

基于非线性测度的机器人抓取动态稳定性

王凯明^{1,2}, 贾双盈¹, 胡新利³

(1. 长安大学 理学院, 陕西 西安 710064; 2. 西安交通大学 理学院, 陕西 西安 710049;
3. 西安工程大学 理学院, 陕西 西安 710048)

摘 要:为了研究多指手机器人非线性抓取系统的动态稳定性, 引入了 l^2 -范数下非线性算子测度; 证明了非线性算子测度类似于矩阵测度对线性系统平衡点唯一性的作用, 可以用来分析非线性系统平衡点的唯一性和稳定性; 应用非线性测度得到了多指手机器人抓取的动态稳定性, 抓取系统靠近抓取平衡点的收敛速度及平衡点吸引域的估计; 最后应用抓取实例验证了所得结论。结果表明, 可以通过调节抓取系统参数使得抓取指数渐近稳定。

关键词:控制工程; 非线性测度; 抓取系统; 动态稳定性; Liapunov 函数

中图分类号:O29; TB114.2 **文献标志码:**A

Dynamic stability of robotic multi-fingered grasping based on nonlinear measure

WANG Kai-ming^{1,2}, JIA Shuang-ying¹, HU Xin-li³

(1. School of Science, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China;
2. School of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, Shaanxi, China;
3. School of Science, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, Shaanxi, China)

Abstract: By l^2 -norm, the nonlinear measure is introduced to analyze the dynamic stability of robotic multi-fingered grasping. It is proved that it is similar to the use of matrix measure for linear system, the nonlinear measure can be used to study the uniqueness and stability of nonlinear system equilibrium point so as to study the stability of robotic multi-fingered grasping. With this method, the attraction regions are estimated and the approaching speed of equilibrium point is described. A grasping model is developed to verify the proposed theorem effective. The result shows that the grasping can be exponentially stable by adjusting the grasp parameters. 1 fig, 7 refs.

Key words: control engineering; nonlinear measure; grasping system; dynamic stability; Liapunov function

0 引 言

在微分方程系统的稳定性判别上, 由于 Liapunov 函数法不能具体描述系统靠近平衡点的

收敛速度, 同时利用加权范数估计平衡点吸引域^[1-3]又需求解 Liapunov 方程。非线性算子测度^[4]的应用正好可以弥补这两种方法的不足。类似于矩阵测度对线性系统平衡点唯一性的刻画, 非线性测

收稿日期:2006-07-01

基金项目:国家自然科学基金项目(10271093)

作者简介:王凯明(1974-), 女, 陕西眉县人, 长安大学讲师, 西安交通大学博士研究生, E-mail: wangkaiming1974@yahoo.com.cn.

度在此用来刻画非线性系统的平衡点的唯一性和稳定性。所以,本文引入非线性算子测度来考察机器人抓取系统^[5-6]

$$\dot{x} = Ax + F(x) \quad (1)$$

的平衡点的稳定性及相应性质。式(1)的矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} O_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \\ -M_b^{-1} \tilde{K}_b & -M_b^{-1} \tilde{B}_b \end{bmatrix}, F(x) = \begin{bmatrix} O_{6 \times 1} \\ M_b^{-1} F_2(x) \end{bmatrix},$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} O_{3 \times 3} \\ F_1 \end{bmatrix}, x_1 = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \theta \end{bmatrix}, x_2 = \begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix},$$

$$F_1(x) = \sum_{i=1}^m (C_i x_1 \times \tilde{K}_i x_2 + D_i x_2 \times \tilde{K}_i x_2)$$

式中: $M_b, \tilde{B}_b, \tilde{K}_b$ 分别为惯性矩阵、减震矩阵和弹性矩阵; I 为单位矩阵; O 为零矩阵; C_i 为弹性矩阵余项; D_i 为减震矩阵余项; \tilde{K}_i 由文献[5]可知; m 为抓取手指的个数; x 为抓取偏差向量; 乘号 \times 为向量外积; $\Delta \theta$ 为抓取角度偏差向量。

1 非线性测度的定义及引理

考察非线性微分方程系统^[7]

$$\frac{dx(t)}{dt} = F(x(t)), \quad t \geq t_0 \quad (2)$$

式中: F 为定义在开集 $\Omega \subset R^n$ 上的一个局部 Lipschitz 算子。

定义 1 定义常数

$$m_\Omega(F) = \sup_{x, y \in \Omega, x \neq y} \frac{\langle (F(x) - F(y)), (x - y) \rangle}{\|x - y\|_2^2} \quad (3)$$

为 F 在开集 Ω 上的非线性测度;

$$m_\Omega(F, x^0) = \sup_{x \in \Omega, x \neq x^0} \frac{\langle (F(x) - F(x^0)), (x - x^0) \rangle}{\|x - x^0\|_2^2} \quad (4)$$

为 F 在 x^0 处的相对非线性测度。

引理 1 若 $m_\Omega(F) < 0$, 则 F 是 Ω 上的一一映射(即 $F(x) = F(y) \Rightarrow x = y$)。

由此说明了 $m_\Omega(F) < 0$ 时 F 在 Ω 上最多有一个平衡点, 所以对系统式(2)有结论。

引理 2 若 $x^* \in \Omega$ 是系统式(2)的一个平衡点, 而且 $m_\Omega(F, x^*) < 0$, 则系统式(2)在 Ω 内无其他平衡点。

引理 1 及引理 2 说明类似于矩阵测度对线性系统平衡点唯一性的刻画, 非线性测度也可以用来刻画非线性系统的平衡点的唯一性, 进而刻画非线性系统的稳定性。

引理 3 若 $m_\Omega(F) < 0$, 则系统式(2)最多有一个平衡点, 而且任意两个满足初始条件 $x(t_0) = x^0 \in \Omega, y(t_0) = y^0 \in \Omega$ 的解 $x = x(t), y = y(t)$ 有

$$\|x(t) - y(t)\|_2 \leq e^{m_\Omega(F)(t-t_0)} \|x^0 - y^0\|_2, t \geq t_0 \quad (5)$$

引理 4 $x^* \in \Gamma$ 是系统式(2)的一个平衡点, Γ 是以 x^* 为中心的 l^2 -球, 若 $m_\Gamma(F, x^*) < 0$, 则:

(1) 系统式(2)的任意满足初始条件 $x(t_0) = x^0 \in \Gamma$ 的解 $x(t)$ 都在 $t \geq t_0$ 时留在 Γ 内, 即 $x(t) \in \Gamma, t \geq t_0$ 。

(2) x^* 为指数渐近稳定的, 它的吸引域为 Γ , 而且 $x(t)$ 的指数衰减满足估计式

$$\|x(t) - x^*\|_2 \leq e^{m_\Gamma(F, x^*)(t-t_0)} \|x^0 - x^*\|_2, t \geq t_0 \quad (6)$$

由以上引理注意到类似于矩阵测度对线性系统稳定性的作用, 当非线性测度或相对非线性测度小于 0 时, 非线性系统式(2)的平衡点指数渐近稳定。

2 利用非线性测度考察机器人多指抓取系统的稳定性

考察引言中给出的抓取系统

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(x(t)) + F(x(t)), \quad t \geq t_0$$

其中, 向量 $x \in R^{12}, A \in R^{12 \times 12}$, 算子 $F: \Omega \rightarrow R^{12}$ 。

显然 $x = 0$ 是抓取系统的平衡点, 所以利用非线性测度考察 $x = 0$ 的稳定性。

定理 1 若抓取系统式(1)中, 矩阵 A 的分块元素 $\tilde{B}_b, M_b, \tilde{K}_b$ 满足 $\|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2 \leq 2\beta \min\{1, -m_\Gamma(M_b^{-1}(M_b - \tilde{B}_b), 0)\}, 0 < \beta < 1$, 开集 Γ 是以 $x = 0$ 为中心的, 半径 $r = \frac{\alpha(1-\beta)\|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2}{2\sqrt{2}\beta N\|T\|_F\|T^{-1}\|_F\|I_b^{-1}\|_F}, 0 < \alpha < 1$ 的 l^2

-球, $T = \begin{bmatrix} \tilde{K}_b & M_b \\ O_{6 \times 6} & I \end{bmatrix}$, N 为一系统固定常数, I_b 为转动惯量矩阵。则:

(1) 抓取系统在 Γ 内有唯一平衡点 $x = 0$ 。

(2) 抓取系统的平衡点 $x = 0$ 指数渐近稳定, 且满足初始条件 $x(t_0) = x^0 \in \Gamma$ 的解 $x(t)$ 的衰减满足

$$\|x(t)\|_2 \leq e^{\frac{-(1-\beta)(1-\alpha)}{2\beta}\|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2(t-t_0)} \|x^0\|_2, \quad 0 < \beta < 1, 0 < \alpha < 1, t \geq t_0 \quad (7)$$

平衡点 $x = 0$ 的吸引域为 Γ 。

$$\text{证明 由已知 } A = \begin{bmatrix} O_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \\ -M_b^{-1} \tilde{K}_b & -M_b^{-1} \tilde{B}_b \end{bmatrix},$$

令 $\tilde{F}(x) = Ax + F(x)$ 。

显然 $\tilde{F}(x)$ 局部 Lipschitz 连续, 再由 $T = \begin{bmatrix} \tilde{K}_b & M_b \\ O_{6 \times 6} & I \end{bmatrix}$, 有 $T^{-1} = \begin{bmatrix} \tilde{K}_b^{-1} & -\tilde{K}_b^{-1} M_b \\ O_{6 \times 6} & I \end{bmatrix}$ 。

下面考察算子 $\tilde{T}FT^{-1}$ 的非线性测度。

$$\langle \tilde{T}FT^{-1}(x), x \rangle =$$

$$\langle TAT^{-1}(x) + TF(T^{-1}x), x \rangle =$$

$$\left\langle \begin{bmatrix} -I & M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b \\ -M_b^{-1} & I - M_b^{-1}\tilde{B}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \right\rangle +$$

$$\langle TF(T^{-1}x), x \rangle (\text{令 } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}) = \langle -x_1, x_1 \rangle +$$

$$\langle (M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b)x_2, x_1 \rangle + \langle -M_b^{-1}x_1, x_2 \rangle +$$

$$\langle (I - M_b^{-1}\tilde{B}_b)x_2, x_2 \rangle + \langle TF(T^{-1}x), x \rangle =$$

$$\langle -x_1, x_1 \rangle + \langle (M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1})x_2, x_1 \rangle +$$

$$\langle (I - M_b^{-1}\tilde{B}_b)x_2, x_2 \rangle + \langle TF(T^{-1}x), x \rangle$$

因为 M_b 为正定, 及 $\|F(x)\|_2 \leq N(\|x_1\|_2 \cdot$

$\|x_2\|_2 + \|x_2\|_2^2)$, N 为系统某一常数, 故上式 \leq

$\langle -x_1, x_1 \rangle + \|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2 \|x_1\|_2 \cdot$

$\|x_2\|_2 + \langle (I - M_b^{-1}\tilde{B}_b)x_2, x_2 \rangle + \langle \tilde{T}FT^{-1}(x), x \rangle \leq$

$-\|x_1\|_2^2 + m_r(I - M_b^{-1}, \tilde{B}_b, 0) \|x_2\|_2^2 + \|M_b +$

$\tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2 \|x_1\|_2 \|x_2\|_2 + \sqrt{2}N \|T\|_F \cdot$

$\|T^{-1}\|_F \|I_b^{-1}\|_F \|x\|_2^3 \leq \max\{-1, m_r(I - M_b^{-1},$

$\tilde{B}_b, 0)\} \|x\|_2^2 + \frac{1}{2} \|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2 \|x\|_2^2$

$+ \sqrt{2}N \|T\|_F \|T^{-1}\|_F \|I_b^{-1}\|_F \|x\|_2^3$

当系数矩阵 A 的分块元素 $\tilde{B}_b, M_b, \tilde{K}_b$ 满足条件

$$\|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2 < 2\beta \min\{1,$$

$-m_r(M_b^{-1}(M_b - \tilde{B}_b), 0)\}, 0 < \beta < 1, \text{ 且}$

$$x \in \Gamma \quad \text{即} \quad \|x\|_2 <$$

$$\frac{\alpha(1-\beta) \|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2}{2\sqrt{2}\beta N \|T\|_F \|T^{-1}\|_F \|I_b^{-1}\|_F}, 0 < \beta < 1,$$

$0 < \alpha < 1$ 时,

$$\langle \tilde{T}FT^{-1}(x), x \rangle \leq \frac{-(1-\alpha)(1-\beta)}{2\beta} \|M_b + \tilde{K}_b -$$

$$\tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2 \|x\|_2^2 \leq 0$$

$$\text{取 } \Gamma = \{x, \|x - 0\|_2 \leq$$

$$\frac{\alpha(1-\beta) \|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2}{2\sqrt{2}\beta N \|T\|_F \|T^{-1}\|_F \|I_b^{-1}\|_F}, 0 < \beta < 1,$$

$0 < \alpha < 1\}$

$$\text{则 } m_r(\tilde{T}FT^{-1}, 0) \leq \frac{-(1-\alpha)(1-\beta)}{2\beta} \|M_b +$$

$$\tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2 < 0.$$

由引理 3 及引理 4 可知系统

$$\frac{dx(t)}{dt} = \tilde{T}FT^{-1}(x(t)), \quad t \geq t_0.$$

(1) 有唯一平衡点 $x = 0$;

(2) 平衡点指数渐近稳定, 而且满足初始条件 $x(t_0) = x^0$ 的解 $x(t)$ 的衰减满足

$$\|x(t)\|_2 \leq e^{\frac{-(1-\alpha)(1-\beta)}{2\beta} \|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2 (t-t_0)} \|x^0\|_2, t \geq t_0;$$

(3) 平衡点吸引域为 Γ 。

又因为 $x(t)$ 是抓取系统的解, 当且仅当 $\tilde{x}(t) = T^{-1}x$ 是抓取系统式(1)的解, 所以对抓取系统式(1)结论成立, 证毕。

3 几点说明

(1) 在定理 1 中, 由 T, I_b 矩阵的 2-范数也能得到相应的结果

$$\|x(t)\|_2 \leq e^{\frac{-(1-\alpha)(1-\beta)}{2\beta} \|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2 (t-t_0)} \|x^0\|_2,$$

$0 < \beta < 1, 0 < \alpha < 1, t \geq t_0;$

$$\Gamma = \{x, \|x\|_2 <$$

$$\frac{\alpha(1-\beta) \|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2}{2\sqrt{2}\beta N \|T\|_2 \|T^{-1}\|_2 \|I_b^{-1}\|_2}, 0 < \alpha < 1,$$

$0 < \beta < 1\}$ 。但是由于矩阵的 2-范数不易求得, 所以在对 $m_r(\tilde{T}FT^{-1}, 0)$ 作估计时, 对 T 及 I_b 采用了另一种和向量的 l^2 -范数相容的矩阵范数: F -范数^[7]。

(2) 定理 1 的条件是有效的, 可通过调节矩阵 \tilde{B}_b, \tilde{K}_b 中的参数, 使得由 $M_b, \tilde{B}_b, \tilde{K}_b$ 构成的新矩阵 $C = \tilde{B}_b + M_b^{-1} - \tilde{K}_b - M_b$ 及 $E = M_b^{-1}(\tilde{B}_b - M_b)$ 满足条件 $\|C\|_2 < 2\beta \min\{1, -\mu_2(-E)\}, 0 < \beta < 1$ 。此时定理 1 的条件 $\|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2 \leq 2\beta \min\{1, -m_r(M_b^{-1}(M_b - \tilde{B}_b), 0)\}, 0 < \beta < 1$, 显然成立。

(3) 与文献[6]结果相比较, 定理 1 并不要求系统式(1)中的 \tilde{B}_b, \tilde{K}_b 对称正定, 只需要组合矩阵 C, E 满足 $\|C\|_2 < 2\beta \min\{1, -\mu_2(-E)\}, 0 < \beta < 1$, 且 $x^0 \in \Gamma$ 时, 抓取系统指数渐近稳定。即当手指的减震阻尼 \tilde{B}_b 的作用与系统惯性 M_b 、手指抓取的弹性力 \tilde{K}_b 相互制约, 其中减震阻尼的作用稍强于抓取的弹性力及物体的惯性作用时, 抓取系统指数渐近稳定。

4 抓取实例

三球形手指对称抓取(物体的接触面近似为球面^[6])如图 1 所示。图 1 中 $\{x_{oi}, y_{oi}, z_{oi}\}, i = 1, 2, 3$, 为第 i 个手指与物体的接触点处的坐标架, $\{x_0, y_0, z_0\}$ 为物体坐标架。

在平衡状态时三手指的接触力为 $f_{i0} = (0 \ 0 \ -f_n)^T, f_{20} = f_{30} = (0 \ 0 \ -f_n/2)^T, f_n \in \mathbb{R}^+$, 仍假设各接触点处手指与物体的接触面曲率半径在各接触点处相同, 分别为 ρ_o, ρ_f , 其他假设如图 1 所示。

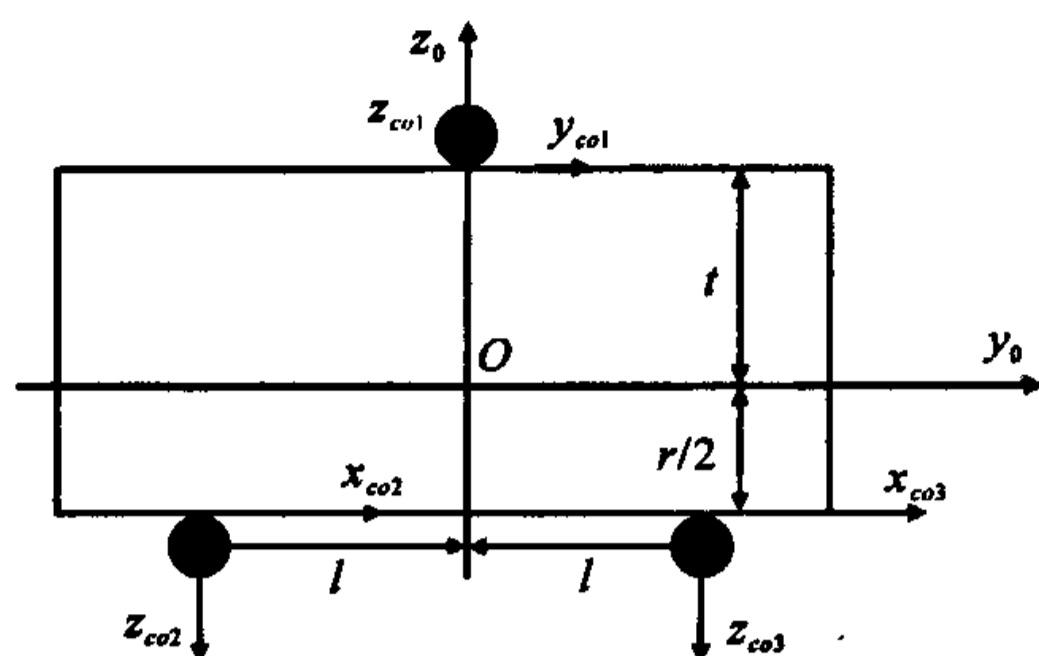


图1 三球形手指对称抓取

这样, $\tilde{B}_b, \tilde{K}_b, M_b$ 的表达式为

$$\tilde{B}_b = \begin{bmatrix} 3b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3r^2 + 4l^2}{2}b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3r^2}{2}b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2l^2b \end{bmatrix}$$

$$M_b = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{K}_b = \begin{bmatrix} 3k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3r^2 + 4l^2}{2}k + \rho f_n & -\rho f_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\rho f_n & \frac{3r^2}{2}k + \rho f_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2l^2k \end{bmatrix}$$

在定理 1 中

$$\|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2 \leq \max \left\{ \left| m + 3k - 3b - \frac{1}{m} \right|, \left| I_{xx} + \frac{3r^2 + 4l^2}{2}(k - b) - \frac{1}{I_{xx}} \right|, \left| I_{yy} + \frac{3r^2}{2}(k - b) - \frac{1}{I_{yy}} \right|, \left| I_{zz} + 2l^2(k - b) - \frac{1}{I_{zz}} \right| \right\}$$

$$\min\{1, -m_r(M_b^{-1}(-\tilde{B}_b + M_b), 0)\} = \min\{1, \frac{3b - m}{m}, \frac{3r^2 + 4l^2}{2I_{xx}}b - 1, \frac{3r^2}{2I_{yy}}b - 1, \frac{l^2}{I_{zz}}b - 1\}.$$

由定理 1, 可通过调节参数 l, b, k, α, β , 使 $\|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\| \leq 2\beta \min\{1, -m_r(M_b^{-1}(M_b - \tilde{B}_b), 0), 0 < \beta < 1$, 使抓取系统渐近稳定, 因而得到系统解轨线相应的衰减估计

$$\|x(t)\|_2 \leq e^{\frac{-(1-\beta)(1-\alpha)}{2\beta}} \|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2(t-t_0) \|x^0\|_2,$$

$$0 < \beta < 1, 0 < \alpha < 1, t \geq t_0;$$

以及相应的吸引域估计

$$\Gamma = \{x, \|x\|_2 < \frac{\alpha(1-\beta) \|M_b + \tilde{K}_b - \tilde{B}_b - M_b^{-1}\|_2}{2\sqrt{2}\beta N \|T\|_F \|T^{-1}\|_F \|I_b^{-1}\|_F}, 0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1\}.$$

5 结 语

(1) 引入了 l^2 -范数下的非线性算子测度。

(2) 对多指手机器人抓取系统进行了稳定性分析, 得到了抓取系统指数渐近稳定的条件和吸引域的估计表达式。

(3) 应用抓取实例验证了定理结果的可靠性, 表明可通过调节系统参数使得抓取操作指数渐近稳定, 同时给出了吸引域的具体估计式。

参考文献:

References:

- [1] Jen F, Shoham M, Longman R W. Liapunov stability of forced-controlled grasps with a multifingered hand[J]. Intl J Robot Res, 1996, 15(2): 137-154.
- [2] 王凯明. 多指手机器人抓取的动态稳定性[D]. 西安: 西安交通大学, 2003.
- [3] 王凯明, 贾双盈, 胡新利. 利用加权范数估计机器人抓取系统的吸引域[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2007, 27(1): 103-106.
WANG Kai-ming, JIA Shuang-ying, HU Xin-li. Estimating attraction regions of robotic grasp with weighting-norm[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2007, 27(1): 103-106.
- [4] Qiao H, Peng J G, Xu Z B. Nonlinear measures: a new approach to exponential stability analysis for hop-field type neural networks[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2001, 12(2): 360-369.
- [5] Xiong C H, Li Y F, Zhang W P. Kinematics of finger with rolling contact[J]. Progress Natural Sci, 1999, 9(3): 89-197.
- [6] Xiong C H, Li Y F. On the dynamic stability of grasping [J]. International Journal of Robotics Research, 1999, 18: 951-958.
- [7] 王凯明, 胡新利, 贾双盈. 1~2-范数下的非线性测度[J]. 纺织高校基础科学学报, 2004, 17(3): 198-200.
WANG Kai-ming, HU Xin-li, JIA Shuang-ying. Nonlinear measure about 1~2-norm [J]. Basic Sciences Journal of Textile Universities, 2004, 17(3): 198-200.