

文章编号:1671-8879(2009)02-0019-05

费尔哈斯曲线在软土地基路堤沉降预测中的应用

尹利华^{1,2}, 王晓谋¹, 张留俊²

(1. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064; 2. 中交第一公路勘察设计研究院有限公司, 陕西 西安 710075)

摘要:为了预估软土地基路堤产生的沉降量,以费尔哈斯模型作为沉降预测回归模型,利用 3 段计算法和最小二乘拟合法对模型求解,对模型中的时间因子指数进行了讨论,并对费尔哈斯曲线法、双曲线法和星野法的沉降预测结果与实测结果进行了对比。结果表明:3 种方法预测结果接近实测值,费尔哈斯曲线法预测最终沉降量较双曲线法和星野法要大;采用费尔哈斯曲线,不需要人为确定起始参考点的时间和沉降值,减少了人为干扰因素,同时偏大的数值对工程来说也是较安全的。

关键词:道路工程;软土地基;沉降预测;费尔哈斯曲线;双曲线法;星野法

中图分类号:U416.12

文献标志码:A

Settlement prediction of embankment on soft clay ground by using Verhulst curve

YIN Li-hua^{1,2}, WANG Xiao-mou¹, ZHANG Liu-jun²

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 2. The First Highway Survey and Design Institute of China Co Ltd, Xi'an 710075, Shaanxi, China)

Abstract: In order to estimate the settlement of soft clay foundation embankment, taking Verhulst curve as regression analysis model, and the model is calculated with three-stage calculation method and least squares fitting method to predict the settlement. The time factor index of Verhulst curve model is also discussed. The prediction datum of Verhulst curve method, Hyperbola method and Xingye method are compared with the ones of actual measurement. It shows that the prediction results of three methods are very close to the actual settlements, and the final prediction result of Verhulst curve method is bigger than the ones of Hyperbola method and Xingye method. Adopting Verhulst curve does not need to confirm initiative time and settlement of reference point, it can reduce the influence of people's subjective factors, and the bigger prediction value means more safety in project. 3 tabs, 4 figs, 10 refs.

Key words: road engineering; soft clay ground; settlement prediction; Verhulst curve; Hyperbola method; Xingye method

0 引言

预估路堤沉降的方法主要有两大类:一类是通

过对地基的土样做试验来获取地基土的参数,选择合适的计算模型来计算地基的沉降量;另一类是通过

对实测的沉降数据进行回归分析,以获得沉降规

收稿日期:2008-04-12

基金项目:交通部规范专题研究项目(200102)

作者简介:尹利华(1980-),男,湖北嘉鱼人,中交第一公路勘察设计研究院有限公司工程师,长安大学工学博士研究生,E-mail: yinlihua888@163.com。

律,从而预测路堤的沉降量。对于前一种方法,由于土的本构关系和模型参数确定比较困难,在工程中很难采用。因此,如何通过实测沉降数据,预测路堤后期沉降量和最终沉降量,便成为工程技术人员关注的问题^[1-2]。

本文根据软土地基路堤实测沉降曲线的特点,以费尔哈斯曲线作为回归模型,利用 3 段计算法和最小二乘拟合法对模型求解,通过对费尔哈斯曲线法、双曲线法和星野法的沉降预测结果与实测结果进行对比分析,取得了较为理想的效果。

1 费尔哈斯预测模型(曲线)

1.1 费尔哈斯模型

费尔哈斯(Verhulst)曲线又称 S 型曲线,亦称泊松曲线或推理曲线,也有人称之为饱和曲线,模型表达式为^[3-4]

$$x^{(1)}(t) = \frac{a/b}{1 + [(a/bx^{(1)}(0)) - 1]e^{-a(t-1)}} \quad (1)$$

式中: $x^{(1)}(t)$ 为累加生成数列; $x^{(1)}(0)$ 为原始数列; a, b 均为待定系数; t 为时间。

由于该模型是根据一定的演变理论推导出来的,所以往往能比简单时间序列法提供更加精确的时间预测,该模型具有以下特点。

(1) 在 $x^{(1)}(t)$ 很小时, $dx^{(1)}(t)/dt$ 也很小,系统发展缓慢(即初期发展慢)。

(2) 在 $x^{(1)}(t)$ 较大时, $dx^{(1)}(t)/dt > 0$, 系统发展较快(即中期发展快)。

(3) 当 $x^{(1)}(t) = |a|/|b|$, 则 $dx^{(1)}(t)/dt = 0$, $x^{(1)}(t)$ 不再增大(即后期逐渐趋于稳定)。

通过观测大部分填方路段沉降曲线,以及查阅很多相关的文献资料^[5],可以看出,实测沉降曲线形状通常如图 1 所示。

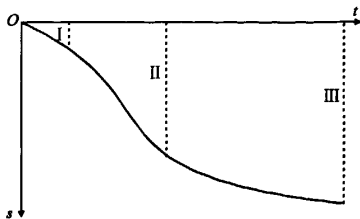


图 1 实测 $s-t$ 曲线

典型沉降曲线大致可以分为 3 段,在开始阶段,沉降增长慢,曲线斜率小(ds/dt 值小, s 为沉降量);在中段,沉降发展逐渐增大,曲线斜率逐渐增大(ds/dt 值增大),沉降发展快;在后期,沉降逐渐趋于稳定,增加值趋于 0, ds/dt 趋于 0, 最终沉降量为一定值。

由上述规律可以看出,这种沉降发生、发展和稳定的规律与费尔哈斯曲线模型相当吻合。

1.2 费尔哈斯模型的求解

1.2.1 3 段计算法

从式(1)可以得到

$$y_t = \frac{c}{1 + a'e^{b't}} \quad (2)$$

式中: y_t 为 t 时刻的预测值; a', b', c 均为待定参数。

3 段计算法^[6] 求费尔哈斯曲线方程中的参数有以下两点要求:

(1) 时间序列中的数据项或时间的期数是 3 的倍数,并把总项数分为 3 段,每段含 $n/3 = r$ 项。

(2) 自变量时间 t 的间隔相等或时间长短相等,前后连续, t 由 1 开始按顺序编,即取 $t = 1, 2, 3, \dots, n$; 按此要求,则时间序列中各项数分别为 $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$, 将其分为 3 段,第 1 段为 $t = 1, 2, 3, \dots, r$, 第 2 段为 $t = r+1, r+2, r+3, \dots, 2r$, 第 3 段为 $t = 2r+1, 2r+2, 2r+3, \dots, 3r$ 。

设 S_1, S_2, S_3 分别为 3 个段内各项数值的倒数和,即 $y_t (t = 1, 2, \dots, n)$ 为不同时刻 t 对应的沉降量

$$S_1 = \sum_{t=1}^r \frac{1}{y_t}, S_2 = \sum_{t=r+1}^{2r} \frac{1}{y_t}, S_3 = \sum_{t=2r+1}^{3r} \frac{1}{y_t} \quad (3)$$

则参数为

$$b' = \frac{\ln[(S_1 - S_2)/(S_2 - S_3)]}{r} \quad (4)$$

$$c = \frac{r}{S_1 - (S_1 - S_2)^2 / [(S_1 - S_2) - (S_2 - S_3)]} \quad (5)$$

$$a' = \frac{(S_1 - S_2)^2 (1 - e^{-b'})}{[(S_1 - S_2) - (S_2 - S_3)] e^{-b'} (1 - e^{-b'})} \quad (6)$$

1.2.2 最小二乘拟合法

式(1)可以变形为

$$y_t = \frac{c}{1 + e^{d-b't}} \quad (7)$$

$$\ln\left(\frac{c}{y_t} - 1\right) = d - b't \quad (8)$$

$$\text{令 } y = \ln\left(\frac{c}{y_t} - 1\right) \quad (9)$$

$$\text{则 } y = d - b't \quad (10)$$

式中: y, d 均为待定参数。

由于费尔哈斯曲线模型具有单调递增的特性,当 $t \rightarrow \infty$ 时, $y_t = c$, 故求参数 c 时,首先假定其初始值为时间序列中的实测最大值,给出一定的步长递增,在计算机中通过多次试算来确定; c 值确定后,通过最小二乘拟合法可以求出 d, b' , 上述所有过程都可以编写计算程序,通过计算机来实现。

1.3 费尔哈斯模型的时间因子

对费尔哈斯曲线的特点进行研究,发现通过对模型中的时间因子增加一个指数,并对指数进行调整,则预测值不仅可以与实测沉降数据保持较高的相关性,也可以得到较满意的最终沉降回归结果。以成都—南充高速公路 K73+000 断面沉降观测资料为例,对时间因子指数分别取值为 0.3、0.4、0.5、1,利用最小二乘拟合法对模型求解,所得结果如表 1、图 2 所示。

从表 1、图 2 可以看出,随着时间因子指数的逐渐变化,最终沉降量也在变化,指数逐渐减小,后期沉降会逐渐增大,其后期次固结持续的时间也逐渐延长,这就较好地解决了其他沉降曲线回归的最终沉降量偏小的问题。通过对不同类型软土地基路段的回归发现,对一般的软土地基路段,指数在 0.5 ~

0.2 之间较为合理;对于软土地基深度较深或次固结时间较长的路段,指数在 0.30 ~ 0.05 之间较为合理。由此发现一个普遍的规律:一般软土地基后期沉降稳定时间越长,其选用的指数也应该越小。

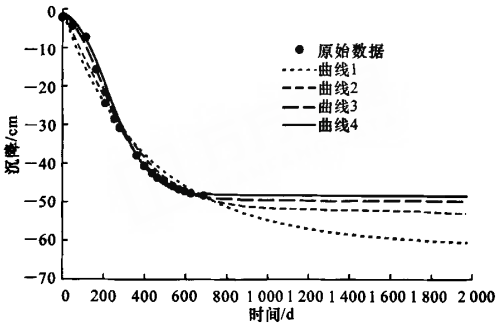


图 2 成都—南充高速公路 K73+000 断面不同的费尔哈斯沉降回归曲线

表 1 成都—南充高速公路 K73+000 断面沉降费尔哈斯曲线预测结果

	回归方程	最终沉降 / cm	相关系数	显著性	剩余 标准差	回归值与实测 值误差 /cm	相对误差 / %
曲线 1	$Y = 62.45/[1 + \exp(4.56 - 0.823\ 63X^{0.3})]$	62.45	0.977	560.0	3.315	7.65	14.0
曲线 2	$Y = 53.49/[1 + \exp(4.37 - 0.490\ 26X^{0.4})]$	53.49	0.989	1 218.0	2.276	-1.31	-2.4
曲线 3	$Y = 50.15/[1 + \exp(4.82 - 0.314\ X^{0.5})]$	50.15	0.998	5 896.0	0.941	-4.65	-8.5
曲线 4	$Y = 48.61/[1 + \exp(3.01 - 0.012\ 2X)]$	48.61	0.991	1 447.0	1.888	-6.19	-11.3

备注: X 为时间(d); Y 为沉降量(cm); 实测最终沉降量为 54.8 cm。

2 预测方法的比较

2.1 双曲线法

双曲线法是假定路堤下沉平均速率以双曲线形式减少的经验推导法,从填土开始到任意时刻 t 的沉降量 S_t 可表示为^[7-8]

$$S_t = S_0 + \frac{t}{\alpha + \beta t} \tag{11}$$

式中: S_0 为初期沉降量($t = 0$); α, β 为从实测值求得的系数,分别表示直线的截距和斜率,如图 3 所示。

当 $t \rightarrow \infty$ 时,最终沉降量 S_∞ 为

$$S_\infty = S_0 + \frac{1}{\beta} \tag{12}$$

2.2 星野法

星野法是基于太沙基固结理论得出的固结度 U 与时间 t 的平方根成正比的关系,通过对在现场获取的实测沉降值研究,认为包括剪切变形沉降的总沉降量与时间平方根成正比,计算公式为^[9-10]

$$S_t = S_0' + \frac{AK \sqrt{(t - t_0')}}{\sqrt{1 + K^2(t - t_0')}} \tag{13}$$

式(13)可改写为

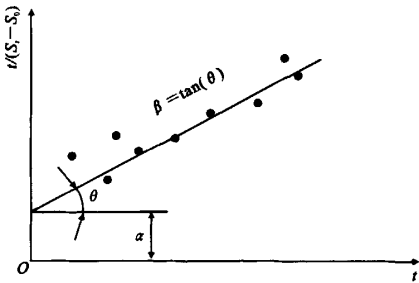


图 3 确定系数 α 和 β

$$\frac{t - t_0'}{(S_t - S_0')^2} = \frac{1}{A^2 K^2} + \frac{1}{A^2} (t - t_0') \tag{14}$$

式中: S_0' 为瞬时加载产生的瞬时沉降量; t_0' 为瞬时沉降时的时间; K 为影响沉降速度的系数; A 为求 $t \rightarrow \infty$ 时最终沉降值的系数。

$(t - t_0')/(S_t - S_0')^2$ 与 $(t - t_0')$ 的关系,正是斜率为 $1/A^2$ 、截距为 $1/(A^2 K^2)$ 的直线。据此,可用图解法求出系数 A 和 K (图 4,见下页),步骤如下:

(1) 先假定 t_0' 和 S_0' ,由实测数据可以计算出 $(t - t_0')/(S_t - S_0')^2$ 与 $(t - t_0')$,如图 4 所示。

(2) 再假定几组 t_0', S_0' 进行计算,在假定的 t_0' 和 S_0' 中选出线性最好的一组,来确定 A, K 值。

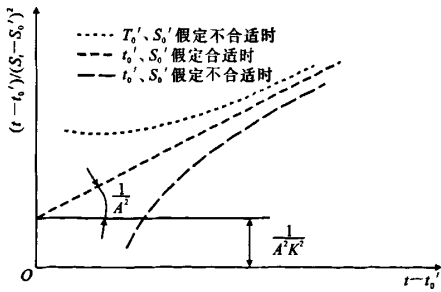


图4 确定系数A和K

(3) 将确定的 A, K, t_0' 和 S_0' 代入式(13),即可计算任意时刻 t 的沉降量 S_t 。

当式(13)中的 $t \rightarrow \infty$ 时,便可得到星野法计算最终沉降量的公式为

$$S_{\infty} = S_0' + A \tag{15}$$

2.3 比较分析

通过与实测沉降的比较,可以直观地评价不同预测方法的可靠性。分别以京津塘(北京—天津—塘沽)高速公路和河北沿海高速公路软基处理试验工程部分沉降观测数据为例,其中:京津塘高速公路软基处理试验工程观测起始时间为1987年5月,结束时间为1991年5月,历时约4年;河北沿海高速

公路软基处理试验工程观测起始时间为2006年5月,结束时间为2007年3月,历时大于300 d。

对京津塘高速公路软基处理试验工程沉降观测的数据,分别用双曲线法、星野法和费尔哈斯曲线法预测最后1 d(累计观测时间最长)的沉降与实测值比较,结果如表2所示;对河北沿海高速公路软基处理试验工程 K143+475 断面,分别用双曲线法、星野法和费尔哈斯曲线法预测不同时间的沉降与实测值比较,结果如表3所示。

从表2、表3中可以看出,3种方法的预测结果相近,都接近实测值;费尔哈斯曲线法预测的最终沉降量较双曲线法和星野法要大。

从双曲线法和星野法的求解可以看出,确定式(11)、式(13)中的系数 α, β, A, K 时,需要确定曲线起始点的时间和沉降值 (t_0, S_0) 。路堤在施工初期,由于加载等外因的影响,路堤尚未进入正常的沉降阶段,这也导致起始点的时间和沉降值的确定存在一定的偏差。采用费尔哈斯模型求解时,能有效地避免初期观测数据的干扰,减少了人为因素,同时偏大的数值对工程来说也是较安全的,所以,选用费尔哈斯曲线预测沉降是适宜的。

表2 京津塘高速公路软基处理试验工程不同断面预测沉降与实测沉降的比较

断面 编号	观测 开始时间	观测 结束时间	观测结束 时的沉降 量/mm	双曲线法				星野法				费尔哈斯曲线法			
				预测值/ mm	相关 系数	误差/ %	最终沉降 量/mm	预测值/ mm	相关 系数	误差/ %	最终沉降 量/mm	预测值/ mm	相关 系数	误差/ %	最终沉降 量/mm
1	1987-05-10	1991-05-22	682	661	0.992	-3.1	688	667	0.989	-2.2	709	676	0.998	-0.9	718
2	1987-05-10	1991-05-22	668	645	0.987	-3.4	671	654	0.986	-2.1	692	677	0.995	1.3	716
3	1987-05-03	1991-05-22	722	700	0.989	-3.0	727	711	0.992	-1.5	752	736	0.993	1.9	769
4	1987-03-23	1991-05-22	348	333	0.983	-4.3	368	339	0.987	-2.6	400	341	0.988	-2.0	413

表3 河北沿海高速公路软基处理试验工程 K143+475 断面不同时间预测沉降与实测沉降的比较

时间/ d	实测值/ mm	双曲线法			星野法			费尔哈斯曲线法		
		预测值/mm	差值/mm	误差/%	预测值/mm	差值/mm	误差/%	预测值/mm	差值/mm	误差/%
245	34.00	35.53	1.53	4.50	32.82	-1.18	-3.47	32.91	-1.09	-3.21
252	36.25	36.95	0.70	1.93	35.45	-0.80	-2.21	35.57	-0.68	-1.88
260	37.67	37.92	0.25	0.66	36.79	-0.88	-2.34	36.38	-1.29	-3.42
265	38.13	38.28	0.15	0.39	37.44	-0.69	-1.81	37.45	-0.68	-1.78
272	39.64	38.87	-0.77	-1.94	38.18	-0.46	-3.68	39.87	0.23	0.58
307	40.82	40.58	-0.24	-0.59	40.36	-0.46	-1.13	41.41	0.59	1.45

备注:(1)双曲线法,曲线相关系数为0.981;线性相关系数为0.905;最终沉降为43.68 mm。(2)星野法,曲线相关系数为0.939;线性相关系数为0.998;最终沉降为44.51 mm。(3)费尔哈斯曲线法,曲线相关系数为0.989;线性相关系数为0.984;最终沉降为49.03 mm。

3 结 语

(1)经工程实例分析,费尔哈斯曲线法、双曲线法和星野法沉降预测结果接近实测值,费尔哈斯曲线法预测最终沉降量较双曲线法和星野法要大,采

用费尔哈斯曲线拟合时,不需要确定起始参考点的时间和沉降值,减少了人为干扰因素,同时偏大的数值对工程来说也是较安全的,故选用费尔哈斯曲线预测沉降是适宜的。

(2)通过对费尔哈斯曲线模型增加时间因子指

数,可以获得更好的回归效果;随着时间因子指数的逐渐变化,最终沉降量也在变化,指数逐渐减小,后期沉降会逐渐增大,其后期次固结持续的时间也逐渐延长;费尔哈斯曲线能较好地解决其他沉降曲线回归的最终沉降量偏小的问题。

参考文献:

References:

- [1] 宇云飞,张文彤,张梅.泊松曲线在软土路基沉降预测中的应用研究[J].河北农业大学学报,2004,27(4):96-99.
YU Yun-fei,ZHANG Wen-tong,ZHANG Mei. Study of Poisson curve in prediction of soft roadbed settlement[J]. Journal of Agricultural University of Hebei, 2004,27(4):96-99.
- [2] 王东耀,折学森,叶万军,等.高速公路软基最终沉降预测的范例推理方法[J].长安大学学报:自然科学版,2006,26(1):20-23,42.
WANG Dong-yao,SHE Xue-sen,YE Wan-jun,et al. Case-based reasoning approach to settlement of expressway on soft foundation[J]. Journal of Chang'an University; Natural Science Edition,2006,26(1):20-23,42.
- [3] 冯炜. MATLAB-ANN 系统在高速公路软土地基沉降预测中的应用[D]. 西安:长安大学,2005.
- [4] 王福建,李铁强,俞传正. 道路交通事故灰色 Verhulst 预测模型[J]. 交通运输工程学报,2006,6(1):122-126.
WANG Fu-jian,LI Tie-qiang,YU Chuan-zheng. Grey Verhulst predictive model of road traffic accidents[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering,2006,6(1):122-126.
- [5] 左其亭,马军霞,张能奎. 建筑物沉降量预测和最终沉降量早期确定的灰色 Verhulst 模型[J]. 岩土工程技术,1998,43(1):59-62.
ZUO Qi-ting,MA Jun-xia,ZHANG Neng-kui. Verhulst grey forecast model and the terminal model of the building settlement[J]. Geotechnical Engineering Technique,1998,43(1):59-62.
- [6] 辛金珉,梅国雄. 泊松曲线的特征及其在沉降预测中的应用[J]. 重庆建筑大学学报,2001,23(1):30-35.
ZAI Jin-min,MEI Guo-xiong. Feature of poisson curve and its application to displacement forecast[J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2001, 23(1):30-35.
- [7] 张留俊,王福胜,李刚. 公路地基处理设计施工实用技术[M]. 北京:人民交通出版社,2002.
- [8] 李又云,刘保健,谢永利. 饱和软土地基固结沉降的现场测试[J]. 长安大学学报:自然科学版,2006,26(6):1-5.
LI You-yun,LIU Bao-jian,XIE Yong-li. Spot test of consolidation settlement of soft clay foundation[J]. Journal of Chang'an University; Natural Science Edition,2006,26(6):1-5.
- [9] 张留俊,黄晓明,冯炜,等. 人工神经网络在路堤沉降预测中的应用[J]. 公路交通科技,2006,23(5):7-10.
ZHANG Liu-jun,HUANG Xiao-ming,FENG Wei,et al. Settlement prediction of embankment on soft ground by using artifical neural networks[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development,2006,23(5):7-10.
- [10] 张留俊,黄晓明,王攀,等. 泥炭的微观结构及工程性质[J]. 中国公路学报,2007,20(1):47-51,117.
ZHANG Liu-jun,HUANG Xiao-ming,WANG Pan,et al. Micro-structure and engineering properties of peat[J]. China Journal of Highway and Transport, 2007,20(1):47-51,117.

陕西省小河至安康高速公路将于2009年5月底通车

小河至安康高速公路(小康高速)将于2009年5月28日通车。届时,西安至安康只需2h,陕西省10市1区将全部通高速公路。

小康高速是国家高速公路包茂线西安以南路段的组成部分,也是陕西省高速公路网中南北向的主要干线。小康高速起自陕西省旬阳县小河乡,接柞水至小河高速公路,经小河、桐木、麻坪、茨沟等7乡镇,连接在建的安康至紫阳(陕川界)高速公路及国道316线;路线全长58.26km,计划工期为4年,投资约51.8亿元,设计行车时速80km,为双向4车道。