

文章编号:1671-8879(2007)05-0024-06

复合材料路面板弹性等效模型

陈 洲,王秉纲

(长安大学 公路学院,陕西 西安 710064)

摘 要:利用弹性力学的刚度等效原理,将结构复杂的复合材料路面板简化为材料均匀的正交异性板,建立弹性等效模型,为此类问题的具体分析提供一种简明规范的方法。利用弹性力学理论,首先计算出中间方形管粘结板的各向刚度,将其等效为相同尺寸的正交异性板,由刚度相等,推导出了等效板的杨氏模量、切变模量和泊松比等结构属性的计算公式;在此基础上,将整个路面板等效为正交异性板,建立了等效板的材料属性公式化计算模型;最后,选用一块具体的路面板,利用有限元分析软件 ANSYS,建立路面板和等效板的有限元模型。结果表明:从均布荷载作用下两模型的变形比较图可以看出,路面板模型的最大变形为 -14.73 mm ,等效板模型最大变形为 -13.97 mm ,两者相差 5.2% 。由于等效板模型对变形作了一定假定,引起板刚度增大,所以计算出的位移减小,其误差是可以接受的,由此证明了弹性等效模型是正确的。

关键词:道路工程;复合材料;路面板;弹性力学;等效模型;有限元方法

中图分类号:U411; TU416

文献标志码:A

Elastic equivalent model of complex fiber reinforced plastic pavement deck

CHEN Zhou, WANG Bing-gang

(School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China)

Abstract: Using stiffness equivalent theory of elastic mechanics, this paper simplifies the complex fiber reinforced plastic pavement deck to a piece of material well-proportioned orthotropic deck, and builds the elastic equivalent model, so as to put forward a kind of simple and canonical method for such problems. This paper firstly calculates the stiffness of the tube panel in each direction with elastic mechanics theory, and equates the tube panel to a piece of orthotropic plate with the same dimension. By equal stiffness, this paper deduces the formulas of elasticity modulus, shear modulus and poisson's ratios of the equivalent plate. Then, based on above conclusion, this paper equates the whole pavement deck to a piece of orthotropic plate with the same dimension, and builds material properties formula calculation model of the equivalent plate. At last, this paper chooses a practical pavement deck, builds two finite element models of the pavement deck and equivalent plate by using ANSYS. From distortion comparative pictures, it is concluded that the pavement model's biggest distortion is -14.73 mm , equivalent plate's biggest distortion is -13.97 mm , and their difference is 5.2% . As the equivalent plate model makes some assumptions that result in the stiffnesses being large and the calculation distortion results being decreased, but the error is acceptable. 8 figs, 12 refs.

Key words: road engineering; fiber reinforced plastic material; pavement deck; elastic mechanics; equivalent model; finite element method

收稿日期:2006-09-14

基金项目:国家交通战备办公室科技项目(JTZB2005-04)

作者简介:陈 洲(1972-),男,湖北孝感人,博士研究生, E-mail:chenzhou886680@sina.com。

0 引言

在欧洲、美国、日本等地,道路与桥梁工程中应用纤维(包括碳纤维、玻璃纤维和芳纶纤维等)加强的复合材料已经成为一种趋势。复合材料板除了作为补强材料外,主要用作桥面板和路面板。中国关于复合材料路面板的研究不多,只有清华大学与北京玻璃钢研究设计院共同开发的复合材料夹心桥面板,它由复合材料拉挤方管、槽形材与复合材料层叠板组合而成,但自重较大^[1]。本文研究的复合材料路面板由上面板、中间方形管粘结板和下面板组成,整体上属于夹心结构,结构轻便。

复合材料具有各向异性的特点,计算分析复杂。Essenburg F 应用广义位移的经典梁理论对夹心结构的弹性板进行了计算^[2]。纪多撤采用状态空间法,并定义了一类广义克雷洛夫函数,给出了该种问题的解析解^[3]。上述两方法只考虑面板的弯曲变形,而路面板的横向剪切变形不可忽略,因此具有一定的局限性。针对单向受力的桥面板,Wahyu Y 基于试验分析,总结出了桥面板的受力特征,分析了联结破坏形态^[4]。

由于复合材料路面板在受力上与单向受力的桥面板有很大不同,给计算分析带来了更大的困难。因此复合材料路面板的计算分析是一个值得进一步研究的问题^[5-12]。

本文利用弹性力学中的刚度等效原理,获得中间方形管粘结板等效板的结构属性计算公式,进而将整个路面板等效为材料均匀的正交异性板,建立弹性等效模型,并运用有限元方法对模型进行验证,以便将复合材料路面板简化为材料均匀的正交异性板,简化路面板的力学计算,为此类问题的具体分析,提供一种简明规范的方法。

1 弹性等效模型的建立

1.1 模型假设

路面板系统由上、下面板和中间方形管粘结板组成,如图1所示。其中, X 轴为纵向方向, Y 轴为横向方向, Z 轴为垂直方向, L 、 W 分别为路面板的长和宽。在建立路面板等效模型之前,作如下假设:①路面板的所有组件完全粘结在一起,成为一个整体;②路面板的每一个组件均为正交异性材料,且连续、无裂缝;③路面板的各组件和整个路面板系统为线弹性变形,不考虑材料的延展性、徐变性;④不考虑路面板连接件的影响。

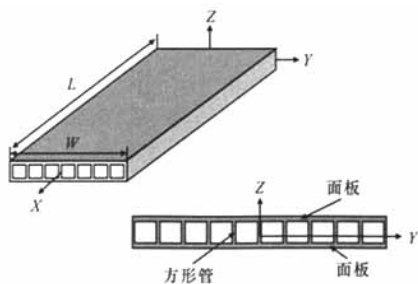


图1 复合材料路面板结构模型

1.2 模型建立步骤

如图2所示,先将中间的方形管粘结板简化为一块弹性等效板(步骤1),这样复合材料路面板就成为由上、下面板和中间等效板组成的层叠复合板,这种层叠复合板的力学性能在理论上是可以求解的。目前,单层板分析理论已经很成熟,计算方法比层叠板简单。基于这种考虑,本文将整个路面板系统(包括上、下面板和中间等效板)简化为一块单层等效板(步骤2),以便利用单层板理论进行研究。运用上述等效方法,需要解决两个重要问题:①将路面板简化为相同尺寸的正交异性板;②能够通过路面板的组件(上、下面板和中间方形管粘结板)得到与等效板相符的各项材料属性^[5]。按照图2所示的建模步骤,先对中间的方形管粘结板进行等效建模,再对整个路面板进行等效建模。

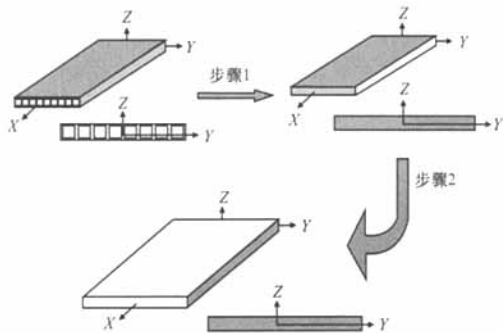


图2 弹性等效模型建立步骤

1.3 方形管粘结板等效板属性计算

图3是方形管的横截面图。方形管长为 l ,其中, b 为方形管宽, h 为方形管高, h_0 为方形管上下缘中心线间距, d 为方形管壁厚。为了便于制作,方形管的内壁和外壁都加工成缓和曲线。在建模中,为简化计算,假设内外壁均为正方形。

建立模型步骤如下:①通过单个方形管计算出方形管粘结板的各向刚度;②将方形管粘结板看作与其尺寸相同的正交异性板;③计算等效正交异性板的各方向的刚度系数。

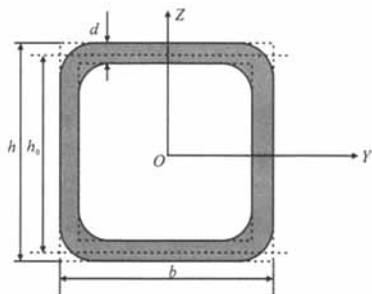


图3 方形管横截面

1.3.1 方形管粘结板各向刚度计算

方形管粘结板纵向刚度 D_{xx} 与单个方形管的纵向刚度 D'_{xx} 相同,即

$$D_{xx} = D'_{xx} = E_{xx} i_{xx}$$

式中: E_{xx} 为方形管纵向杨氏模量; i_{xx} 为方形管纵向抗弯截面系数。

而 $i_{xx} = \frac{I_{xx}}{h}$, 所以有

$$D_{xx} = D'_{xx} = E_{xx} i_{xx} = E_{xx} \frac{I_{xx}}{h} \quad (1)$$

式中: I_{xx} 为方形管惯性矩。

计算方形管粘结板横向刚度时,需要考虑方形管的横向变形对刚度的影响,所以,横向刚度计算比纵向刚度要复杂一些。方形管横向抗弯截面系数 i_{yy} 可由下式计算

$$i_{yy} = \frac{dh_0^2}{2} + \frac{4d^3}{3}$$

由此得到方形管横向刚度 D'_{yy} 为

$$D'_{yy} = E_{yy} i_{yy}$$

式中: E_{yy} 为方形管横向杨氏模量。

剪力引起的方形管粘结板的可能变形 G_{AS} 可由下式计算

$$G_{AS} = \frac{16E_{yy}d^4}{h_0h(h_0+8h)}$$

则方形管粘结板横向刚度 D_{yy} 为

$$D_{yy} = \frac{D'_{yy}G_{AS}(h-d)^2}{G_{AS}(h-d)^2 + 18D'_{yy}} \quad (2)$$

方形管粘结板平面刚度 D_{xy} 可通过下式计算

$$D_{xy} = \nu_{xy} D_{yy} \quad (3)$$

式中: ν_{xy} 为泊松比。

方形管粘结板扭转刚度 D_{66} 计算式为

$$D_{66} = \frac{GJ}{4h} = \frac{G_{xy}J_{xy}}{4h} \quad (4)$$

式中: G_{xy} 为方形管切变模量; J_{xy} 为方形管的转动惯量。

在 X 方向上, 方形管像并联粘结在一起的弹

簧, 方形管粘结板在该方向上的刚度较大; 在 Y 方向上, 方形管则像并排串接在一起的弹簧, 方形管粘结板在该方向上的刚度较小。

1.3.2 方形管粘结板等效板属性计算

将方形管粘结板等效为与其尺寸相同的正交异性板, 等效板各方向刚度与方形管粘结板相同。等效板的材料属性可由下列算式计算

$$E_{xx}^e = \frac{12D_{xx}(1-\nu_{xy}^e\nu_{yx}^e)}{h^3} \quad (5)$$

$$E_{yy}^e = \frac{12D_{yy}(1-\nu_{xy}^e\nu_{yx}^e)}{h^3} \quad (6)$$

$$G_{xy}^e = \frac{12D_{66}}{h^3} \quad (7)$$

式中: E_{xx}^e 为等效板纵向杨氏模量; E_{yy}^e 为等效板横向杨氏模量; G_{xy}^e 为等效板切变模量。

对于等效板垂直方向的杨氏模量 E_{zz}^e , 有

$$E_{zz}^e = E_{zz} \quad (8)$$

式中: E_{zz} 为方形管垂直方向杨氏模量。

等效板泊松比的计算式为

$$\nu_{xy}^e = \nu_{xy}, \quad \nu_{yx}^e = \frac{D_{yy}}{D_{xx}}\nu_{xy}, \quad \nu_{xz}^e = \nu_{yz}^e \quad (9)$$

式中: ν_{xy}^e 、 ν_{yx}^e 、 ν_{xz}^e 均为等效板的泊松比。

等效板其他方向的切变模量可由下式计算

$$G_{yz}^e = \frac{D_{yz}}{h} = \frac{G_{yz}J_{yz}}{hl} \quad (10)$$

$$G_{xz}^e = \frac{D_{xz}}{h} = \frac{G_{xz}J_{xz}}{h^2} \quad (11)$$

式中: G_{yz}^e 、 G_{xz}^e 均为等效板切变模量; D_{yz} 、 D_{xz} 均为方形管粘结板刚度; G_{yz} 、 G_{xz} 均为方形管切变模量; J_{yz} 、 J_{xz} 均为方形管转动惯量; l 为方形管长度。

1.4 复合材料路面板等效模型属性计算

路面板长、宽、厚分别记作 L 、 W 、 H ; 上、下面板和中间方形管粘结板等效板的厚度分别记作 H_T 、 H_B 、 H_1 , 如图 4 所示。通过上、下面板和中间方形管粘结板等效板, 推导出整个路面板正交异性等效模型材料属性的计算公式。

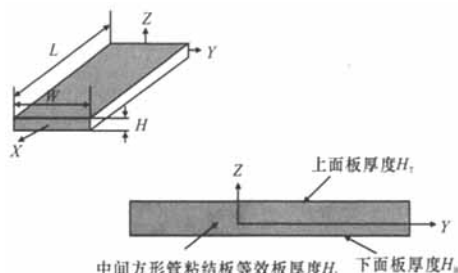


图4 复合材料路面板结构

1.4.1 弹性模量计算

当路面板受到沿X方向的拉力或压力时,由于粘接为一个整体,所以上、下面板和中间方形管粘结板等效板在X方向上的应变 ϵ_{11} 相同^[6-7]。设轴向荷载为 P_{11} ,则上、下面板和中间方形管粘结板等效板上的荷载分量分别为 $P_{11}^T, P_{11}^B, P_{11}^I$ (T、B、I分别为上、下面板和中间方形管粘结板等效板的符号标识,下同),有

$$P_{11} = P_{11}^T + P_{11}^B + P_{11}^I$$

也可写作

$$\sigma_{11} A_{11} = \sigma_{11}^T A_{11}^T + \sigma_{11}^B A_{11}^B + \sigma_{11}^I A_{11}^I$$

或

$$\sigma_{11} = \sigma_{11}^T \frac{A_{11}^T}{A_{11}} + \sigma_{11}^B \frac{A_{11}^B}{A_{11}} + \sigma_{11}^I \frac{A_{11}^I}{A_{11}} \quad (12)$$

式中: σ_{11} 为路面板X方向的总应力; $\sigma_{11}^T, \sigma_{11}^B, \sigma_{11}^I$ 分别为上、下面板和中间方形管粘结板X方向的应力; A_{11} 为路面板的横截面积; $A_{11}^T, A_{11}^B, A_{11}^I$ 分别为上、下面板和中间方形管粘结板的横截面积。

由几何关系得

$$A_{11} = WH, A_{11}^T = H_T W,$$

$$A_{11}^B = H_B W, A_{11}^I = H_I W$$

设

$$\alpha_T = \frac{H_T}{H}, \alpha_B = \frac{H_B}{H}, \alpha_I = \frac{H_I}{H} \quad (13)$$

代入式(12)得

$$\sigma_{11} = \sigma_{11}^T \alpha_T + \sigma_{11}^B \alpha_B + \sigma_{11}^I \alpha_I$$

两边除以 ϵ_{11} ,得

$$\frac{\sigma_{11}}{\epsilon_{11}} = \frac{\sigma_{11}^T}{\epsilon_{11}} \alpha_T + \frac{\sigma_{11}^B}{\epsilon_{11}} \alpha_B + \frac{\sigma_{11}^I}{\epsilon_{11}} \alpha_I$$

由于路面板各部分在X方向上的应变相同,因此可得

$$E_{11} = \alpha_T E_{11}^T + \alpha_B E_{11}^B + \alpha_I E_{11}^I \quad (14)$$

式中: E_{11} 为等效板X方向的弹性模量; $E_{11}^T, E_{11}^B, E_{11}^I$ 分别为上、下面板和中间方形管粘结板X方向的弹性模量。

同理,可得Y方向的弹性模量 E_{22} 的计算式

$$E_{22} = \alpha_T E_{22}^T + \alpha_B E_{22}^B + \alpha_I E_{22}^I \quad (15)$$

式中: $E_{22}^T, E_{22}^B, E_{22}^I$ 分别为上、下面板和中间方形管粘结板Y方向的弹性模量。

考虑路面板Z方向作用有拉力或压力 P_{33} 产生均布荷载状态,应力 $\sigma_{33} = \frac{P_{33}}{A_{33}}$ 。显然

$$\sigma_{33} = \sigma_{33}^T = \sigma_{33}^B = \sigma_{33}^I$$

式中: $\sigma_{33}^T, \sigma_{33}^B, \sigma_{33}^I$ 分别为上、下面板和中间方形管粘结板Z方向的应力。

路面板各部分Z方向上应变可表述为

$$\epsilon_{33}^T = \frac{\sigma_{33}^T}{E_{33}^T}, \epsilon_{33}^B = \frac{\sigma_{33}^B}{E_{33}^B}, \epsilon_{33}^I = \frac{\sigma_{33}^I}{E_{33}^I}$$

式中: $\epsilon_{33}^T, \epsilon_{33}^B, \epsilon_{33}^I$ 分别为上、下面板和中间方形管粘结板Z方向的应变。

路面板各部分的变形可写为

$$\delta_{33}^T = \epsilon_{33}^T H_T, \delta_{33}^B = \epsilon_{33}^B H_B, \delta_{33}^I = \epsilon_{33}^I H_I$$

则路面板Z方向的总变形 δ_{33} 可写为

$$\delta_{33} = \delta_{33}^T + \delta_{33}^B + \delta_{33}^I = \epsilon_{33}^T H_T + \epsilon_{33}^B H_B + \epsilon_{33}^I H_I$$

式中: $\delta_{33}^T, \delta_{33}^B, \delta_{33}^I$ 分别为上、下面板和中间方形管粘结板Z方向的变形。

路面板Z方向总应变 ϵ_{33} 可表达为

$$\epsilon_{33} = \frac{\delta_{33}}{H} = \epsilon_{33}^T \frac{H_T}{H} + \epsilon_{33}^B \frac{H_B}{H} + \epsilon_{33}^I \frac{H_I}{H} \quad (16)$$

将式(13)代入式(16)得

$$\epsilon_{33} = \epsilon_{33}^T \alpha_T + \epsilon_{33}^B \alpha_B + \epsilon_{33}^I \alpha_I$$

两边除以 σ_{33} 得

$$\frac{\epsilon_{33}}{\sigma_{33}} = \frac{\epsilon_{33}^T}{\sigma_{33}} \alpha_T + \frac{\epsilon_{33}^B}{\sigma_{33}} \alpha_B + \frac{\epsilon_{33}^I}{\sigma_{33}} \alpha_I$$

取倒数可得

$$E_{33} = 1 / \left(\frac{\alpha_T}{E_{33}^T} + \frac{\alpha_B}{E_{33}^B} + \frac{\alpha_I}{E_{33}^I} \right) \quad (17)$$

式中: E_{33} 为等效板Z方向的弹性模量; $E_{33}^T, E_{33}^B, E_{33}^I$ 分别为上、下面板和中间方形管粘结板Z方向的弹性模量; $\alpha_T, \alpha_B, \alpha_I$ 由式(13)给出。

1.4.2 切变模量计算

切变模量 G_{12} 的推导与 E_{11} 类似,经计算得

$$G_{12} = \alpha_T G_{12}^T + \alpha_B G_{12}^B + \alpha_I G_{12}^I \quad (18)$$

式中: $G_{12}^T, G_{12}^B, G_{12}^I$ 分别为上、下面板和中间方形管粘结板XY方向的切向变量。

与 E_{33} 的推导相似,可得等效XZ、YZ方向的切变模量 G_{13}, G_{23}

$$G_{13} = 1 / \left(\frac{\alpha_T}{G_{13}^T} + \frac{\alpha_B}{G_{13}^B} + \frac{\alpha_I}{G_{13}^I} \right) \quad (19)$$

$$G_{23} = 1 / \left(\frac{\alpha_T}{G_{23}^T} + \frac{\alpha_B}{G_{23}^B} + \frac{\alpha_I}{G_{23}^I} \right) \quad (20)$$

式中: $G_{13}^T, G_{13}^B, G_{13}^I$ 分别为上、下面板和中间方形管粘结板XZ方向的切变模量; $G_{23}^T, G_{23}^B, G_{23}^I$ 分别为上、下面板和中间方形管粘结板YZ方向的切变模量。

1.4.3 泊松比计算

应力 σ_{11} 单独作用下的泊松比 ν_{12} 定义为

$$\nu_{12} = -\frac{\epsilon_{22}}{\epsilon_{11}}$$

假设X方向作用有应力 σ_{11} ,则路面板各部分在Y方向上的变形可表述为

$$\delta_{22}^T = -\nu_{12}^T \epsilon_{11}^T W, \delta_{22}^B = -\nu_{12}^B \epsilon_{11}^B W,$$

$$\delta_{22}^I = -\nu_{12}^I \epsilon_{11}^I W$$

式中: ν_{12} 为等效板 XY 方向上的泊松比。

路面板各部分 Y 方向上的总变形 δ_2 可表述为

$$\delta_2 = \alpha_T \delta_2^T + \alpha_1 \delta_2^1 + \alpha_B \delta_2^B = \alpha_T v_{12}^T \epsilon_{11}^T W - \alpha_1 v_{12}^1 \epsilon_{11}^1 W - \alpha_B v_{12}^B \epsilon_{11}^B W \quad (21)$$

Y 方向的总变形也可以表述为

$$\delta_2 = -\nu_{12} \epsilon_{11} W \quad (22)$$

由式(21)、式(22)可得

$$-\nu_{12} \epsilon_{11} W = -\alpha_T v_{12}^T \epsilon_{11}^T W - \alpha_1 v_{12}^1 \epsilon_{11}^1 W - \alpha_B v_{12}^B \epsilon_{11}^B W$$

两边除以 $-\epsilon_{11} W$ 得

$$\nu_{12} = \alpha_T v_{12}^T \frac{\epsilon_{11}^T}{\epsilon_{11}} + \alpha_1 v_{12}^1 \frac{\epsilon_{11}^1}{\epsilon_{11}} + \alpha_B v_{12}^B \frac{\epsilon_{11}^B}{\epsilon_{11}}$$

考虑到 $\epsilon_{11}^T = \epsilon_{11}^1 = \epsilon_{11}^B = \epsilon_{11}$, 上式可表述为

$$\nu_{12} = \alpha_T v_{12}^T + \alpha_1 v_{12}^1 + \alpha_B v_{12}^B \quad (23)$$

式中: v_{12}^T 、 v_{12}^1 、 v_{12}^B 分别为上、下面板和中间方形管粘结板 XY 方向的泊松比。

同理可得等效板 XZ、YZ 方向上的泊松比 ν_{13} 、 ν_{23}

$$\nu_{13} = \alpha_T v_{13}^T + \alpha_1 v_{13}^1 + \alpha_B v_{13}^B \quad (24)$$

$$\nu_{23} = \alpha_T v_{23}^T + \alpha_1 v_{23}^1 + \alpha_B v_{23}^B \quad (25)$$

式中: v_{13}^T 、 v_{13}^1 、 v_{13}^B 分别为上、下面板和中间方形管粘结板 XZ 方向的泊松比; v_{23}^T 、 v_{23}^1 、 v_{23}^B 为上、下面板和中间方形管粘结板 YZ 方向上的泊松比。

2 模型验证

2.1 有限元模拟

本文运用有限元方法建立了两个模型:复合材料路面板模型和等效板模型。在路面板模型中,进行了以下假设:中间方形管粘接板由 10 根相同的方形管粘结而成,又与上、下面板紧密粘结,形成一个整体。研究表明,有限元方法中,路面板模型横向上方形管壁对路面板的弯曲变形影响可以忽略,因此该模型代表了真实的复合材料路面板。

为减少计算时间,只对路面板模型和等效板模型的一半进行了建模。其中,路面板模型采用的单元类型为 SOLID95,分为 10 000 个单元、51 000 个节点,其网格划分如图 5 所示。等效板模型所选用的单元类型为 SHELL93,分为 4 400 个节点、1 400 个单元,其网格划分如图 6 所示^[10-12]。

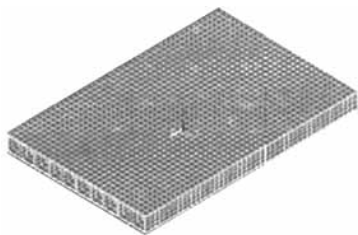


图 5 路面板有限元模型

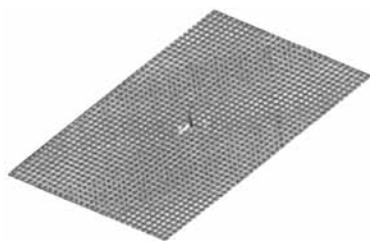


图 6 等效路面板有限元模型

2.2 验证分析

设想路面板铺设在复杂的地面上,施加均布垂直荷载,双向约束。图 7、图 8 为两模型的计算结果比较曲线图。

从均布荷载作用下路面板的变形比较图可以看出,路面板模型的最大变形为 -14.73 mm,等效板模型最大变形为 -13.97 mm,两者相差 5.2%。等效板模型对变形作了一定假定,引起板刚度增大,计算出的位移减小,其误差是可以接受的。由此可以证明弹性等效模型是正确的。

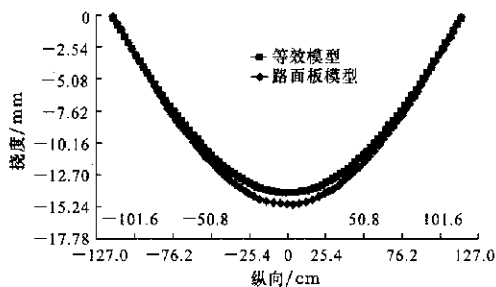


图 7 纵向中心线上各点位移对比

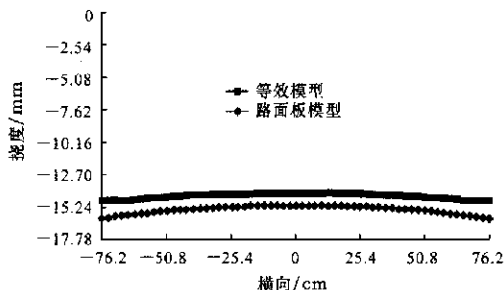


图 8 横向中心线上各点位移对比

3 结 语

(1) 分析复合材料路面板的力学属性有两个难点,一是中空板结构;二是材料各向异性。本文利用弹性力学中的刚度等效理论,将复合材料路面板等效为材料均匀的正交异性板,建立了弹性等效模型,并运用有限元方法,验证了模型的正确性。

(2) 材料均匀的正交异性板的力学属性,可以利用传统的计算方法求解,也可以通过有限元方法求

解。运用有限元法求解时,由于其结构简单,计算难度和工作量较小。

(3)将结构复杂的复合材料路面板简化为材料均匀的正交异性板后,使得力学分析计算简单易行,便于工程设计,为复合材料路面板的设计计算和推广应用创造了条件。

(4)本文的弹性等效建模方法,对不同结构形式的复合材料,具有一定的参考和借鉴意义。

(5)复合材料路面板主要用于松软地面的工程设计,由于复合材料路面板的各向异性和松软地面的不均匀沉降,面板和地基间的力学关系复杂,变形和应力计算困难,是课题研究的重点和难点。通过等效方法得到复合材料路面板的属性后,将进一步研究基于松软地面的复合材料路面板的力学属性。

参考文献:

References:

- [1] 万 水,胡 红,周荣星. FRP 桥面板结构特点与实例[J]. 南京理工大学学报, 2005, 29(1): 17-21.
WAN Shui, HU Hong, ZHOU Rong-xing. Structural characteristics of FRP bridge decks and its application instance in bridge engineering[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology. 2005, 29(1): 17-21.
- [2] Essenburg F. Shear deformation in beams on elastic foundation[J]. Journal of Applied Mechanics, 1962, 21(29): 310-313.
- [3] 纪多辙. 弹性地基上复合材料夹层梁的解析分析[J]. 焦作工学院学报: 自然科学版, 2001, 20(3): 221-224.
JI Duo-zhe. The analytic solution for sandwich beams of composite materials on elastic foundations[J]. Journal of Jiaozuo Institute of Technology: Natural Science Edition, 2001, 20(3): 221-224.
- [4] Wahyu Y. Experimental study of the behavior of fiber reinforced polymer deck system [D]. Pittsburgh: Pittsburgh University, 2005.
- [5] 黄 炎,杨端生. 弹性地基上的正交异性矩形薄板弯曲的一般解[J]. 常州工学院学报, 2000, 13(4): 17-21.
HUANG Yan, YANG Duan-sheng. A general solution in bending problem of orthotropic rectangular thin plates on elastic foundation [J]. Journal of Changzhou Institute of Technology, 2000, 13(4): 17-21.
- [6] 马 巍, [胡长顺]. 超薄水泥混凝土路面结构设计方法[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2004, 24(4): 1-5.
MA Biao, [HU Chang-shun]. Structure design method for ultra-thin whitetopping pavement [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2004, 24(4): 1-5.
- [7] Zhou A X. Stiffness and strength of fiber reinforced polymer composite bridge deck systems [D]. Blacksburg: Blacksburg University, 2002.
- [8] 张志田,葛耀君. 基于正交异性壳单元的悬索桥非线性静风稳定性分析[J]. 中国公路学报, 2004, 17(4): 64-69.
ZHANG Zhi-tian, GE Yao-jun. Nonlinear aerostatic instability analysis of suspension bridges based on orthotropic shell element models[J]. China Journal Highway and Transport, 2004, 17(4): 64-69.
- [9] 钱振东,罗 剑. 正交异性钢桥面板铺装层受力分析[J]. 交通运输工程学报, 2004, 4(2): 10-13.
QIAN Zhen-dong, LUO Jian. Pavement stress analysis of orthotropic steel deck [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2004, 4(2): 10-13.
- [10] 邓卫东,张兴强,陈 波,等. 路基不均匀沉降对沥青路面受力变形影响的有限元分析[J]. 中国公路学报, 2004, 17(1): 12-15.
DENG Wei-dong, ZHANG Xing-qiang, CHEN Bo, et al. Nonlinear FEM analysis of influence of asphalt pavement under non-homogenous settlement of roadbed[J]. China Journal Highway and Transport, 2004, 17(1): 12-15.
- [11] 苗英豪, [胡长顺], 王秉纲. 路基填挖交界处路面裂缝的三维有限元分析[J]. 交通运输工程学报, 2005, 5(4): 43-47.
MIAO Ying-hao, [HU Chang-shun], WANG Bing-gang. 3-D FEM analysis of pavement crack at cut to fill location of subgrade[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2005, 5(4): 43-47.
- [12] 刘 荣,黄晓明,刘效尧. 冲击破碎混凝土路面的三维叠层模型[J]. 交通运输工程学报, 2005, 5(1): 11-13.
LIU Ying, HUANG Xiao-ming, LIU Xiao-yao. 3-D overlay model of broken concrete pavement [J]. Journal of Transportation Engineering, 2005, 5(1): 11-13.