

刚性短索索力计算及边界条件分析

徐 宏,黄平明,韩万水

(长安大学 桥梁与隧道陕西省重点实验室,陕西 西安 710064)

摘 要:介绍了考虑刚度时固支或简支单一边界条件下振动法求解索力的计算方法,在此基础上建立了固支与简支复合边界条件下短索索力计算模型,推导了复合边界条件下索力计算公式,并采用 Matlab 程序对其进行了求解;将该方法应用于算例分析中,对比了 3 种模型的计算结果,验证了该方法在计算短索索力和抗弯刚度方面的优越性;提出了边界条件系数的概念,确定了影响短索振型和边界条件的因素,通过回归分析确定了边界条件系数与各影响因素之间的关系式。结果表明,该方法为快速准确地测定短索索力提供了一种新的途径,边界条件系数的提出为短索边界条件分析提供了一种有效的量化计算方法,具有一定的实用性和推广价值。

关键词:桥梁工程;刚性短索;基频;边界条件;索力;计算模型;边界条件系数

中图分类号:U446.1 **文献标志码:**A

Boundary conditions and calculating method of tension for short rigid suspenders

XU Hong, HUANG Ping-ming, HAN Wan-shui

(Key Laboratory for Bridge and Tunnel of Shaanxi Province, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China)

Abstract: The models of suspenders of the fixed-end and simply supported boundary conditions are introduced. Based on the models, the calculating of the complex boundary conditions is carried out by Matlab programme, the analysis results of three models are compared. The results show that this method has evident superiority in calculation of short suspenders. The boundary condition coefficients are defined, the influence factors for boundary conditions of short suspenders are determined, and the relation formula between the boundary coefficients and influence factors is presented, an example is chosen to verify its accuracy. The results indicate that this method can offer a new way for calculating suspenders tension force quantitatively based on the boundary condition coefficients, and this method has definite practicability and extending value. 3 tabs, 8 figs, 11 refs.

Key words: bridge engineering; short rigid suspenders; fundamental frequency; boundary conditions; suspenders tension; calculating model; boundary condition coefficients

0 引 言

快速准确地获得悬索桥的吊索索力是悬索桥健

康监测及结构状态评估的一项重要内容。目前吊索索力的测定应用最广泛的是振动法^[1-3],其原理是通过对索结构振动响应的测试及频谱分析,获得精确

收稿日期:2007-02-01

基金项目:湖北省交通科技项目(20030915)

作者简介:徐 宏(1976-),男,陕西蓝田人,博士研究生,E-mail:xh112.com@126.com

度很高的吊索各阶固有自振频率,根据索结构的边界条件和相关技术参数建立合理的索力计算模型,最后通过实测频率可较为精确地求解吊索索力。随着振动测试及频谱分析技术的快速发展,拉索的固有频率可以通过现场测试准确获得。因此,拉索索力计算精确度与拉索两端的边界条件及计算模型有直接的关系。对于较长拉索边界条件的模拟,王俊、段波等将索两端支承条件考虑为简支^[4-5];魏建东、陈淮等将索两端支承条件考虑为固支^[6-7],其计算结果基本满足精度要求。可是对于短索,其两端支承条件十分复杂,若还采用单一的简支或者固支边界来模拟,计算结果的偏差会随着索长的减小而急剧增大甚至失真。对于这类复杂边界条件问题的研究目前还很少。为此,本文根据短索的特点,分析了3种边界条件下短索索力模型的求解,提出了考虑刚度时简支与固支两种主要边界条件成分共存时短索的实用计算方法;推导了短索实用计算公式,提出了边界条件系数的概念,并对边界条件系数进行了参数分析,通过回归分析得出了分析计算边界条件系数的公式。

1 一般边界条件下短索求解模型的建立

悬索桥吊索索力测定精度与正确的测试方法有关,计算模型的合理性最关键,刚度和边界条件是建立短索模型中最重要的两个因素,基于经典梁理论和能量法推导出测定索力的基本公式

$$\omega^2 = \frac{EI \int_0^l \varphi''^2(x) dx + T \int_0^l \varphi'^2(x) dx}{m \int_0^l \varphi^2(x) dx} \quad (1)$$

式中: EI 为索的抗弯刚度; T 为索力; l 为索长; m 为每米拉索质量; ω 为索的固有振动角频率; $\varphi(x)$ 为索的振型函数。

在式(1)的基础上,给出刚性短索在3种不同边界条件下的索力求解公式。

1.1 考虑刚度时简支边界索力求解模型

建立吊索模型为简支边界的梁、弦或梁弦组合体^[8],其统一的振型函数 $\varphi_1(x)$ 为

$$\varphi_1(x) = \sin\left(\frac{r\pi x}{l}\right) \quad (2)$$

式中: r 为固有振动频率阶数。

将式(2)代入式(1),可得方程组

$$\left. \begin{aligned} \frac{r_1^4 \pi^4 EI + r_1^2 \pi^2 T l^2}{m l^4} &= \omega_1^2 \\ \frac{r_2^4 \pi^4 EI + r_2^2 \pi^2 T l^2}{m l^4} &= \omega_2^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: r_1, r_2 均为索的固有振动频率阶数, $r_1 = 1, r_2 = 2$; ω_1, ω_2 均为索的固有振动角频率。

通过测试得到吊索某两阶自振频率,即可求出较为精确的 T 和 EI 。一般测定前两阶频率,如准确测定吊索前两阶频率时可按式(4)计算

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{16f_1^2 - f_2^2}{3} m l^2 \\ EI &= \frac{f_2^2 - 4f_1^2}{3} m l^4 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: f_1, f_2 分别为索的一、二阶固有振动频率。

1.2 考虑刚度时固支边界索力求解模型

在固支边界条件下,刚性短索的振型函数^[9] $\varphi_2(x)$ 为

$$\varphi_2(x) = \cosh(\lambda_r x) - \cos(\lambda_r x) - \frac{\cosh(\lambda_r l) - \cos(\lambda_r l)}{\sinh(\lambda_r l) - \sin(\lambda_r l)} [\sinh(\lambda_r x) - \sin(\lambda_r x)] \quad (5)$$

式中: λ_r 为索的 r 阶振动的振型参数。

此时,短索的固有振动频率可按固支梁频率方程求解,其固有振动频率方程为

$$1 - \cosh(\lambda_r l) \cos(\lambda_r l) = 0 \quad (6)$$

由式(6)可得: $\lambda_1 l = 4.730, \lambda_2 l = 7.853$ 。将该值代入式(5)化简后,再代入式(1),可得方程组

$$\left. \begin{aligned} \frac{500.5337EI + 12.3025Tl^2}{ml^4} &= 4\pi^2 f_1^2 \\ \frac{3802.8434EI + 46.0489Tl^2}{ml^4} &= 4\pi^2 f_2^2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

由于吊索长度和单位长质量已知,即 l, m 已知,故只需将测试得到吊索的前两阶(r_1, r_2)自振频率代入式(7),即可求出较精确的索力以及吊索的抗弯刚度。

1.3 考虑刚度时固支简支复合边界索力求解模型

由于短索边界条件复杂,采用一种边界条件进行模拟,误差较大,因此必须考虑简支与固支边界共同作用的情况。将包括简支与固支两种主要成分的拉索边界条件称作简支与固支复合边界条件,简称“复合边界条件”。对于复合边界条件的拉索,设其振型函数 $\varphi(x)$ 为

$$\varphi(x) = k_1 \varphi_1(x) + k_2 \varphi_2(x) \quad (8)$$

式中: k_1, k_2 分别为简支、固支振动的无量纲参数。

考虑刚度时复合边界条件,短索模型实用计算步骤:①由式(6)求得 $\lambda_1 l = 4.730, \lambda_2 l = 7.853, \lambda_3 l = 10.995574, \lambda_4 l = 14.137167$;②将计算结果代入式(8)化简后,再代入式(1),可得方程组

$$\left. \begin{aligned} & \frac{(13.572k_1k_2 + 12.37k_1^2 + 4.926k_2^2)l^2T + (133.608k_1k_2 + 499.776k_1^2 + 48.564k_2^2)EI}{(1.381k_1k_2 + 1.007k_1^2 + 0.5k_2^2)l^4m} = 4\pi^2 f_1^2 \\ & \frac{(54.74k_1k_2 + 46.544k_1^2 + 19.88k_2^2)l^2T + (2156k_1k_2 + 3802.4k_1^2 + 782.6k_2^2)EI}{(1.393k_1k_2 + 1.007k_1^2 + 0.5036k_2^2)l^4m} = 4\pi^2 f_2^2 \\ & \frac{(119.88k_1k_2 + 98.346k_1^2 + 44.289k_2^2)l^2T + (10594.8k_1k_2 + 14606k_1^2 + 3924k_2^2)EI}{(1.349k_1k_2 + 0.980k_1^2 + 0.498k_2^2)l^4m} = 4\pi^2 f_3^2 \\ & \frac{(202.608k_1k_2 + 172.684k_1^2 + 79.099k_2^2)l^2T + (320728k_1k_2 + 39513.84k_1^2 + 12408k_2^2)EI}{(1.239k_1k_2 + 0.998k_1^2 + 0.5k_2^2)l^4m} = 4\pi^2 f_4^2 \end{aligned} \right\} (9)$$

式中: f_3 、 f_4 分别为索的三、四阶固有振动频率; λ_1 、 λ_2 、 λ_3 、 λ_4 分别为一、二、三、四阶振动的振型参数。

显然,只要准确测定吊索前四阶固有频率,代入方程组(9),就可较为精确地求解出该吊索的索力、刚度和振型函数(将 k_1 、 k_2 值代入式(8))。

2 算例分析

2.1 刚性短索的精确求解

某大跨径悬索桥跨中附近的 10 根短吊索,吊索长度为 1.791 ~ 4.052 m,所选 10 根吊索索长较一般悬索桥吊索相对要短得多。采用复合边界计算模型,按式(9)求解 10 根短索的索力及抗弯刚度,采用牛顿迭代法。本文应用 Matlab 计算软件,首先对方程组(9)进行 M-file 编程,然后应用 fsolve 命令求解方程组(9)。

2.1.1 吊索的物理力学基本参数

吊索直径为 45 mm,弹性模量为 1.447×10^5 MPa,每米吊索质量为 8.27 kg,理论索力为 245 kN,理论抗弯刚度 $EI = 29.125(\text{kN} \cdot \text{m}^2)$ 。10 根短索的前四阶频率采用 DH 5939 动态信号仪测试,其时域曲线如图 1 所示。经频谱分析得到频谱分析曲线,见图 2。

2.1.2 迭代初值的确定

选取拉索索力及抗弯刚度迭代初值的理论设计值: $T = 245 \text{ kN}$, $EI = 29.125(\text{kN} \cdot \text{m}^2)$, k_1 、 k_2 迭代初值须经试算确定。最终确定 1# ~ 8# 吊索迭代初

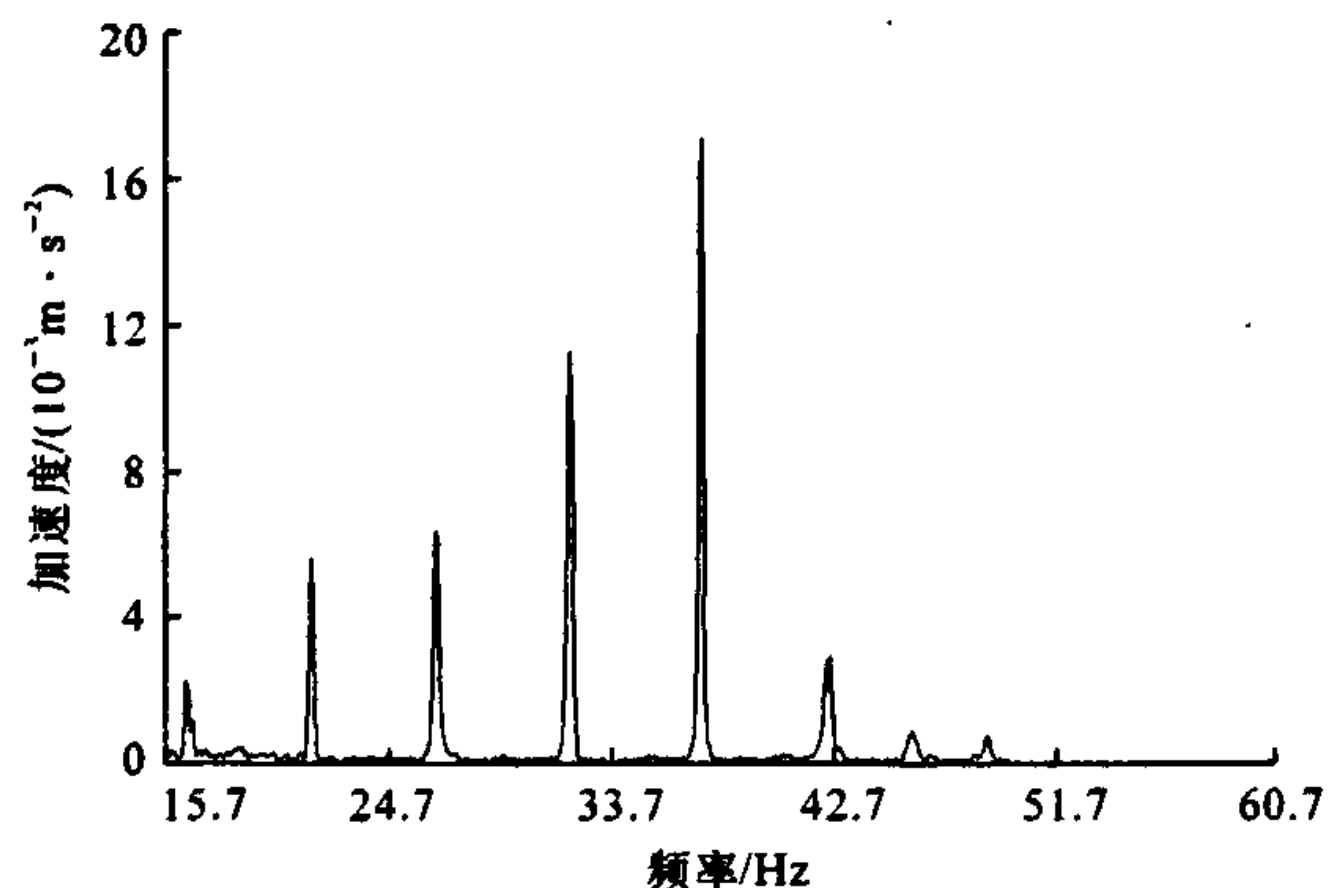


图 2 频谱分析的频域曲线

值向量 $x_0 = [k_1, k_2, T, EI] = [22.5, 145.1, 245, 29.125]$, 9# 吊索的 $x_0 = [k_1, k_2, T, EI] = [18, 160.1, 245, 29.125]$, 10# 吊索 $x_0 = [k_1, k_2, T, EI] = [17.5, 160.1, 245, 29.125]$, 计算结果见表 1。

表 1 某悬索桥短索采用复合边界计算模型的计算结果

索号	索长 / m	一阶基频 / Hz	二阶基频 / Hz	三阶基频 / Hz	四阶基频 / Hz	索力 T / kN	EI / (kN·m ²)	k ₁ / 10 ⁻⁹	k ₂ / 10 ⁻⁸
1#	1.791	21.88	33.59	43.75	52.34	246.723	27.769	4.905	17.910
2#	1.791	23.05	35.55	44.14	52.34	247.128	27.762	4.858	17.910
3#	2.169	18.36	28.52	38.67	53.13	246.586	28.265	7.362	17.780
4#	2.168	20.70	31.64	39.84	56.64	247.512	28.293	8.203	17.750
5#	2.671	17.97	28.13	35.16	42.97	249.394	28.709	3.356	9.271
6#	2.671	18.75	28.13	35.16	43.75	249.018	28.730	3.490	9.264
7#	3.299	16.02	24.22	29.69	33.40	248.041	29.035	2.962	9.279
8#	3.298	16.80	24.61	29.30	32.80	248.114	28.969	2.850	9.285
9#	4.052	14.84	20.70	23.05	28.52	254.300	30.420	2.491	5.676
10#	4.051	14.55	20.12	23.05	27.73	252.972	30.466	2.416	5.669

计算结果表明:采用复合边界计算模型计算所得索力 $T \in (246.586, 254.3) \text{ kN}$, 相对误差 $\delta \in (0.647\%, 3.1\%)$, T 的平均值为 248.978 8 kN, 平均相对误差为 1.6%; $EI \in (27.762, 30.466) (\text{kN} \cdot \text{m}^2)$, 相对误差为 $\pm 4.6\%$, 平均相对误差为 -0.97%。综合考虑拉索索力及抗弯刚度的计算结果,平均相对误差不超过 $\pm 2\%$, 最大相对误差不超过 $\pm 5\%$ 。这说明该方法对计算刚性短索索力及实际抗弯刚度十分有效,计算结果完全满足工程实践要求,而且精度较高。

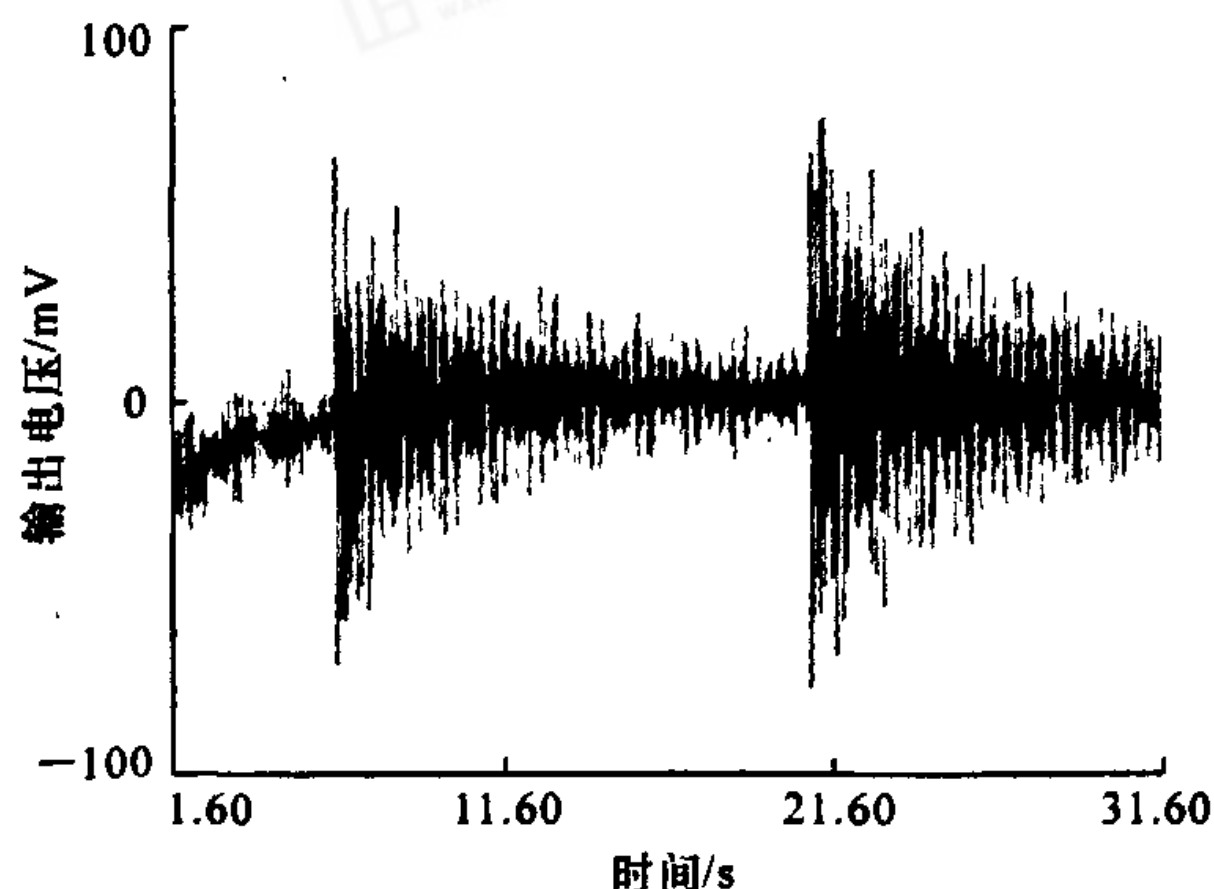


图 1 测试的时域曲线

由表 2 可以看出,单一的简支或固结边界条件不适用于刚性短索的索力计算,尤其是长度小于 4 m 的短索;计算结果中如果抗弯刚度为负值,或者拉索索力为负值,说明该计算模型无效。其原因主要是对边界条件的单一类型模拟不符合实际。对比简支、固支及复合边界模型计算结果可以得出如下结论:① 两端简支时抗弯刚度计算结果出现负值,两端固支时索力计算结果出现负值,计算结果失真;② 两端固结时抗弯刚度计算结果超出拉索实际抗弯刚度 1 倍以上;③ 两端简支时索力计算结果基本不超过实际索力的一半,且与理论值的偏差随着拉索长度的减小而增加;④ 复合边界计算模型的拉索抗弯刚度及索力计算结果与理论值相符,表明采用复合边界计算模型是正确有效的。

表 2 3 种计算模型的刚性短索索力计算结果对比

索号	EI/(kN·m ²)			T/kN		
	简支边界	固支边界	复合边界	简支边界	固支边界	复合边界
1#	-22.312 5	55.409	27.769	57.754 50	-1.156	246.723
2#	-24.432 9	61.237	27.762	63.993 56	-1.262	247.128
3#	-32.640 0	56.608	28.265	59.398 15	-1.679	246.586
4#	-43.414 2	72.594	28.293	75.859 71	-2.253	247.512
5#	-70.207 8	81.642	28.709	86.050 52	-3.595	249.394
6#	-86.282 3	92.330	28.730	95.063 11	-4.519	249.018
7#	-143.655 0	102.150	29.035	105.595 90	-7.497	248.041
8#	-170.665 0	115.267	28.969	117.242 00	-9.025	248.114
9#	-336.199 0	140.702	30.420	140.087 90	-18.057	254.300
10#	-328.134 0	135.992	30.466	134.920 60	-17.664	252.972

2.2 刚性短索边界条件系数 K'_1 、 K'_2

为了便于分析计算,定义 K'_1 、 K'_2 均为刚性短索的边界条件系数, K'_1 为简支边界条件系数; K'_2 为固支边界条件系数;令 $K'_1 = 10^9 k_1$, $K'_2 = 10^8 k_2$ 。

2.2.1 边界条件系数 K'_1 、 K'_2 的分析

k_1 、 k_2 反映的是短索的振型状态,即两种振型函数对拉索振动的贡献大小,其取值主要取决于拉索材料的性质、索长 l 、抗弯刚度 EI 、长细比 d 以及索力 T 等因素。因此,在一系列实测数据的基础上,可以设定 3 个与上述因素相关的无量纲参变量 l/d 、 $l\sqrt{T/EI}$ 、 $l^2\sqrt{T/EI}/d$,并分别对 K'_1 、 K'_2 进行回归分析,即确定 K'_1 、 K'_2 (或 k_1 、 k_2) 与 T 、 EI 、 l 和 d 之间的数学关系式,进而分析影响刚性短索振型函数及边界条件的因素,并确定其影响大小。相关参数计算结果见表 3。

表 3 边界条件系数及相关参数计算结果

索号	K'_1	K'_2	l/d	$l\sqrt{T/EI}$	$l^2\sqrt{T/EI}/d$
1#	4.905	17.910	39.80	5.338 513	212.472 8
2#	4.858	17.910	39.80	5.343 566	212.673 9
3#	7.362	17.780	48.20	6.406 477	308.792 2
4#	8.203	17.750	48.18	6.412 360	308.947 5
5#	3.356	9.271	59.36	7.872 413	467.306 4
6#	3.490	9.264	59.36	7.863 601	466.783 3
7#	2.962	9.279	73.31	9.642 355	706.881 1
8#	2.850	9.285	73.29	9.651 827	707.382 4
9#	2.491	5.676	90.04	11.715 560	1 054.869 0
10#	2.416	5.669	90.02	11.673 220	1 050.823 0

2.2.2 K'_1 、 K'_2 与 l/d 、 $l\sqrt{T/EI}$ 、 $l^2\sqrt{T/EI}/d$ 的回归分析

根据表 3 计算结果,以 K'_1 、 K'_2 为 x 轴,以 l/d 、 $l\sqrt{T/EI}$ 、 $l^2\sqrt{T/EI}/d$ 为 y 轴,采用非线性最小二乘法进行回归分析。回归分析模型分别采用线性、对数、多项式、乘幂、指数及平均移动模型,在 6 种回归分析结果中选出最优回归曲线及方程,作为 K'_1 、 K'_2 与 3 个参数的最终回归分析结果。优化回归曲线及方程见图 3~图 8。

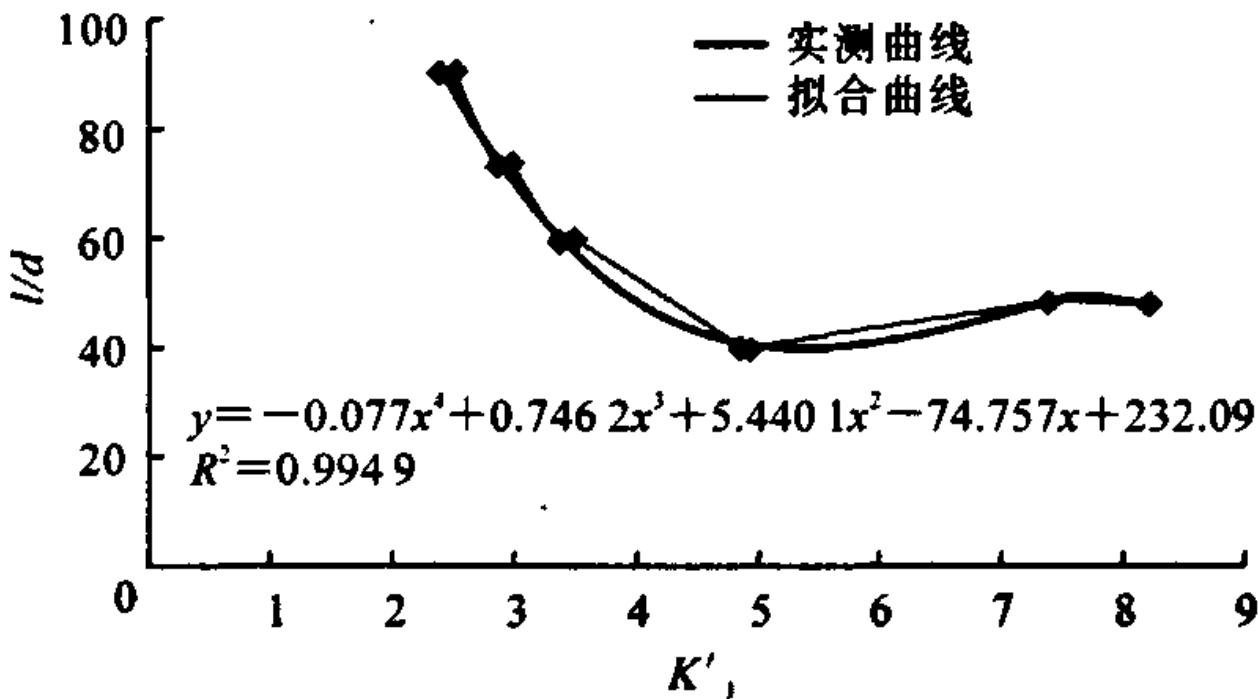


图 3 K'_1 与 l/d 的关系曲线

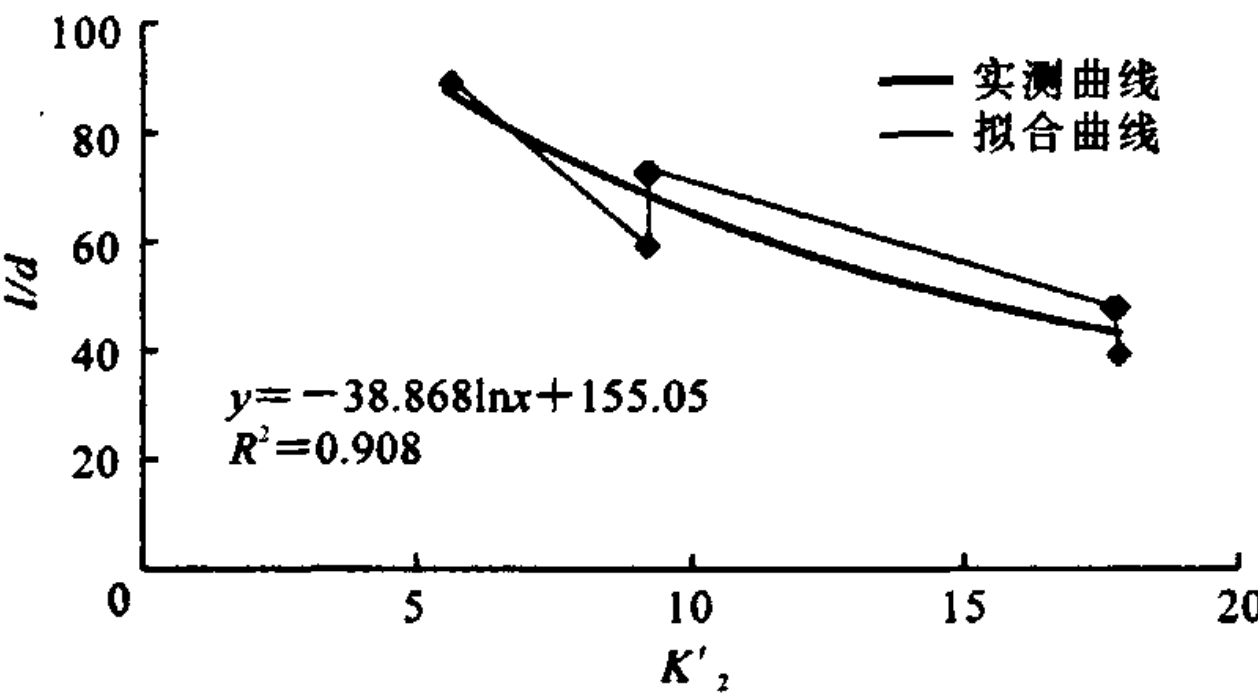


图 4 K'_2 与 l/d 的关系曲线

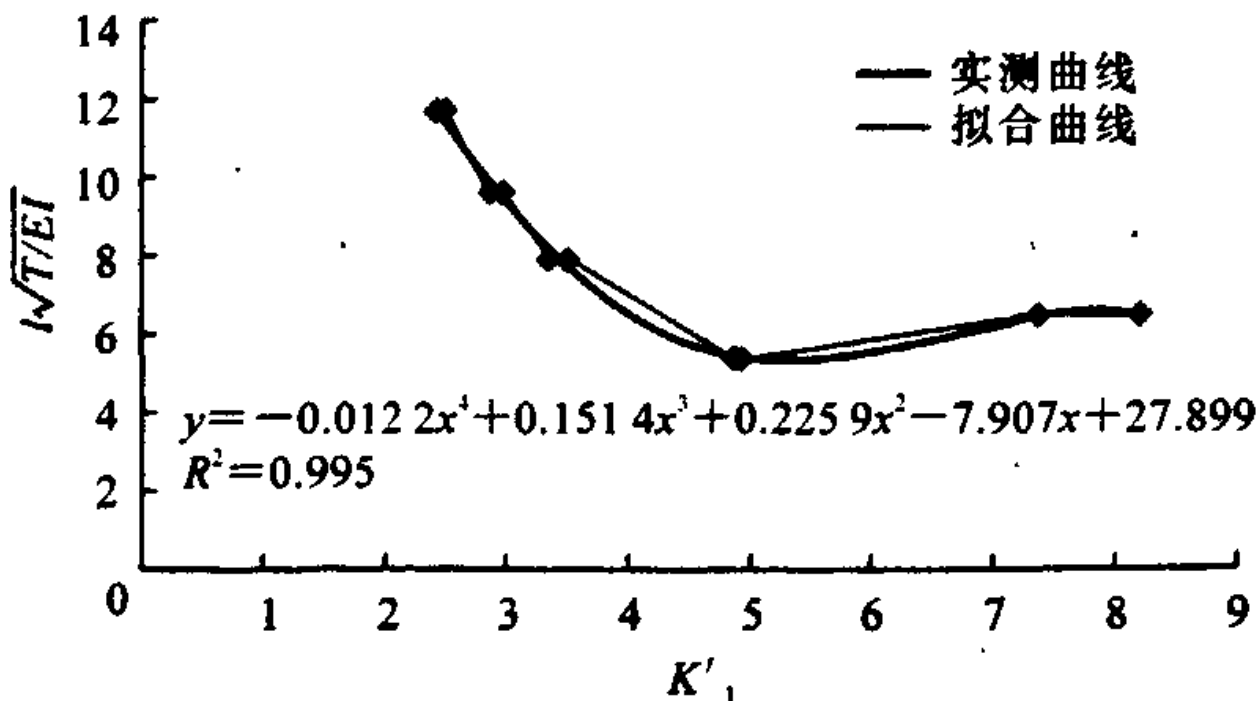
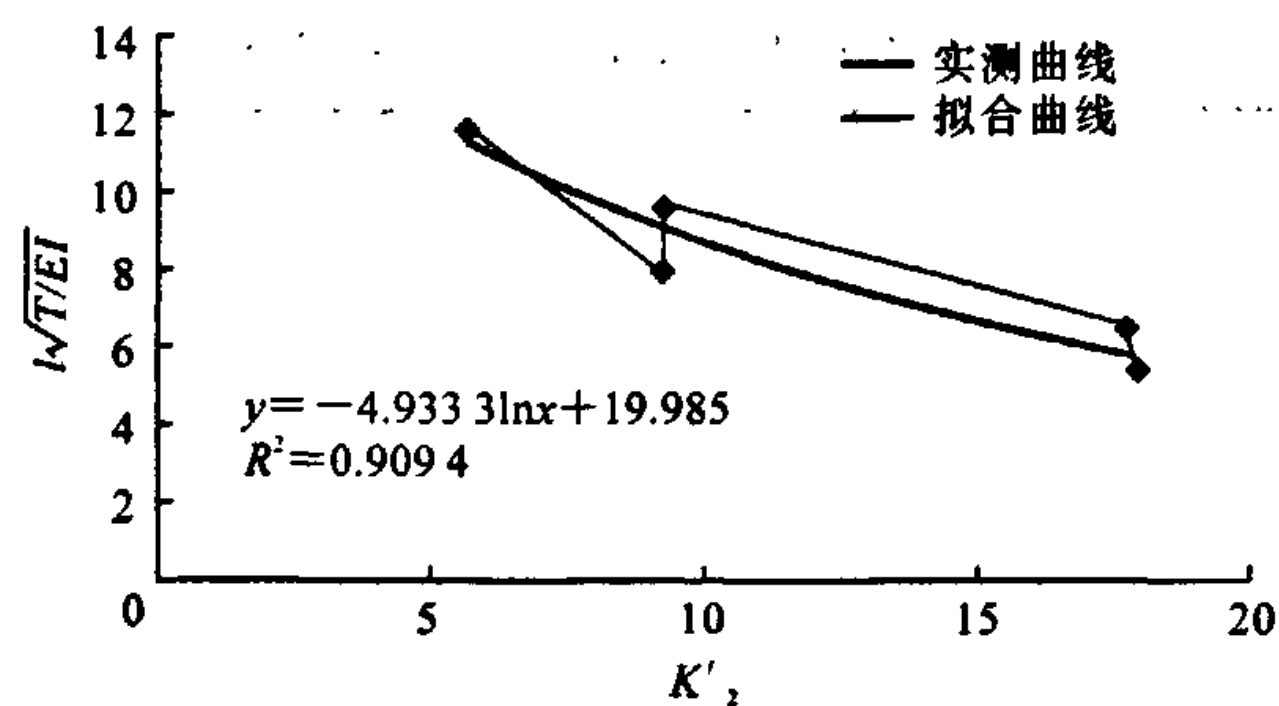
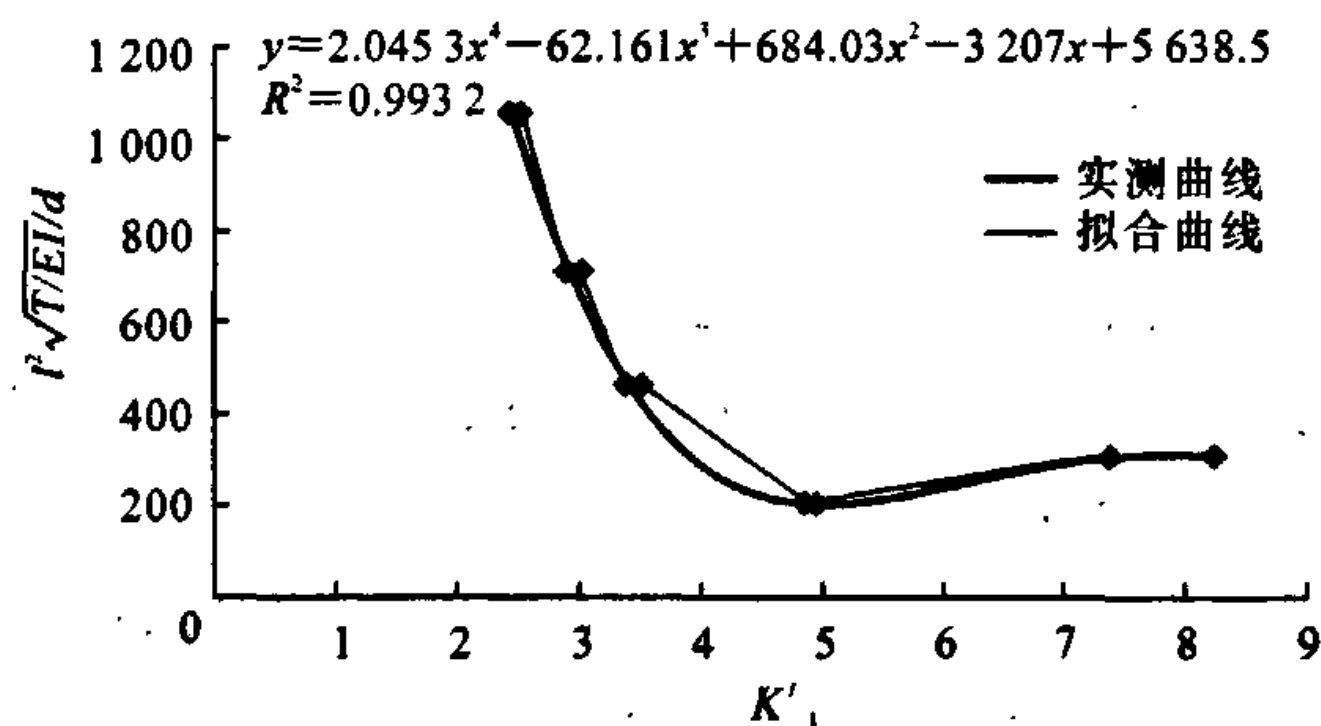
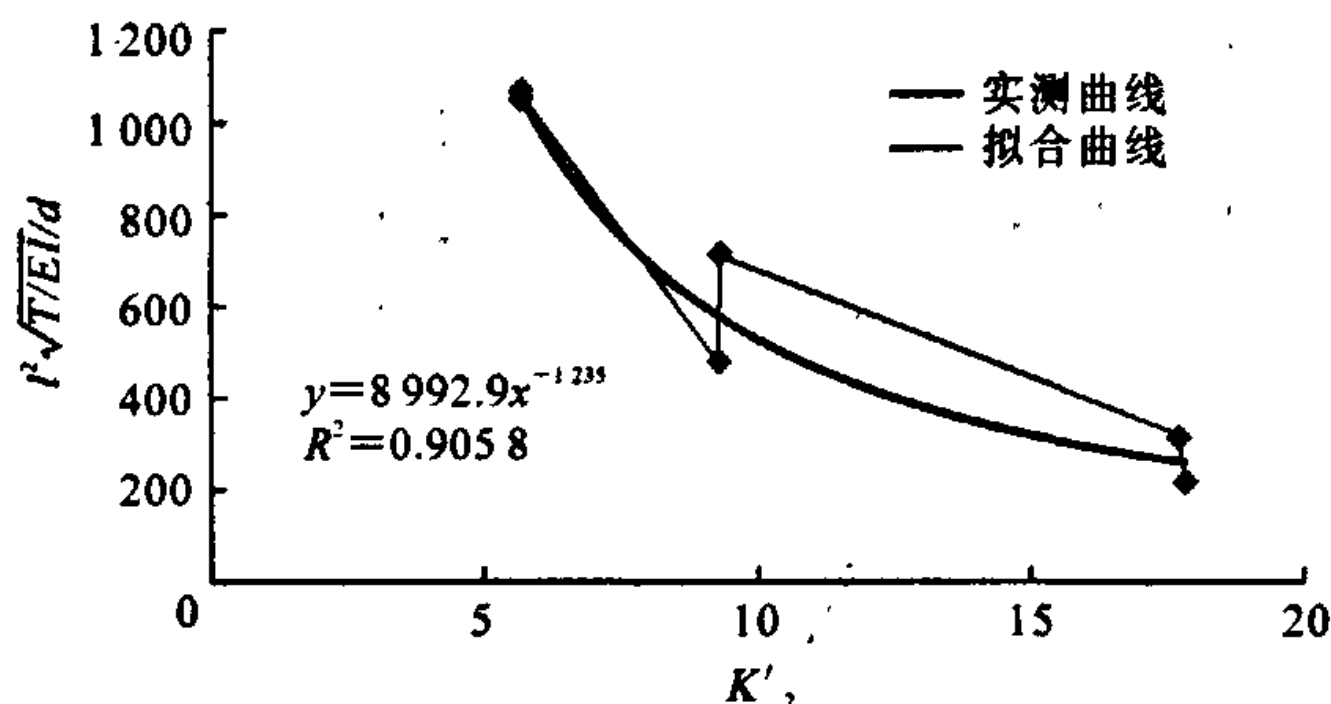


图 5 K'_1 与 $l\sqrt{T/EI}$ 的关系曲线

图6 K'_2 与 $l\sqrt{T/EI}$ 的关系曲线图7 K'_1 与 $l^2\sqrt{T/EI}/d$ 的关系曲线图8 K'_2 与 $l^2\sqrt{T/EI}/d$ 的关系曲线

由图3~图8的回归曲线可以看出, K'_1 、 K'_2 均与无量纲参数 $\xi = l\sqrt{T/EI}$ 关联性良好^[10], 其 R^2 分别为0.995和0.9094^[11]。这说明反映刚性短索振动状态的振型函数与短索索力 T 、短索抗弯刚度 EI 及索长 l 关系密切。同时表明, 对于刚性短索的边界条件模拟可以通过边界条件系数来进行量化模拟。其回归关系式可表示为

$$\left. \begin{aligned} l\sqrt{T/EI} &= -0.0122K'_1 + 0.1514K'_1 + \\ &\quad 0.2299K'_2 - 7.907K'_1 + 27.899 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$K'_1 = 10^9 k_1$$

$$\left. \begin{aligned} l\sqrt{T/EI} &= -4.9333\ln K'_2 + 19.985 \\ K'_2 &= 10^8 k_2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

由式(10)、式(11)可以看出, $\xi = l\sqrt{T/EI}$ 的大小直接影响刚性短索的边界条件系数的取值, 即决定了简支、固支两种成分边界条件对拉索实际边界条件的贡献程度, 其贡献大小可通过式(10)、式(11)进行量化分析。

3 结 语

(1)介绍了简支、固支单一边界条件下的拉索索

力计算方法, 在此基础上建立了简支、固支和复合边界条件下拉索索力的计算模型, 并应用 Matlab 程序推导了刚性短索索力及抗弯刚度的求解方程。

(2)提出了边界条件系数的概念, 通过算例分析, 确定了影响吊索振型的主要参数 ξ ($\xi = l\sqrt{T/EI}$), 推导了振型边界条件系数与 ξ 之间的回归关系式, 为进一步研究刚性短索振型和边界条件提供了一种科学量化的分析计算方法。

(3)解决了工程实践中短索索力的测试计算困难的问题, 为精确测试和计算短索索力提供了一种新的途径, 并且可以在其他悬索桥短吊索、拱桥短吊杆等结构分析中推广应用。但是, 短索索力计算精度的稳定性还需经过实例验证和总结, 这是今后进一步研究的课题。

参考文献:

References:

- [1] Hiroshi Z, Tohru S, Yoshio N. Practical formulas for estimation of cable by vibration method[J]. Journal of Structure Engineering, 1996, 122(6): 651-656.
- [2] 吴康雄, 刘克明, 杨金喜. 基于频率法的索力测量系统[J]. 中国公路学报, 2006, 19(2): 62-66.
WU Kang-xiong, LIU Ke-ming, YANG Jin-xi. Measuring system of cable tension based on frequency method [J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(2): 62-66.
- [3] 苏 成, 徐郁峰, 韩大建. 频率法测量索力中的参数分析与索抗弯刚度的识别[J]. 公路交通科技, 2005, 22(5): 75-78.
SU Cheng, XU Yu-feng, HAN Da-jian. Parameter analysis and identification of bending stiffness of cables during tension measurements by frequency method[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2005, 22(5): 75-78.
- [4] 王 俊, 汪凤泉, 周星德. 基于波动法的斜拉桥索力测试研究[J]. 应用科学学报, 2005, 23(1): 90-93.
WANG Jun, WANG Feng-quan, ZHOU Xing-de. Wave-based study for cable tension measurement of cable-stayed bridge[J]. Journal of Applied Sciences, 2005, 23(1): 90-93.
- [5] 段 波, 曾德荣, 卢 江. 关于斜拉桥索力测定的分析[J]. 重庆交通学院学报, 2005, 24(4): 6-9.
DUAN Bo, ZENG De-rong, LU Jiang. Analysis with determining cable tension of cable-stayed bridges[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University, 2005, 24(4): 6-9.

(下转第 103 页)

- [2] Cole D J, Cebon D. Modification of a heavy vehicle suspension to reduce road damage[J]. Proc Instn Engrs, Part D, 1995, 209(3): 183-194.
- [3] 余卓平, 黄锡鹏, 张洪欣. 减轻重型汽车对道路的损伤——汽车悬架优化设计[J]. 中国公路学报, 1994, 7(3): 83-87.
YU Zhuo-ping, HUANG Xi-peng, ZHANG Hong-xin. Minimum damage of heavy truck to pavement-option design to suspension[J]. China Journal of Highway and Transport, 1994, 7(3): 83-87.
- [4] 郑景轩, 蒋勇, 胡小弟. 我国公路车辆轴载特性对沥青路面的影响研究[J]. 山东交通学院学报, 2004, 12(2): 43-47.
ZHENG Jing-xuan, JIANG Yong, HU Xiao-di. Analyzing the influence of our country's highway vehicle load characteristics on asphalt pavement[J]. Journal of Shandong Jiaotong University, 2004, 12(2): 43-47.
- [5] 倪富健, 邓学钧. 公路运输车辆合理轴载限值研究[J]. 中国公路学报, 2000, 13(4): 111-116.
NI Fu-jian, DENG Xue-jun. The study of rational axle load limit for highway transportation[J]. China Journal of Highway and Transport, 2000, 13(4): 111-116.
- [6] Lu S, Deng X J. Predicting vertical dynamic loads caused by vehicle-pavement interaction[J]. Journal of Transportation Engineering, 1998, 124(5): 470-478.
- [7] Harr M E. Mechanics of particulate media[M]. New York: Mc Graw-Hill, 1977.
- [8] Freeman R B, Harr M E. Stress predictions for flexible pavement system [J]. Journal of Transportation Engineering, 2004, 130(4): 495-502.
- [9] 王保良, 吕彭民, 张培森, 等. 柔性道路的应力场显式表达式研究[J]. 洛阳工业高等专科学校学报, 2006, 16(4): 1-4.
WANG Bao-liang, LÜ Peng-min, ZHANG Pei-sen, et al. Study of stresses field explicit expression on flexible pavement[J]. Journal of Luoyang Technology College, 2006, 16(4): 1-4.
- [10] 谢水友, 郑传超. 轮胎接触压力对沥青路面结构的影响[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2004, 24(1): 12-16.
XIE Shui-you, ZHENG Chuan-chao. Effect of tire contact pressure on asphalt pavement structure[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2004, 24(1): 12-16.
- [11] GB/T 17351-1998, 汽车车轮双轮中心距[S].
- [12] JTGD 50-2004, 公路沥青路面设计规范[S].

(上接第 62 页)

- [6] 魏建东. 索力测定常用公式精度分析[J]. 公路交通科技, 2004, 21(2): 53-56.
WEI Jian-dong. Precision analysis of conventional formulas calculating cable tension [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2004, 21(2): 53-56.
- [7] 陈淮, 董建华. 中、下承式拱桥吊索张力测定的振动法实用公式[J]. 中国公路学报, 2007, 20(3): 66-70.
CHEN Huai, DONG Jian-hua. Practical formulae of vibration method for suspender tension measure on half-through and through arch bridge [J]. China Journal of Highway and Transport, 2007, 20(3): 66-70.
- [8] 刘文峰, 应怀樵, 柳春图. 考虑刚度及边界条件的索力精确求解[J]. 振动与冲击, 2003, 22(4): 12-13.
LIU Wen-feng, YING Huai-qiao, LIU Chun-tu. Precise solution of cable tensile force in consideration of cable stiffness and its boundary conditions [J]. Journal of Vibration and Shock, 2003, 22(4): 12-13.
- [9] 任伟新, 陈刚. 由基频计算拉索拉力的实用公式[J]. 土木工程学报, 2005, 38(11): 26-30.
REN Wei-xin, CHEN Gang. Practical formulas to determine cable tension by using cable fundamental frequency[J]. China Civil Engineering Journal, 2005, 38(11): 26-30.
- [10] Frigon N L, Mathews D. Practical guide to experiment design[M]. New York: John Wiley & Sons, 1997.
- [11] Draper N, Smith H. Applied regression analysis[M]. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 1981.