

文章编号:1671-8879(2008)06-0046-05

# 钢筋混凝土杆系结构拉压不对称弹塑性本构关系

严建科<sup>1,2</sup>, 宋一凡<sup>1</sup>, 贺拴海<sup>1</sup>

(1. 长安大学 桥梁与隧道陕西省重点实验室, 陕西 西安 710064;  
2. 中交第一公路勘察设计研究院有限公司, 陕西 西安 710075)

**摘要:**根据钢筋混凝土桁架拱桥的各杆件均以承受轴力为主、节点处弯矩较小的受力特点,并基于钢筋与混凝土共同工作、协调变形原理,推导出适合钢筋混凝土桁架单元分析的理想弹塑性复合材料拉压不对称本构关系。对某钢筋混凝土桁架连拱桥,应用推导的本构关系,采用空间梁单元建立桁架连拱数值分析模型,结合静载试验对该本构关系进行校核检验。结果表明:各工况下各测点的变位和应变的计算值与相应实测值比较接近,尤其是非线性计算结果与实测结果非常接近;给出的钢筋混凝土杆系拉压不对称弹塑性本构关系有足够的可靠性,可供同类桥梁结构分析应用。

**关键词:**桥梁工程;桁架拱桥;有限元;本构关系;材料非线性

**中图分类号:**U448.211 **文献标志码:**A

## Steel and concrete linkage dissymmetrical elastic-plastic constitutive relation of stress-strain

YAN Jian-ke<sup>1,2</sup>, SONG Yi-fan<sup>1</sup>, HE Shuan-hai<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory for Bridge and Tunnel of Shaanxi Province, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 2. Chinese First Institute Limited Corporation of Highway Survey and Design, Xi'an 710075, Shaanxi, China)

**Abstract:** Because all staffs of RC trussed arch bridge mainly bear axial forces and only bear very small bending moment near the nodes, so spatial beam cells can be adopted to simulate the structure. Moreover, based on the theory that the steel and concrete can work together and distort in the phase, the steel and the concrete of RC trussed structure can be equal to a ideal elastic-plastic structure with dissymmetrical constitutive relation of stress-strain, the constitutive relation can benefit the same kind of RC trussed structure. Based on a trussed arch bridge, finite element models are established through computer, and the data analysis effects are compared with the effects of loaded testing. The result show that: the calculated value of the deflection and the strain of all measuring points is close to the corresponding measured value of that, especially the nonlinearity calculated value of that is very close to the corresponding measured value of that; the steel and concrete linkage dissymmetrical elastic-plastic constitutive relation of stress-strain is exact, and it can be adopted in the same kind of bridges' structure analysis. 1 tab, 15 figs, 10 refs.

收稿日期:2007-12-06

基金项目:国家西部交通建设科技项目(200731881232)

作者简介:严建科(1979-),男,陕西眉县人,中交第一公路勘察设计研究院有限公司工程师,长安大学工学博士研究生。

E-mail:yanjianke79@163.com.

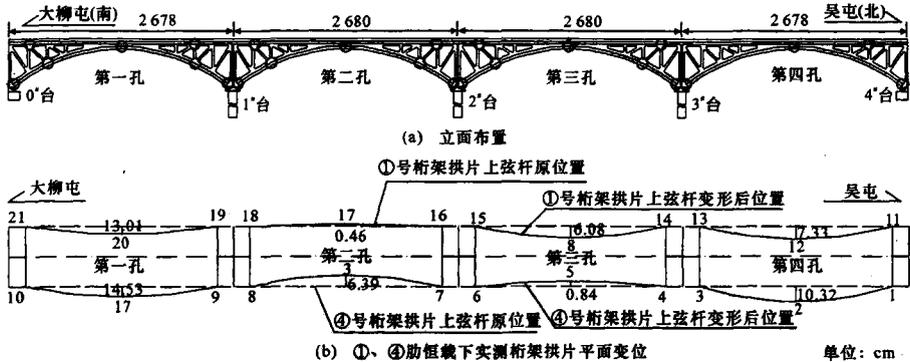
Key words: bridge engineering; trussed arch bridge; finite element; constitutive relation; material non-linearity

### 0 引言

在钢筋混凝土桁架拱桥极限承载力分析中,需考虑几何非线性及材料非线性的双重非线性分析方法<sup>[1-2]</sup>。对单一材料可采用梁单元建立数值分析模型,对由钢筋和混凝土两种材料组成的结构,为了模拟它们之间的相互作用,通常只能建立实体模型。但在极限承载力分析中,必须将荷载分为若干荷载步或子步进行平衡迭代,对于钢筋混凝土杆系结构,这类实体模型求解需要耗费很多时间,计算精度也受到影响。为此,本文分析钢筋与混凝土共同工作,建立钢筋混凝土桁架单元分析的理想弹塑性复合材料拉压不对称本构关系,在简化计算量的同时,仍能准确进行钢筋混凝土桁架拱桥极限承载力分析。

### 1 桁架拱桥结构特点

某桁架连拱桥立面、平面及横断面如图 1、图 2 所示。桁架拱桥上部结构由下弦杆、上弦杆、竖杆、斜杆、横系梁、微弯板等主要构件组成。节点是桁架杆件的交会处,担负着杆件之间的内力传递。理想桁架节点是铰结,但考虑到施工等因素,钢筋混凝土桁架拱桥的节点均为刚结,而且一般满足下列要求:①杆件轴线在节点处相交于一点,产生的附加弯矩较小;②相邻杆件的外边线相交处应以直线或圆弧过渡,以形成节点块,过渡段设倒角钢筋,且伸入弦杆一定深度;③受拉杆件的主筋应伸过节点中心,并带弯钩;④从受力和构造上必须保证拉杆不会从节点中拔出,相邻压杆间不致被剪穿(劈裂)。



注:○所示位置为结构破坏处,主要有拱脚、L/4、跨中处下弦杆、横系梁和弦杆连接处以及部分微弯板,L为跨度,1,2,...,21为测点号。

图 1 桁架连拱桥立面布置和①、④肋恒载下实测桁架拱片平面变位

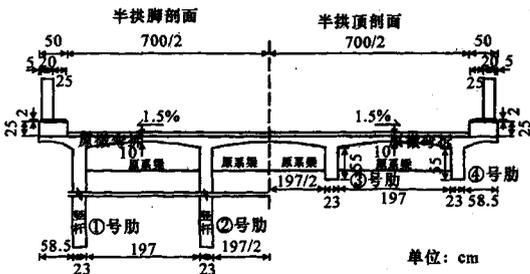


图 2 桁架连拱桥横断面

从受力来看,桁架拱桥杆件节点具有以下特点:①由于各杆件在节点处交汇,所以在各个转折点和截面突变处有一定的应力集中现象,节点中心受力不大;②节点块处,各方向的结构单元都或多或少可以承担一部分负荷,所以节点处采取的圆弧过渡、设置横向联系、各杆件互相伸入等措施,将减少应力集

中现象;③在空间程序中,对于桁架体系,将节点做为刚结点处理,对节点块的分析可能带来误差,但对于整个体系或者节点块以外,则几乎没有影响。针对桁架拱桥杆件以及节点的上述特点,桥跨结构各杆件均以受轴向力为主,在节点处存在较小弯矩,因此对桥跨结构各杆件可采用梁单元建模。

### 2 基本材料的本构关系

#### 2.1 混凝土的本构关系

混凝土受压区应力-应变关系曲线呈明显的非线性形状,这方面已有许多学者作过大量的研究,较为实用的有 Sargin 的单一有理分式模式、Rusch 二次抛物线加水平直线模式、Hognestad 二次抛物线加斜直线模式、清华大学过镇海二次抛物线加有理分式模式等<sup>[3]</sup>。

Sargin 于 1971 年提出的单一有理分式模式,将应力-应变关系曲线的上升段和下降段用同一有理分式表示,简洁明了,而且整个曲线圆滑平顺,更能反映应力、应变变化的连续性。Sargin 模式可以表述为

$$\sigma_h = k_3 f_c \frac{A(\epsilon/\epsilon_c) + (D-1)(\epsilon/\epsilon_c)^2}{1 + (A+2)(\epsilon/\epsilon_c) + D(\epsilon/\epsilon_c)^2} \quad (1)$$

式中:  $k_3$  为侧向约束对强度的影响系数;  $f_c$  为混凝土的峰值应力;  $A$  为应变为 0 的切线弹性模量与峰值应力对应割线弹性模量之比;  $\sigma_h, \epsilon$  分别为混凝土的应力、应变;  $D$  为材料常数;  $\epsilon_c$  为与混凝土峰值应力  $f_c$  对应的应变。

本文研究的某桁架连拱桥,混凝土弹性模量  $E = 2.1134 \times 10^4$  MPa,  $f_c = 24.5$  MPa, 根据式(1), 其应力-应变关系如图 3 所示。

### 2.2 钢筋的本构关系

结合该桥实际情况, 根据对现场取样钢筋进行拉伸试验测得的数据, 将钢筋的本构关系简化为理想弹塑性材料, 钢筋弹性模量  $E_s = 2.05 \times 10^5$  MPa, 钢筋屈服应力  $\sigma_y = 316.06$  MPa, 屈服应变密度  $\rho = 7800$  kg/m<sup>3</sup>。钢筋的应力-应变关系见图 4,  $\epsilon_y$  为钢筋应变。材料非线性分析采用 VonMises 屈服准则。

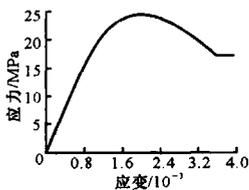


图3 混凝土的应力-应变关系曲线

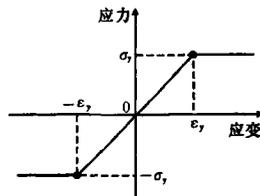


图4 钢筋的应力-应变关系曲线

### 3 钢筋混凝土杆系弹塑性本构关系

在分析钢筋混凝土结构时, 应考虑钢筋与混凝土的共同作用。桁架拱桥的整个桁架结构均以承受轴向压、拉为主, 下弦杆、上弦杆、斜杆、竖杆截面所受弯矩都很小。从已有的研究<sup>[4-10]</sup>可以看出, 拱桥的极限承载力破坏以压溃(材料破坏)为主, 所以在对该桥进行极限承载力分析时, 可采用下述处理方法: 换算弹性模量, 将钢筋混凝土按两种不同材料组成的复合材料来考虑(相当于将钢筋铺设于混凝土之中), 当混凝土开裂后, 主要考虑钢筋的作用。

本文把全桥钢筋混凝土桁架结构简化为理想的弹塑性材料, 其弹性范围内换算弹性模量的计算如表 1 所示。

表 1 换算弹性模量的计算

部位	钢筋面积/cm <sup>2</sup>	混凝土面积/cm <sup>2</sup>	换算弹性模量/GPa
拱肋	39.27	1265	30.86
上弦杆	15.20	460	31.27
竖杆	8.04	598	27.26
斜杆	8.04	552	27.49
横系梁一	15.20	325	34.09
横系梁二	22.81	600	38.89

钢筋和混凝土两种材料按照统一理论, 根据两种材料在混凝土开裂以前共同变形这一条件, 并假设开裂后混凝土完全退出工作, 在上述假设下, 可获得钢筋混凝土统一的本构关系

$$\sigma = \frac{N}{A_s} = \frac{\sigma_h(\epsilon)A_h + \sigma_g(\epsilon)A_g}{A_h} \quad (2)$$

式中:  $N$  为杆件截面所受轴力;  $A_s$  为截面面积;  $\sigma_h, A_h, \sigma_g, A_g$  分别为混凝土和钢筋的应力与面积,  $A_s$  近似等于  $A_h$ ;  $\sigma$  为钢筋混凝土的应力。

混凝土的本构关系为

$$\sigma_h = -24.5 \times \frac{1.7388(|\epsilon|/0.002) + (0.5-1)(|\epsilon|/0.002)^2}{1 + (1.7388-2)(|\epsilon|/0.002) + 0.5(|\epsilon|/0.002)^2} - 0.0036 \leq \epsilon \leq 0 \quad (3)$$

$$\sigma_h = 0 \quad \epsilon < -0.0036 \text{ 或 } \epsilon > 0 \quad (4)$$

钢筋的本构关系为

$$\sigma_g = -316.06 \quad -0.0036 \leq \epsilon \leq -0.001542 \quad (5)$$

$$\sigma_g = 2.05 \times 10^5 \epsilon \quad -0.001542 < \epsilon < 0.001542 \quad (6)$$

$$\sigma_g = 316.06 \quad -0.0036 \leq \epsilon \leq -0.001542 \quad (7)$$

$$\sigma_g = 0 \quad \epsilon < -0.0036 \text{ 或 } \epsilon > 0.0036 \quad (8)$$

由混凝土和钢筋的本构关系, 推导可得钢筋混凝土的本构关系。

钢筋和混凝土共同工作, 且钢筋受压屈服时, 有

$$\sigma = \left[ -24.5 \times \frac{1.7388(|\epsilon|/0.002) + (0.5-1)(|\epsilon|/0.002)^2}{1 + (1.7388-2)(|\epsilon|/0.002) + 0.5(|\epsilon|/0.002)^2} \cdot A_h - 316.06A_g \right] \frac{1}{A_h} - 0.0036 \leq \epsilon \leq -0.001542 \quad (9)$$

钢筋和混凝土共同工作, 且钢筋处于线性变化范围时, 有

$$\sigma = \left[ -24.5 \times \frac{1.7388(|\epsilon|/0.002) + (0.5-1)(|\epsilon|/0.002)^2}{1 + (1.7388-2)(|\epsilon|/0.002) + 0.5(|\epsilon|/0.002)^2} \cdot A_h - 2.05 \times 10^5 \epsilon A_g \right] \frac{1}{A_h}$$

$$-0.001\ 542 < \epsilon \leq 0 \quad (10)$$

混凝土开裂退出工作,且钢筋未屈服时,有

$$\sigma = \frac{2.05 \times 10^5 \epsilon A_g}{A_h} \quad 0 < \epsilon < 0.001\ 542 \quad (11)$$

混凝土开裂退出工作,且钢筋已屈服时,有

$$\sigma = \frac{2.05 \times 10^5 \epsilon A_g}{A_h} \quad 0.001\ 542 \leq \epsilon \leq 0.003\ 6 \quad (12)$$

$$\sigma = 0 \quad \epsilon < -0.003\ 6 \text{ 或 } \epsilon > 0.003\ 6 \quad (13)$$

本文研究的某桁架连拱桥在役多年,桥梁存在混凝土开裂、钢筋裸露等病害,故对两种材料共同作用性能予以折减。结合现场试验数据,对各应变下的应力乘以 0.8 的折减系数。不同杆件,由于所含钢筋质量不同,所以应力-应变关系各不相同。各杆件应力-应变关系曲线如图 5~图 10 所示。

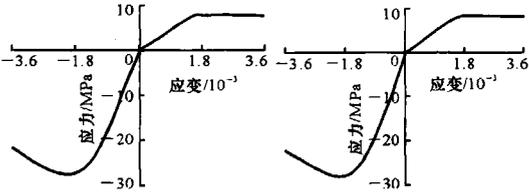


图 5 钢筋混凝土下弦杆 应力-应变关系曲线

图 6 钢筋混凝土上弦杆 应力-应变关系曲线

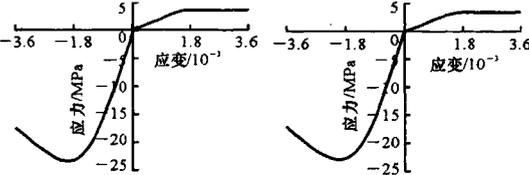


图 7 钢筋混凝土斜杆 应力-应变关系曲线

图 8 钢筋混凝土竖杆 应力-应变关系曲线

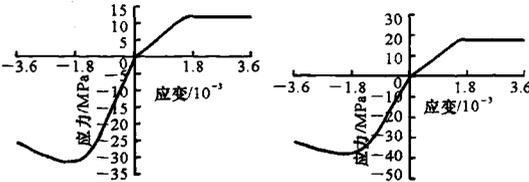


图 9 钢筋混凝土横系梁一 应力-应变关系曲线

图 10 钢筋混凝土横系梁二 应力-应变关系曲线

#### 4 计算值与试验结果对比分析

利用本文本构关系建立的有限元数值分析模型(图 11),分别在线弹性和考虑双重非线性效应的情况下,计算各种工况下各测点的挠度值和应变值,与静载试验对比得到各测点挠度和应变的相对比率曲线,如图 12~15 所示。

通过对静载试验得到各工况下各测点的挠度值

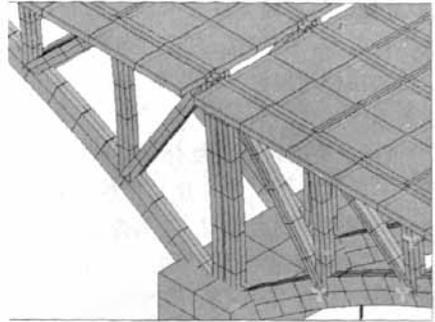


图 11 桁架连拱桥有限元模型局部放大

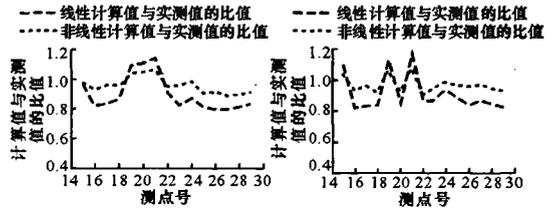


图 12 各测点在中载最不利 工况下挠度计算值与 实测值相对比率曲线

图 13 各测点在偏载最不利 工况下挠度计算值与 实测值相对比率曲线

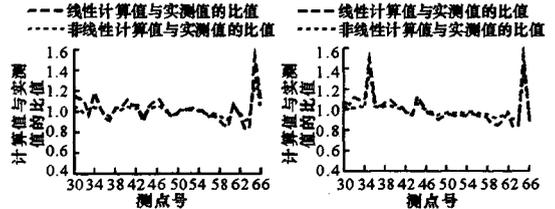


图 14 各测点在中载最不利 工况下应变计算值与 实测值相对比率曲线

图 15 各测点在偏载最不利 工况下应变计算值与 实测值相对比率曲线

和应变值以及相应的计算结果进行对比分析可知,各工况下各测点的变位和应变的计算值与相应的实测值的比值较接近 1,尤其是非线性计算结果,其挠度平均可达到实测结果的 0.90 倍,应变平均可达到实测结果的 1.01 倍。说明本文建立的有限元模型及构造的理想弹塑性复合材料本构关系有足够的可靠性,同时也说明了非线性计算有比线性计算更高的准确性。

#### 5 结 语

(1)钢筋混凝土桁架拱桥的各杆件均以受轴力为主,在节点处弯矩较小,基于钢筋与混凝土共同工作、协调变形原理,可以构造适合钢筋混凝土桁架单元分析的理想弹塑性复合材料拉压不对称的本构关系,采用空间梁单元建立桁架连拱分析模型。

(2)混凝土的本构关系采用 Sargin 单一有理分式模式本构关系,钢筋简化为理想弹塑性材料,推导适合于桁架拱桥的理想弹塑性复合材料拉压不对称的本构关系。

(3)推导的钢筋混凝土复合材料本构关系模式,应用于某钢筋混凝土桁架连拱桥结构分析,分析结果与桥梁静载试验吻合较好:尤其是非线性计算结果,挠度平均可达到实测结果的 0.90 倍,应变平均可达到实测结果的 1.01 倍。说明构建钢筋混凝土复合材料本构关系,在简化计算量的同时,能准确的进行钢筋混凝土桁架拱桥承载力尤其是极限承载力的分析。

#### 参考文献:

#### References:

- [1] 项海帆. 高等桥梁结构理论[M]. 北京:人民交通出版社,2001.
- [2] 陈天本. 桁式组合拱桥[M]. 北京:人民交通出版社,2001.
- [3] 贺拴海. 桥梁结构理论与计算方法[M]. 北京:人民交通出版社,2003.
- [4] 程进,江见鲸,肖汝诚,等. 大跨度拱桥极限承载力的参数研究[J]. 中国公路学报,2003,16(2):45-47. CHENG Jin, JIANG Jian-jing, XIAO Ru-cheng, et al. Parametric study of ultimate capacity of long-span arch bridges [J]. China Journal of Highway and Transport,2003,16(2):45-47.
- [5] 谭冬莲,肖汝诚. 基于 Levenberg-Marquardt 算法的桥梁结构静力参数识别[J]. 交通运输工程学报,2005,5(3):56-59. TAN Dong-lian, XIAO Ru-cheng. Static parameter identification of bridge structure based on Levenberg-Marquardt algorithm [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering,2005,5(3):56-59.
- [6] Sulaimani G J. Influence of corrosion and cracking on bond behavior and strength of reinforced concrete members[J]. ACI Structural Journal, 1990, 87(2): 220-231.
- [7] 张伟平,张誉. 锈胀开裂后钢筋混凝土粘结滑移本构关系研究[J]. 土木工程学报,2001,34(5):40-44. ZHANG Wei-ping, ZHANG Yu. Bond-slip relationship between corroded steel bars and concrete[J]. China Civil Engineering Journal,2001,34(5):40-43.
- [8] 过镇海,郭玉涛,徐焱,等. 混凝土非线性弹性正交异性本构模型[J]. 清华大学学报:自然科学版,1997,37(6):78-81. GUO Zhen-hai, GUO Yu-tao, XU Yan, et al. Non-linear elastic orthotropic constitutive model for concrete[J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology,1997,37(6):78-81.
- [9] Sadao K, Tatsurd S. Ultimate load carrying capacity of steel arches[J]. Journal of the Structural Division, 1977,103(12):2323-2336.
- [10] 郑凯峰,万鹏. 钢拱桥极限承载力的综合三因素检算法[J]. 中国铁道科学,2005,26(5):17-21. ZHENG Kai-feng, WAN Peng. Research on synthetical 3 factors checking method for the ultimate load carrying capacity of steel arch bridges[J]. China Railway Science,2005,26(5):17-21.
- [6] Weyers R E. Service life model for concrete structures in chloride laden environments[J]. ACI Materials Journal,1998,95(4):445-453.
- [7] 宗雪梅,胡大琳,郑勇. 既有桥梁技术状况评价及检算系数  $Z_1$  的确定 [J]. 长安大学学报:自然科学版,2006,26(4):63-67. ZONG Xue-mei, HU Da-lin, ZHENG Yong. Evaluation of technical state for existed bridge and determination of checking coefficient  $Z_1$  [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2006, 26(4):63-67.
- [8] Beeby A W. Corrosion of reinforcing steel in concrete and its relation to cracking[J]. The Structural Engineer,1978,56(3):77-81.
- [9] 仲伟秋,黄金鑫,赵国藩. 钢筋混凝土构件质量综合评判的变权模型[J]. 哈尔滨工业大学学报,2003,35(12):1452-1454. ZHONG Wei-qiu, GONG Jin-xin, ZHAO Guo-fan. Variable weight model for comprehensive identification of existing RC members' quality[J]. Journal of Harbin Institute of Technology,2003,35(12):1452-1454.
- [10] 任保双,范良. 在用钢筋混凝土简支梁桥结构综合评估方法[J]. 土木工程学报,2002,35(2):97-102. REN Bao-shuang, FAN Liang. Synthesized evaluation method for existing simple supported beam type RC bridge structures[J]. China Civil Engineering Journal, 2002,35(2):97-102.

(上接第 45 页)