

文章编号:1671-8879(2008)04-0027-05

基于剩余推力法的黄土高边坡稳定性可靠度分析

罗丽娟¹,赵法锁²,胡江洋²,王 辉²

(1. 长安大学 建筑工程学院,陕西 西安 710061; 2. 长安大学 地质工程与测绘学院,陕西 西安 710054)

摘 要:把边坡稳定性分析的剩余推力法与可靠度分析的 JC 法相结合,建立了基于剩余推力法的边坡稳定性可靠度分析模型,研制了相应计算程序,并对某黄土高边坡稳定性可靠度进行了实例分析。结果表明:该模型避免了每次迭代时要进行 R-F 变换,从而提高了计算效率;该模型及相应程序实现方法对基于其他稳定性分析法的边坡可靠度分析也具有一定的参考价值。

关键词:道路工程;黄土边坡;剩余推力法;边坡稳定性;可靠度指标

中图分类号:U418.54

文献标志码:A

Reliability of high loess slope stability based on residual thrust method

LUO Li-juan¹, ZHAO Fa-suo², HU Jiang-yang², WANG Hui²

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, Shaanxi, China; 2. School of Geological Engineering and Surveying, Chang'an University, Xi'an 710054, Shaanxi, China)

Abstract: Based on the integration of JC method and residual thrust method for analyzing the slope stability, the reliability model of slope stability and relative program are developed. An example about high loess slope is provided to demonstrate the better efficiency of the model. The results show that: this model can avoid the R-F equivalent normal transformation of every iterative calculation at checking point; this model has reference value for the other slope stability analysis methods. 2 tabs, 4 figs, 14 refs.

Key words: road engineering; loess slope; residual thrust method; slope stability; reliability index

0 引 言

随着工程规模的日益增大,遇到的边坡稳定问题也越来越突出,边坡稳定性分析已成为土木工程中的重要研究课题^[1]。边坡岩土层面及边界条件的不确定性、岩土参数的变异性、荷载及分布的不确定性和计算模型的不确定性、偶然荷载和渗流场等都导致了边坡稳定性的不确定性,研究这些不确定性因素影响下的边坡稳定程度就成为边坡稳定性的可靠度问题。汪小刚等^[2]和 Venzio^[3]采用 Monte Carlo 法对边

坡潜在滑面和岩土参数进行了分析;Christian 等^[4]采用可靠度理论分析了边坡在地震作用下的稳定性;武清玺等^[5]以随机块体理论为基础确定最大可能失稳岩体,考虑滑动型式、结构面参数及荷载的随机性,分析了拱坝坝肩的抗滑稳定可靠度,但没有考虑滑移边界和结构面产状的随机性;徐建平等^[6]将摄动随机有限元法用于分析顺层岩质边坡的可靠性,克服了因 Monte Carlo 法与有限元法相结合而计算量大的缺陷,但降低了计算精度;李亮等^[7]应用极限分析下限法求解边坡的极限承载力,并利用

收稿日期:2007-08-20

基金项目:长安大学青年科技基金项目(06Q14)

作者简介:罗丽娟(1973-),女,山西平遥人,讲师,工学博士研究生,E-mail:luojuan@chd.edu.cn.

Monte Carlo 法获得了边坡承载力下限解的可靠度指标;贾厚华等^[8]对边坡稳定性进行了模糊随机可靠度分析;邹广电等^[9]建立了一个优化数值分析模型,有机地将模拟退火算法和随机搜索法两种算法相结合,建立了求解模型的耦合算法;杨坤等^[10]根据块体理论和模糊分析理论,提出了边坡块状结构岩体模糊随机可靠性分析的点估计法,并对三峡永久船闸某边坡块体的可靠性进行了分析。

从已有研究可知,可靠度指标的计算方法各有利弊。Monte Carlo 法在理论上是精确的,但计算工作量很大,并且当可靠度指标较大时则抽样效率较低;JC 法计算工作量少,精度较高,能满足一般工程要求,但对非线性程度较高的功能函数,精度可能会有所降低。本文从 JC 法可靠度指标的几何意义着手,对黄土高边坡稳定性采用剩余推力法进行计算,考虑滑带土内聚力和内摩擦角的不确定性,建立边坡稳定性可靠度计算模型,并通过算例分析,实现了边坡稳定性的可靠度计算。

1 JC 法可靠度指标的几何意义

1.1 相互独立的正态变量

某功能函数 Z 的极限状态方程为

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (1)$$

式中: X_1, X_2, \dots, X_n 为相互独立的服从正态分布的基本随机变量, $X_i \sim N(\mu_{X_i}, \sigma_{X_i}^2)$, $i = 1, 2, \dots, n$ 。应用 Taylor(泰勒)级数在验算点 $P^*(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ 上展开,则 Z 的可靠度指标 β 为

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{\sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{P^*} (\mu_{X_i} - x_i^*)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{P^*} \sigma_{X_i} \right)^2}} \quad (2)$$

式中: $\mu_{X_i}, \sigma_{X_i}, x_i^*$ 分别为随机变量 X_i 的均值、标准差和验算点取值。

1.2 可靠度指标的几何意义

将相互独立的服从正态分布的基本随机变量 X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 标准正态化,则 $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0$ 可转化为 $Z' = f(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = 0$, 极限状态超曲面 $Z = 0$ 上任意一点 P 在 $n+1$ 维正态空间 $(Z, X_1, X_2, \dots, X_n)$ 中的坐标值 $(z, x_1, x_2, \dots, x_n)$ 在 $n+1$ 维标准正态空间 $(Z', Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ 中的坐标值为 $(z', y_1, y_2, \dots, y_n)$, 即

$$y_i = \frac{x_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$n+1$ 维空间 $(Z', Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ 中极限状态超曲面 $Z' = 0$ 上任意验算点 P'^* 的坐标值 $(z'^*, y_1^*, \dots, y_n^*)$ 满足 $f(y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*) = 0$, 则有

$$Z' = f(y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial f}{\partial Y_i} \right|_{P'^*} (\mu_{Y_i} - y_i^*) \quad (4)$$

式中: μ_{Y_i} 为标准正态随机变量 Y_i 的均值。

$$\mu_{Z'} = - \sum_{i=1}^n \left(\left. \frac{\partial f}{\partial Y_i} \right|_{P'^*} y_i^* \right) \quad (5)$$

$$\sigma_{Z'} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\left. \frac{\partial f}{\partial Y_i} \right|_{P'^*} \right)^2} \quad (6)$$

$$\beta^2 = \sum_{i=1}^n y_i^{*2} \quad \left. \begin{aligned} f(y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

验算点 P'^* 到 $n+1$ 维标准正态空间 $(Z', Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ 的坐标原点 O' 的距离为

$$d = \left(\sum_{i=1}^n y_i^{*2} \right)^{1/2} = \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (8)$$

则结构可靠度指标 β 的几何意义是 $n+1$ 维标准正态空间 $(Z', Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ 的坐标原点 O' 到极限状态超曲面 $Z' = 0$ 的最短距离^[11](图 1), 即

$$\beta = \min(d) \quad (9)$$

所以结构失效概率 $P_f = \Phi(-\beta)$ 。

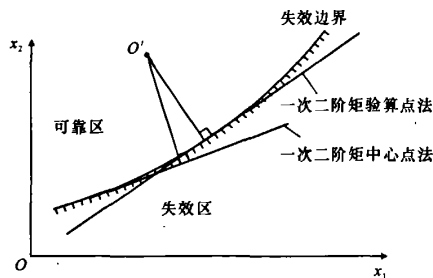


图 1 失效边界与中心点的关系

1.3 非正态、非独立变量的当量标准正态化

如果随机变量是相关的,应先根据正交法在基本正交空间下转化为相互独立的随机变量;另外,如果基本随机变量是非正态变量,就采用 Rackwitz R 和 Fiessler B 提出的 R-F 变换,将各相互独立的随机变量当量正态变换为相互独立的当量正态变量,然后进行标准化。将转换后的当量标准正态随机变量在验算点上的值用验算点坐标序列 $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ 和原始变量统计特征值来表示(如式(10)),这样就可避免在迭代过程中重复用 R-F 变换,提高了迭代效率,但其基本原则仍然是 R-F 变换。

若对数正态分布 X' 均值、方差分别为 $E(X') = \mu_{X'}$ 和 $D(X') = \sigma_{X'}^2$, 则根据 R-F 变换, 对任意设计验算点 P^* , 其当量正态均值 $\mu_{X'}$ 和标准差 $\sigma_{X'}$ 分别为

$$\mu_{X'} = x^* \left[1 - \ln(x^*) + \ln \left(\frac{\mu_X}{\sqrt{1 + \sigma_X^2 / \mu_X^2}} \right) \right] \quad (10)$$

$$\sigma_{X'} = x^* \sqrt{\ln(1 + \sigma_X^2 / \mu_X^2)} \quad (11)$$

式中: x^* 为原随机变量的验算点坐标序列 $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ 。

其标准化形式为

$$y = \frac{x^* - \mu_{X'}}{\sigma_{X'}} = \frac{\ln(x^*) - \ln(\mu_X / \sqrt{1 + \sigma_X^2 / \mu_X^2})}{\sqrt{\ln(1 + \sigma_X^2 / \mu_X^2)}} \quad (12)$$

对于其他分布类型, 也可以用同样的思路和方法得到当量标准正态分布的参数, 然后用前面的正态变量计算公式进行简化计算。当基本随机变量 X_i, X_j 之间不相互独立时, 则 Z 与 Z' 的标准差计算应考虑基本随机变量 X_i, X_j 的相关系数, 可靠度指标 β 仍然用式(2) 计算。

2 可靠度分析模型及程序实现

边坡稳定性分析剩余推力法^[12] 的土条受力状态见图 2(图中 N_i, T_i 分别为垂直滑面分力和沿滑面分力)。

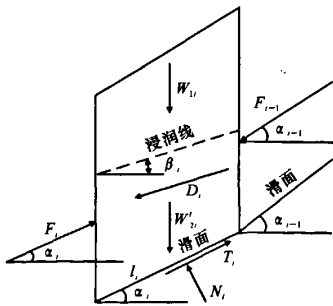


图2 剩余推力法土条受力分析

由图 2, 可得到剩余推力法的递推公式为

$$F_i = [(W_{1i} + W'_{2i}) \sin(\alpha_i) + D_i \cos(\alpha_i - \beta_i)] - [c_i l_i + ((W_{1i} + W'_{2i}) \cos(\alpha_i) - D_i \sin(\alpha_i - \beta_i)) \tan(\varphi_i)] / F_s + F_{i-1} \psi_{i-1},$$

$$\psi_{i-1} = \cos(\alpha_{i-1} - \alpha_i) \tan(\varphi_i) / F_s. \quad (13)$$

式中: W_{1i} 为本土条地下水位以上土条的重力; W'_{2i} 为本土条地下水位以下土条的有效重力; F_i, F_{i-1} 分别为本土条和上土条的剩余下滑力; α_i, α_{i-1} 分别为本土条和上土条滑面倾角; c_i, φ_i, l_i 分别为本土条滑带土粘聚力、内摩擦角、滑面长度; ψ_{i-1} 为第 $i-1$ 土

条剩余下滑力传递系数; F_s 为滑坡稳定系数; $D_i = \gamma_w A_i \sin(\beta_i)$, 为第 i 土条动水压力; γ_w 为水的重度; A_i, β_i 分别为 i 土条浸水面积和水流坡度。

当最后一土条的剩余推力 $F_n = 0$ 时, 则认为边坡达到极限状态, 算得的安全系数为滑坡的稳定安全系数, 采用此方法计算边坡稳定性时需要进行多次迭代, 计算工作量较大。为此, 本文研制了迭代程序 RTMSS(Residual Thrust Method of Slope Stability), 并在 Visual Fortran 6.5 编译系统下成功实现。

边坡稳定性分析的不确定因素有许多, 通过敏感性分析可知, 主要影响因素有滑带土的粘聚力、内摩擦角、滑体重度等, 本文暂不考虑滑体重度不确定性的影响, 只考虑滑带土的粘聚力(c)、内摩擦角(φ) 的不确定性对边坡稳定性安全系数的影响。

采用剩余推力法计算边坡稳定性, 则功能函数 $Z(X)$ 为

$$Z(X) = F_s(X) - 1 \quad (14)$$

式中: $F_s(X)$ 为经过式(13) 迭代得到的边坡稳定安全系数; X 为随机变量序列, $X = X(c, \varphi)$ 。

边坡可靠度计算实现过程如下:

- (1) 先假定一个可靠度指标值, 常取 $\beta = 0$;
- (2) 对每个基本随机变量 X_i 进行标准化 $Y_i = (X_i - \mu_{X_i}) / \sigma_{X_i}$, 令初始设计验算点处的值 $x_i^* = \mu_{X_i}$, 即 $y_i^* = 0$;
- (3) 对每个标准正态随机变量 Y_i , 计算 $\partial f / \partial Y_i$ 在设计验算点 y_i^* 处的值;
- (4) 对于非正态变量 X_j , 按 R-F 变换规则进行当量正态化(对数正态变量见式(10)、式(11)), 求得当量正态指标 μ_{X_j}, σ_{X_j} ;
- (5) 由式(6) 计算功能函数的 Z' 标准差 $\sigma_{Z'}$;
- (6) 由式(5) 计算功能函数 Z' 的均值 $\mu_{Z'}$;
- (7) 由式(7) 计算新的设计验算点 y_i^* ;
- (8) 重复步骤(3) ~ (7), 直到计算得到的 y_i^* 稳定为止, 即前后两次 y_i^* 之差满足收敛要求;
- (9) 由式(4) 计算 Z' ;
- (10) 修正可靠度指标 β , 重复步骤(4) ~ (9), 直到 $Z' = 0$, 迭代结束。

3 算例分析

陕西延安某黄土高陡边坡因人工开挖影响, 使边坡变形, 从等高线形态特征看, 陡壁下地形滑坡地貌特征较明显。根据勘察资料, 该滑坡东西边界位于两沟沟床附近, 前缘处于两沟交汇的场地中部, 后壁

即为黄土高陡边坡。滑坡主滑方向为 134° ，滑体西北—东南长 176 m ，东西宽 $32\sim 51\text{ m}$ ，估算滑坡投影面积约 $10\,800\text{ m}^2$ 。滑坡后壁高 24.08 m ，呈平缓圈椅状，近直立，坡角 72° 。滑体主要沿地下水位以下的第四层煤层滑动，后部切割黄土、红土及部分泥岩强风化带。滑坡厚度在前部厚 $5.44\sim 10.90\text{ m}$ ，平均约 9.03 m ；后部厚 $13.06\sim 21.0\text{ m}$ ，平均厚 16.00 m ，估算滑坡体体积约 $11.6\times 10^4\text{ m}^3$ 。勘察资料表明，场地在勘探深度范围内地层岩性由老到新依次为：上三叠系延长组瓦窑堡段(T_3y_5) 泥岩、砂岩夹煤层、煤线；第三系上新统(N_2) 红色粘土；第四系中、上更新统风积黄土(Q_2^{ol} 、 Q_3^{ol})；第四系全新统冲洪积(Q_4^{+pl}) 粉土、粉质粘土；滑坡积(Q_4^{del}) 泥岩、沙岩、黄土状粉质粘土以及人工素填土(Q_4^{pl}) 等。

滑坡主滑方向的剖面如图 3 所示，分为 5 个条块，各条块的计算参数见表 1。用 RTMSS 程序计算该边坡的稳定安全系数为 1.04，用理正软件算得稳定安全系数为 1.01，误差原因是理正软件计算剩余下滑力传递系数 $\psi_{i-1} = \cos(\alpha_{i-1} - \alpha_i) - \sin(\alpha_{i-1} -$

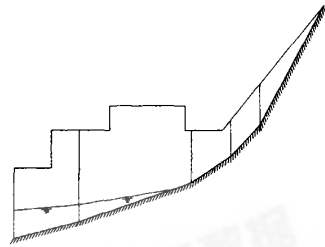


图 3 滑坡主滑方向的剖面分块

$\alpha_i)\tan(\varphi_i)$ ，不考虑安全系数 F_s 对剩余下滑力传递系数的影响(式(13))。

滑面滑带土内聚力、内摩擦角对边坡稳定性的影响最敏感，通常假定内聚力服从对数正态分布，内摩擦角服从正态分布^[13]，且忽略其相关性；在统计资料不足时，假定内聚力和内摩擦角服从正态分布，算得的可靠度指标偏于安全^[14]。为了研究基于剩余推力法的边坡稳定性可靠度分析方法及计算程序，本文假定系统随机变量为滑带内聚力和内摩擦角，内聚力服从对数正态分布，内摩擦角服从正态分布，且相互独立，勘察资料的边坡统计参数见表 2。

表 1 土条计算参数

土条编号	水位上土条重力 W_{1i}/kN	水位下土条重力 W'_{2i}/kN	本土条滑面倾角 $\alpha_i/(^{\circ})$	本土条水流坡度 $\beta/(^{\circ})$	动水压力 D_i/kN	滑带土内聚力 c_i/kPa	滑带土内摩擦角 $\varphi_i/(^{\circ})$	滑面长度 l_i/m
1	754.250	0.000	62.074	0.000	0.000	26.900	22.000	24.472
2	669.782	0.000	46.792	0.000	0.000	26.900	22.000	7.916
3	947.458	0.000	33.871	0.000	0.000	26.900	22.000	8.792
4	4 503.522	521.855	19.183	4.758	4.381	18.600	14.400	22.033
5	2 225.649	1 000.719	14.267	9.512	4.208	18.600	14.400	12.660

表 2 边坡统计参数

名称	内聚力均值 kPa	对数正态变异系数	内摩擦角均值 $(^{\circ})$	正态变异系数
滑体	31.25	0.06	27.85	0.30
地下水位上滑面	26.90	0.10	22.00	0.10
地下水位下滑面	18.60	0.10	14.40	0.10

采用文中计算程序算得 $\beta = 0.972\,2$ ，即失效概率 $P_f = 0.165\,5$ 。采用 Monte Carlo 法进行抽样计算，得到抽样次数和失效概率的关系(图 4)，可知 Monte Carlo 法抽样得到的 $P_f = 0.106\,51$ ，在抽样次数 $N = 20 \times 10^4$ 左右失效概率就趋于稳定。这说明在均值状态下算得边坡的稳定性安全系数 $F_s = 1.04$ 并不表明边坡就一定稳定，其失效概率水平还是比较高的；Monte Carlo 法算得的失效概率较 JC 法算得的失效概率稍高。因此，在边坡稳定性分析中应采用多种方法进行可靠性分析。

4 结 语

(1)在建立边坡可靠度分析模型时，不管是正态

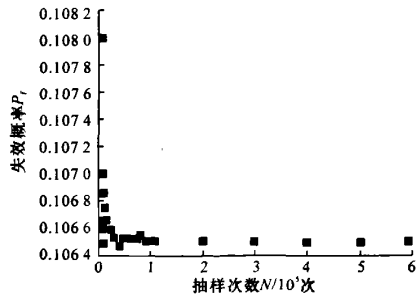


图 4 Monte Carlo 模拟抽样曲线

变量还是其他分布类型变量，都可依据 R-F 变换将其转化为当量标准正态变量；而在算法迭代实现时，将当量标准正态变量在验算点上的值用原始变量统计特征值和验算点坐标来表示，就避免了每次迭代要进行 R-F 变换，从而提高了迭代计算效率。

(2)剩余推力法中的剩余下滑力传递系数对边坡稳定性系数有一定影响，建议在可靠性分析中考虑安全系数对剩余下滑力传递系数的影响。

(3)基于剩余推力法的边坡稳定性可靠度分析

模型,对基于其他边坡可靠性分析的边坡稳定性可靠度分析也具有一定参考价值。

参考文献:

References:

- [1] 李家春,田伟平,陈建壮.公路边坡水毁灾害等级快速评估方法[J].长安大学学报:自然科学版,2006,26(2):27-30.
LI Jia-chun, TIAN Wei-ping, CHEN Jian-zhuang. Rapid assessment of highway slope disaster caused by rainfall[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2006, 26(2): 27-30.
- [2] 汪小刚,陈祖煜,刘文松.应用蒙特卡洛法确定节理岩体的连通率和综合抗剪强度指标[J].岩石力学与工程学报,1992,11(4):345-355.
WANG Xiao-gang, CHEN Zu-yu, LIU Wen-song. Determination of joint persistence and shear strength parameters of rock masses by Monte Carlo method [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1992, 11(4): 345-355.
- [3] Venanzio R G. Efficient Monte Carlo technique for locating critical slip surface [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 122(7): 517-525.
- [4] Christian J T, Vrzua A, Alfredo U. Probabilistic evaluation of earthquake-induced slope failure [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, 124(11): 1140-1143.
- [5] 武清玺,王德信.拱坝坝肩三维稳定可靠度分析[J].岩土力学,1998,19(1):45-49.
WU Qing-xi, WANG De-xin. Reliability analysis for 3-dimensional abutment stability against sliding [J]. Rock and Soil Mechanics, 1998, 19(1): 45-49.
- [6] 徐建平,胡厚田.摄动随机有限元法在顺层岩质边坡可靠性分析中的应用[J].岩土工程学报,1999,21(1):71-76.
XU Jian-ping, HU Hou-tian. Application of perturbation stochastic finite element method in the reliability analysis of rock bedding slope [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21(1): 71-76.
- [7] 李亮,刘宝琛.边坡极限承载力的下限分析法及其可靠度理论[J].岩石力学与工程学报,2001,20(4):508-513.
LI Liang, LIU Bao-chen. Lower bound limit analysis on bearing capacity of slope and its reliability [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(4): 508-513.
- [8] 贾厚华,贺怀建.边坡稳定模糊随机可靠度分析[J].岩土力学,2003,24(4):657-660.
JIA Hou-hua, HE Huai-jian. Analysis of fuzzy-random reliability of slope stability [J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(4): 657-660.
- [9] 邹广电,陈永平.滑坡和边坡稳定性分析的模拟退火-随机搜索耦合算法[J].岩石力学与工程学报,2004,23(12):2032-2037.
ZOU Guang-dian, CHEN Yong-ping. Coupling algorithm of simulated annealing algorithm and random search method for slope stability analysis [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(12): 2032-2037.
- [10] 杨坤,周创兵,张昕,等.边坡块状结构岩体模糊随机可靠性分析[J].岩石力学与工程学报,2006,25(2):407-413.
YANG Kun, ZHOU Chuang-bing, ZHANG Xin, et al. Fuzzy-random reliability analysis of blocky rock mass in slopes [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(2): 407-413.
- [11] 胡志平,罗丽娟.管片衬砌结构可靠度分析的优化方法[J].岩石力学与工程学报,2005,24(22):4145-4150.
HU Zhi-ping, LUO Li-juan. Study on reliability optimization of segments lining in shield tunnel [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(22): 4145-4150.
- [12] 时卫民,郑颖人,唐伯明,等.边坡稳定不平衡推力法的精度分析及其使用条件[J].岩土工程学报,2004,26(3):313-317.
SHI Wei-min, ZHENG Ying-ren, TANG Bo-ming, et al. Accuracy and application range of unbalance thrust force method for slope stability analysis [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(3): 313-317.
- [13] 刘东燕,严春风,陈彦峰.压剪应力条件下岩体裂纹扩展概率模型研究[J].岩土工程学报,1999,21(1):16-21.
LIU Dong-yan, YAN Chun-feng, CHEN Yan-feng. The probabilistic failure model of rock mass under compressive stress states [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21(1): 16-21.
- [14] 姚耀武,陈东伟.土坡稳定可靠度分析[J].岩土工程学报,1994,16(2):80-87.
YAO Yao-wu, CHEN Dong-wei. Reliability analysis of soil slope stability [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 16(2): 80-87.