404.05	364.22
5	2 400.01	2 488.20	404.05	364.90

表 3 不同振型阶数下的层间位移角对比

振型阶数/阶		30	15	10	6	5
楼层/	10	1/3 374	1/3 380	1/3 387	1/3 676	1/3 701
层	1	1/1 479	1/1 479	1/1 481	1/1 431	1/1 484

5 结 语

(1)振型是结构的固有属性,取决于结构的质量和刚度;振型的选取与地震烈度、场地类别等因素无关,其只会影响结构响应;层间剪力、层间位移随着地震烈度和场地类别的升高而增大;对于不同的激励方向,达到精度要求所需的振型组合数不同。

(2)高层建筑抗震设计振型数目(阶数)选取的原则应该是:在满足底部剪力和顶端位移的误差小于 5%的情况下,累计质量参与系数应大于 90%;对于平面及竖向布置均比较复杂的结构,各阶振型对基底剪力的贡献并不随振型阶数递增而单调递减,此时还应保证动力荷载参与系数大于 95%。

(3)累计质量参与系数是基于基底剪力等效;为了考虑位移的限制条件,仍有必要在现有程序中开发基于其他等效原则下的系数,如基于位移等效。

参考文献:
References:

[1] 胡庆昌. 1995 年 1 月 17 日本阪神大地震中神戸市房屋结构震害简介[J]. 建筑结构学报, 1995, 16(3): 10-12.
HU Qing-chang. Brief introduction to seismic damage of building structure of nanbu in Hyogoken-Nanbu earthquake in Japan on January 17 1995[J]. Journal of Building Structures, 1995, 16(3): 10-12.

[2] 莫 庸. 台湾 9. 21 大地震多层框架结构震害特点和经验[J]. 工程抗震, 2002(4): 26-30.
MO Yong. The Sep. 21 of 1999 great Taiwan earthquake; damage features and experiences on multi-store frame [J]. Earthquake Resistant Engineering, 2002 (4): 26-30 .

[3] 陈建云, 马恒春, 周 晶. 超高层筒体结构模型振动台地震破坏试验研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2004, 24(4): 389-395.
CHEN Jian-yun, MA Heng-chun, ZHOU Jing. Shaking table test of seismic damage of a high rise tube-structure mode [J]. Journal of Disaster Prevent and Mitigation Engineering, 2004, 24(4): 389-395.

[4] 陈招平, 董 平, 黄丽婷. 高层建筑地震反应的 TLD 振动控制[J]. 建筑科学与工程学报, 2008, 25(1): 122-126.
CHEN Zhao-ping, DONG Ping, HUANG Li-ting. TLD vibrational controlling for seismic response of high-rise building [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2008, 25(1): 122-126.

[5] GB 50011—2001, 建筑抗震设计规范[S].

[6] 爱德华 L 威尔逊. 结构动力与静力分析[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006.

[7] 韦承基, 史铁花, 薛彦涛. 合理振型数的确定及扭转振型判定[J]. 工程抗震, 2002(4): 1-2, 9.
WEI Cheng-ji, SHI Tie-hua, XUE Yan-tao. Decision of reasonable mode number and judgment of torsion mode [J]. Earthquake Resistant Engineering, 2002 (4): 1-2, 9.

[8] 肖常健, 刘 颖, 郑 炜, 等. 大地盘不对称双塔结构动力分析[J]. 贵州工业大学学报: 自然科学版, 2004, 33(3): 85-88, 91.
XIAO Chang-jian, LIU Ying, ZHENG Wei, et al. Dynamic analysis of non-mirrored two-towers high building with enlarged base [J]. Journal of Guizhou University of Technology: Natural Science Edition, 2004, 33(3): 85-88, 91.