

文章编号:1671-8879(2009)02-0024-04

沥青混合料非线性蠕变模型及其参数确定

张久鹏¹, 黄晓明², 高 英²

(1. 长安大学 特殊地区公路工程教育部重点实验室, 陕西 西安 710064;

2. 东南大学 交通学院, 江苏 南京 210096)

摘 要:根据沥青混合料 3 阶段的蠕变特性和混合料全过程应力-应变曲线, 对 Burgers 模型中的粘弹性弹簧进行改进, 认为其弹性模量随应变增大而减小; 推导了非线性蠕变模型的本构方程, 给出了蠕变应变、蠕变速度和蠕变加速度的解析表达式; 进行了模型稳定性分析, 给出了模型稳定条件和蠕变破坏时间的定义; 运用最小二乘法原理, 建立了模型参数的确定方法; 最后通过两个实例验证了模型的准确性和适用性。研究结果表明, 非线性蠕变模型较好地反映了沥青混合料 3 阶段的蠕变过程, 蠕变破坏时间也可作为研究沥青混合料蠕变性能的一个新指标。

关键词:道路工程; 沥青混合料; 非线性蠕变模型; 稳定性; 参数确定

中图分类号:U414.1

文献标志码:A

Nonlinear creep model of asphalt mixture and parameter determination

ZHANG Jiu-Peng¹, HUANG Xiao-ming², GAO Ying²

(1. Key Laboratory for Special Area Highway Engineering of Ministry of Education, Chang'an

University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 2. School of Transportation, Southeast

University, Nanjing 210096, Jiangsu, China)

Abstract: Based on the three-phase creep character and the complete stress-strain curve of asphalt mixture, the viscoelastic spring of Burgers model was modified and a nonlinear creep model was established, in which the viscoelastic spring module gradually decreased when the strain increased. Then, the constitutive relationship of nonlinear model was deduced, and the expressions of creep strain, creep rate and creep acceleration were also given. Meantime, the model stability condition and creep rupture time was defined by analyzing the stability of the nonlinear model, and the parameter determination method was established by the principle of least square. Finally, the proposed model was verified through two experimental examples. It is indicated that the nonlinear model can clearly describe the three-phase creep, especially the accelerating creep stage, and the creep rupture time can also be used as a new index to research the creep character of asphalt mixture. 2 tabs, 5 figs, 10 refs.

Key words: road engineering; asphalt mixture; nonlinear creep model; stability; parameter determination

收稿日期:2008-04-10

基金项目:国家自然科学基金项目(50608006);陕西省自然科学基金项目(2007E223)

作者简介:张久鹏(1983-),男,江苏盐城人,讲师,工学博士,E-mail:zhjiupeng@163.com.

0 引言

沥青混合料是一种粘弹性材料,其变形包括瞬时弹性变形、粘弹性变形和粘性流动^[1]。研究沥青混合料变形特性的模型有很多种,包括各种经验模型和力学模型。根据大量统计分析得到的经验模型,能够描述特定沥青混合料的变形特性,但其广泛适用性较差,且不利于力学计算。因此,研究人员将粘弹性力学理论应用于沥青路面研究,提出诸多表征沥青混合料永久变形特性的流变理论与模型,各种模型的变形特性可由其蠕变方程来描述^[2-6]。但是,绝大多数模型只能描述衰减蠕变,而无法描述非衰减蠕变。为此,本文根据沥青混合料的蠕变规律,在分析一般蠕变模型的基础上,提出一种更能准确地表征沥青混合料流变特性的蠕变模型,为这方面的研究提供理论基础。

1 Burgers 模型及修正的 Burgers 模型

沥青混合料在荷载作用下的蠕变规律见图1。图1中分别给出沥青混合料试件发生蠕变时的蠕变曲线 $\epsilon-t$ 、蠕变速度曲线 $\dot{\epsilon}-t$ 和蠕变加速度曲线 $\ddot{\epsilon}-t$ 。蠕变曲线可分成瞬时弹性阶段、减速蠕变阶段、稳定蠕变阶段及加速蠕变(蠕变破坏)阶段,瞬时弹性、减速蠕变、稳定蠕变及加速蠕变(蠕变破坏)分别对应于图1中OA、AB、BC和CD段^[7],而曲线拐点表征试件开始进入蠕变破坏阶段, t_1 、 t_2 分别为B、C点对应的时刻。

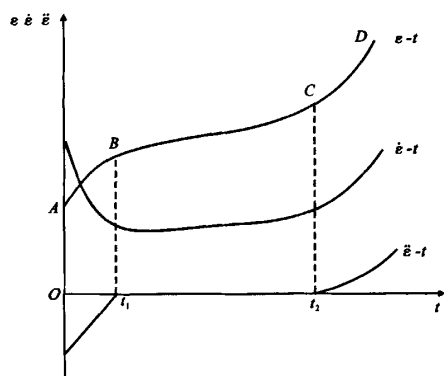


图1 沥青混合料的蠕变试验曲线

表征沥青混合料蠕变的力学模型有很多,其中Burgers模型和修正的Burgers模型(图2、图3)既能较好地表征其力学特性,而且还简单直观,便于工程应用^[8-9]。

Burgers模型和修正的Burgers模型的蠕变应

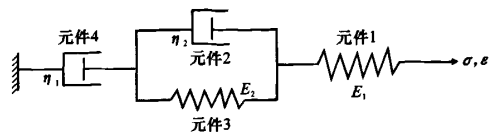


图2 Burgers模型

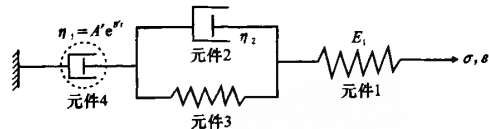


图3 修正的Burgers模型

变、速度及加速度表达式如下所述。

Burgers模型

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{\eta_1} t + \frac{\sigma_0}{E_2} (1 + e^{-E_2 t / \eta_2}) & \epsilon > 0 \\ \dot{\epsilon} &= \frac{\sigma_0}{\eta_1} + \frac{\sigma_0}{\eta_2} e^{-E_2 t / \eta_2} & \dot{\epsilon} > 0 \\ \ddot{\epsilon} &= -\sigma_0 \frac{E_2}{\eta_2 \eta_2} e^{-E_2 t / \eta_2} & \ddot{\epsilon} < 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

修正的Burgers模型

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{A'B'} (1 - e^{-B't}) + \frac{\sigma_0}{E_2} (1 + e^{-E_2 t / \eta_2}) & \epsilon > 0 \\ \dot{\epsilon} &= \frac{\sigma_0}{A'} e^{-B't} + \frac{\sigma_0}{\eta_2} e^{-E_2 t / \eta_2} & \dot{\epsilon} > 0 \\ \ddot{\epsilon} &= -\sigma_0 \left(\frac{B'}{A'} e^{-B't} + \frac{E_2}{\eta_2 \eta_2} e^{-E_2 t / \eta_2} \right) & \ddot{\epsilon} < 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: ϵ 、 $\dot{\epsilon}$ 、 $\ddot{\epsilon}$ 分别为蠕变应变、蠕变应变速度和蠕变应变加速度; σ_0 为蠕变应力; E_1 为元件1的弹性模量; E_2 为元件3的弹性模量; η_1 为元件4的粘滞系数; η_2 为元件2的粘滞系数; A' 、 B' 均为元件4的修正系数; t 为时间。

Burgers模型和修正的Burgers模型可以描述瞬时弹性变形和粘性流动变形,但它们都只能描述减速蠕变和稳定蠕变,而无法描述加速蠕变。因此,需要提出一种更为准确的沥青混合料蠕变模型。

2 非线性蠕变模型及其稳定性分析

沥青混合料全过程应力-应变曲线见图4(见下页)。在弹性阶段,试件弹性模量为 E_1 ;在AB段, $E_2 > 0$;在B点, $E_2 = 0$;在BC段, $E_2 < 0$,反映了沥青混合料的结构破坏。本文把Burgers模型中元件2扩展为广义弹簧,认为其弹性模量随应变减小,则有

$$E_2 = -k\epsilon + b \quad (3)$$

式中: k 为常数; b 为初始弹性模量。

在温度一定的条件下,蠕变试验以蠕变应力 σ_0

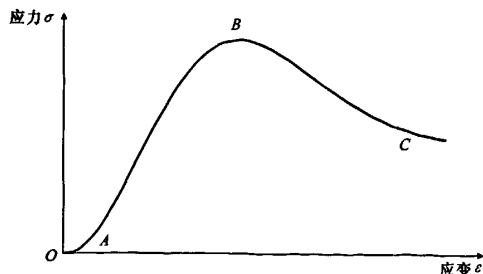


图4 沥青混合料全过程应力-应变曲线

施加于模型两端,模型总应变为 ϵ_0 。串联体的特征是应力相等而应变相加;并联体的特征是应变相等而应力相加^[10]。设元件1的应力、应变为 σ_1, ϵ_1 , 元件2和元件3的应力、应变为 σ_2, ϵ_2 , 元件4的应力、应变为 σ_3, ϵ_3 。其应力-应变关系为

$$\sigma_0 = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \quad (4)$$

$$\epsilon_0 = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 \quad (5)$$

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_0}{E_1} \quad (6)$$

$$\sigma_2 = E_2 \epsilon_2 + \eta_2 \dot{\epsilon}_2 = (-k \epsilon_2 + b) \epsilon_2 + \eta_2 \dot{\epsilon}_2 \quad (7)$$

$$\epsilon_3 = \frac{\sigma_0}{\eta_1} t \quad (8)$$

式(7)可变形为

$$\frac{\eta_2 d\epsilon_2}{k\epsilon_2^2 - b\epsilon_2 + \sigma_0} = dt \quad (9)$$

对式(9)两边进行积分,令 $\Delta = b^2 - 4k\sigma_0$, 下面按3种情况分别进行讨论。

(1) $\Delta > 0$, 即 $\sigma_0 < \frac{b^2}{4k}$, 积分式可写成

$$\int \frac{2k\eta_2}{\sqrt{\Delta}} \left(\frac{1}{2k\epsilon_2 - b - \sqrt{\Delta}} - \frac{1}{2k\epsilon_2 - b + \sqrt{\Delta}} \right) d\epsilon_2 = \int dt \quad (10)$$

注意到初始条件为 $\epsilon_2|_{t=0} = 0$, 并联立式(5)、式(6)和式(8), 可得

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{2\sigma_0(1 - e^{\sqrt{\Delta}t/\eta_2})}{b(1 - e^{\sqrt{\Delta}t/\eta_2}) - \sqrt{\Delta}(1 + e^{\sqrt{\Delta}t/\eta_2})} + \frac{\sigma_0}{\eta_1} t \quad (11)$$

分别对式(11)时间 t 求一阶、二阶导数, 可知 $\epsilon > 0, \dot{\epsilon} > 0, \ddot{\epsilon} < 0$ 。这表明, 当外加蠕变应力 $\sigma_0 < \frac{b^2}{4k}$ 时, 试件不会发生蠕变破坏。

(2) $\Delta = 0$, 即 $\sigma_0 = \frac{b^2}{4k}$, 积分式可写成

$$\int \frac{4k\eta_2}{(2k\epsilon_2 - b)^2} d\epsilon_2 = \int dt \quad (12)$$

注意到初始条件为 $\epsilon_2|_{t=0} = 0$, 并联立式(5)、式(6)和式(8), 可得

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{2\sigma_0 t}{bt + 2\eta_2} + \frac{\sigma_0}{\eta_1} t \quad (13)$$

分别对式(13)时间 t 求一阶、二阶导数, 可知 $\epsilon > 0, \dot{\epsilon} > 0, \ddot{\epsilon} < 0$ 。这表明, 当 $\sigma_0 = \frac{b^2}{4k}$ 时, 试件也不会发生蠕变破坏。

(3) $\Delta < 0$, 即 $\sigma_0 > \frac{b^2}{4k}$, 积分式可写成

$$\int \frac{4k\eta_2}{(2k\epsilon_2 - b)^2 + (\sqrt{-\Delta})^2} d\epsilon_2 = \int dt \quad (14)$$

注意到初始条件为 $\epsilon_2|_{t=0} = 0$, 并联立式(5)、式(6)和式(8), 可得

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{2\sigma_0 \tan(\sqrt{-\Delta} t / 2\eta_2)}{\sqrt{-\Delta} + b \tan(\sqrt{-\Delta} t / 2\eta_2)} + \frac{\sigma_0}{\eta_1} t \quad (15)$$

分别对式(15)时间 t 求一阶、二阶导数, 可得

$$\dot{\epsilon} = \frac{\sigma_0(-\Delta) \sec^2(\sqrt{-\Delta} t / 2\eta_2)}{\eta_2(\sqrt{-\Delta} + b \tan(\sqrt{-\Delta} t / 2\eta_2))^2} + \frac{\sigma_0}{\eta_1} \quad (16)$$

$$\ddot{\epsilon} = [\sigma_0 b(-\Delta) \sec^2(\sqrt{-\Delta} t / 2\eta_2) \cdot (\sqrt{-\Delta} \tan(\sqrt{-\Delta} t / 2\eta_2) - b)] / \eta_2^2 [\sqrt{-\Delta} + b \tan(\sqrt{-\Delta} t / 2\eta_2)]^3 \quad (17)$$

令 $\ddot{\epsilon} = 0$, 可以容易得到该方程的解 t^* 为

$$t^* = \frac{2\eta_2}{\sqrt{-\Delta}} \arctan\left(\frac{b}{\sqrt{-\Delta}}\right) \quad (18)$$

式中: t^* 为蠕变曲线出现拐点(蠕变破坏)的时间。

则有:

(1) 当 $0 < t < t^*$ 时, $\epsilon > 0, \dot{\epsilon} > 0, \ddot{\epsilon} < 0$;

(2) 当 $t > t^*$ 时, $\epsilon > 0, \dot{\epsilon} > 0, \ddot{\epsilon} > 0$ 。

这表明, 在拐点之前, 蠕变速度逐渐减小, 试件处于减速蠕变阶段; 拐点达到极小值之后, 蠕变速度又逐渐增大, 试件处于加速蠕变阶段。这与图1描述的蠕变曲线能较好地吻合, 非线性蠕变模型能较好地反映沥青混合料3阶段的蠕变特性。 t^* 可以作为研究沥青混合料蠕变性能的一个新指标, t^* 越大, 表示试件蠕变破坏所需要的荷载作用时间越长, 即沥青混合料抵抗永久变形的能力越强。

3 模型参数的确定方法

模型中共有5个参数要求确定。由图1可知, 当 σ_0 作用于试件上时, 由 E_1 引起的弹性变形可瞬间完成。因此, $t=0$ 时所对应的 σ_0 与 ϵ 的比值即为 E_1 。另外4个流变参数(k, b, η_1, η_2)需通过最小二乘法求取。从蠕变曲线中读取 N 对 (ϵ_i, t_i) , t_i 对应着一个通过式(11)、式(13)或式(15)所得的理论应变值 $\bar{\epsilon}_i$ 及

一个实测应变值 ε_i 。设 $Q(k, b, \eta_1, \eta_2)$ 为应变实测值与理论值差的平方和,即

$$Q(k, b, \eta_1, \eta_2) = \sum_{i=1}^N (\bar{\varepsilon}_i - \varepsilon_i)^2 \tag{19}$$

最小二乘法的原理就是通过各参数的取值,使得 $Q(k, b, \eta_1, \eta_2)$ 取得极小值,只须使各参数满足

$$\frac{\partial Q}{\partial \eta_1} = 0, \frac{\partial Q}{\partial \eta_2} = 0, \frac{\partial Q}{\partial k} = 0, \frac{\partial Q}{\partial b} = 0 \tag{20}$$

先假定一组流变参数 (k, b, η_1, η_2) 的初始近似值 $(k^0, b^0, \eta_1^0, \eta_2^0)$,通过应变对各流变参数的偏导函数可求得一组 $(\Delta k, \Delta b, \Delta \eta_1, \Delta \eta_2)$,从而求得一组新的 $(k^1, b^1, \eta_1^1, \eta_2^1)$,再以此为基础进行新一轮的迭代。这样反复计算,直到 4 个流变参数使得式(20)等式两边在精度范围内相等即可。理论曲线对实测曲线的拟合程度由相关系数 R^2 确定,则有

$$\left. \begin{aligned} R^2 &= \frac{U}{Q+U} \\ U &= \sum_{i=1}^N (\bar{\varepsilon}_i - \bar{\varepsilon})^2 \\ Q &= \sum_{i=1}^N (\bar{\varepsilon}_i - \varepsilon_i)^2 \end{aligned} \right\} \tag{21}$$

式中: $\bar{\varepsilon}$ 为各实测应变值的算术平均值。

4 实例分析

为验证改进模型的准确性,在 UTM 试验机上分别进行 SMA13 和 AC13 两种类型沥青混合料的单轴静载蠕变试验。为加快蠕变试验进程,试验荷载为 0.7 MPa,试验温度为 60 ℃。SMA13 采用 SBS 改性沥青,AC13 采用 AH70# 普通沥青,配合比设计见表 1。

表 1 沥青混合料配合比

混合料类型	油石比/%	下列筛孔(mm)的通过率/%										
		16	13.2	9.5	4.75	2.36	1.18	0.6	0.3	0.15	0.075	
AC13	4.9	100	96.3	70.1	42.1	29.6	21.0	16.4	11.2	8.1	6.4	
SMA13	6.2	100	95.4	61.1	30.0	23.7	17.5	13.0	11.7	11.2	10.2	

蠕变试验曲线见图 5。在上述试验条件下,沥青混合料经历了 3 阶段蠕变,可通过式(15)进行迭代。

为方便拟合,令 $\frac{\sqrt{-\Delta}}{2\eta_2} = a$,则

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_0} + \frac{2\sigma_0 \tan(at)}{2a\eta_2 + b \tan(at)} + \frac{\sigma_0 t}{\eta_1} \tag{22}$$

编写上述迭代过程的相关程序,对蠕变试验结果进行分析,再代入相关反演式,可得沥青混合料非线性蠕变模型的参数。拟合参数结果见表 2(R^2 为相关系数);蠕变应变拟合曲线见图 5。而采用修正的

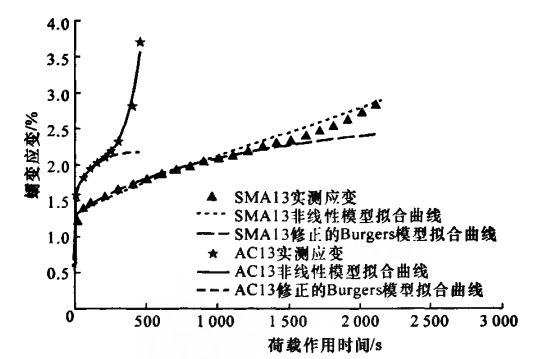


图 5 沥青混合料蠕变试验曲线及理论曲线

Burgers 模型拟合试验曲线时,也有 5 个参数要求取。 $t = 0$ 时所对应的 σ_0 与 ε 的比值即为 E_1 。另外 4 个参数 (A, B, E_2, η_2) 同样通过最小二乘法求取,拟合曲线见图 5。采用本文提出的模型,2 种沥青混合料的拟合曲线均与试验曲线吻合较好,而修正的 Burgers 模型所描述的流变特性与试验不相符,说明本文提出的非线性模型较好反映了 3 阶段的蠕变特性。

表 2 非线性蠕变模型参数

混合料类型	E_1 / MPa	k / MPa	b / MPa	η_1 / (MPa · s)	η_2 / (MPa · s)	R^2 / %
AC13	104.95	5 502.07	124.12	34 603	396.08	92.9
SMA13	134.36	8 360.36	153.33	104 260	790.12	97.2

5 结 语

(1)通过对 Burgers 模型粘弹性弹簧的改进,推导了非线性蠕变模型的本构方程,给出了模型稳定条件和蠕变破坏时间的定义,并应用最小二乘法原理,建立了模型参数的确定方法。

(2)通过 2 个实例进行了分析验证,结果表明,非线性蠕变模型能够较好地反映沥青混合料 3 阶段的蠕变过程;而蠕变破坏时间 t^* 可作为研究沥青混合料蠕变性能的一个新指标。

(3)非线性蠕变模型仍需要在更广范围的工程实践或室内试验基础上进行验证;同时 t^* 指标与其他永久变形、高温稳定性指标的相关性还值得进一步深入研究。

参考文献:

References:

[1] 黄晓明,吴少鹏,赵永利. 沥青与沥青混合料[M]. 南京:东南大学出版社,2002.

- span concrete-filled steel tube arch bridge[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2006, 26(2): 42-46.
- [3] 赵灿晖. 上承式钢桁拱桥面内极限承载力分析[J]. 交通运输工程学报, 2007, 7(6): 80-85.
ZHAO Can-hui. In-plane ultimate bearing capacity analysis of deck-type steel braced arch bridge[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2007, 7(6): 80-85.
- [4] 张 阳, 邵旭东, 蔡松柏, 等. 大跨桁式钢管混凝土拱桥空间非线性有限元分析[J]. 中国公路学报, 2006, 19(4): 65-70.
ZHANG Yang, SHAO Xu-dong, CAI Song-bai, et al. Spatial nonlinear finite element analysis for long-span trussed CFST arch bridge[J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(4): 65-70.
- [5] 赵跃宇, 劳文全, 冯 锐, 等. 内倾角对钢管混凝土提篮拱力学性能影响的分析[J]. 公路交通科技, 2007, 24(3): 56-58.
ZHAO Yue-yu, LAO Wen-quan, FENG Rui, et al. Effects of leaning angle on concrete-filled steel tube X arch bridge's mechanical properties analysis[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2007, 24(3): 56-58.
- [6] 胡庆安, 丁鹏程, 刘建新. 工序变化对钢管混凝土拱桥应力的影响[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2006, 26(5): 54-57.
HU Qing-an, DING Peng-cheng, LIU Jian-xin. Effect of different construction processes on steel-pipe-concrete arch bridge stress[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2006, 26(5): 54-57.
- [7] 涂光亚, 颜东煌, 邵旭东. 脱黏对桁架式钢管混凝土拱桥受力性能的影响[J]. 中国公路学报, 2007, 20(6): 61-66.
TU Guang-ya, YAN Dong-huang, SHAO Xu-dong. Influences of depending on mechanical behavior of trussed concrete-filled steel tubular arch bridge[J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 2007, 20(6): 61-66.
- [8] Nazmy A S. Stability and load-carrying capacity of three-dimensional long-span steel arch bridges[J]. Computer and Structures, 1997, 65(6): 857-868.
- 温稳定性[J]. 公路交通科技, 2005, 22(11): 54-56.
ZHOU Zhi-gang, FU Bo-feng. Applying the theory of viscoelasticity to evaluate thermal stability of asphalt mixtures[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2005, 22(11): 54-56.
- [6] 杜顺成, 戴经梁. 沥青混合料永久变形评价指标[J]. 中国公路学报, 2006, 19(5): 18-22.
DU Shun-cheng, DAI Jing-liang. Permanent deformation evaluation index of asphalt mixture[J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(5): 18-22.
- [7] Witczak M W, Kaloush K, Pellinen T. Simple performance test for superpave mix design[R]. Washington DC: National Academy Press, 2002.
- [8] 沈金安. 沥青与沥青混合料路用性能[M]. 北京: 人民交通出版社, 2001.
- [9] 邓学钧. 中国江阴长江大桥桥面沥青铺装层高温稳定性[J]. 交通运输工程学报, 2002, 2(2): 1-7.
DENG Xue-jun. Asphalt pavement stability at high temperature for the Jiangyin bridge in China[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2002, 2(2): 1-7.
- [10] 张肖宁. 沥青与沥青混合料的粘弹力学原理及应用[M]. 北京: 人民交通出版社, 2006.
-
- (上接第27页)
- [2] 郑健龙, 田小草, 应荣华. 沥青混合料热粘弹性本构模型的实验研究[J]. 长沙理工大学学报: 自然科学版, 2004, 1(1): 1-7.
ZHENG Jian-long, TIAN Xiao-ge, YING Rong-hua. A laboratory research on the thermo-viscoelastic constitutive model of bituminous mixture[J]. Journal of Changsha University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2004, 1(1): 1-7.
- [3] 延西利, 封晨辉, 梁春雨. 沥青与沥青混合料的流变特性比较[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2002, 22(5): 5-8.
YAN Xi-li, FENG Chen-hui, LIANG Chun-yu. Comparison of mechanical behavior between bitumen and bituminous mix[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2002, 22(5): 5-8.
- [4] 黄卫东, 吕伟民. 沥青及沥青混合料流变性质与动稳定度的关系[J]. 同济大学学报, 2000, 28(增刊): 501-504.
HUANG Wei-dong, LU Wei-ming. Relationship between rheological indexes and dynamic stability of rutting test[J]. Journal of Tongji University, 2000, 28(S): 501-504.
- [5] 周志刚, 傅博峰. 用粘弹性理论评价沥青混合料的高