

文章编号:1671-8879(2007)02-0030-04

# 软土路基微结构扫描电镜图像的分形

毛灵涛<sup>1</sup>, 薛 茹<sup>2</sup>, 袁则循<sup>3</sup>

(1. 中国矿业大学 煤炭资源与安全开采国家重点实验室, 北京 100083; 2. 郑州航空工业管理学院 建筑工程管理系, 河南 郑州 450015; 3. 北京城市学院 教育培训中心, 北京 100083)

**摘 要:** 根据分形模型的构造方法, 提出了用于描述软土孔隙变化的孔隙度分维、孔隙分布分维和孔隙边缘形状分维, 并以珠江三角洲地区某高速公路软土路基加固为例, 用分形维数对土体扫描电镜(SEM)图像进行分析。研究发现, 加固后 3 种分形维数均有不同程度降低, 表明加固后孔隙的分布面积减小, 结构单元体之间排列紧密, 孔隙尺寸分布趋于均匀, 孔隙边缘形状变得规整光滑。结果表明, 软土中孔隙分布及形状具有分形特征, 不同的分形维数, 可以从不同角度反映土体的加固效果及力学特性变化。

**关键词:** 道路工程; 软土路基; 土孔隙; 土的微观结构; 分形维数; 图像处理

**中图分类号:** U416.1      **文献标志码:** A

## Fractal approach on soft soil subgrade microstructure SEM image

MAO Ling-tao<sup>1</sup>, XUE Ru<sup>2</sup>, YUAN Ze-xun<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory of Coal Resources and Safe Mining, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China; 2. Department of Architecture Engineer Management, Zhengzhou Institute of Aeronautical Industry Management, Zhengzhou 450015, Henan, China; 3. Center of Education Training, Beijing City University, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Based on the creation of fractal model, three kinds dimensions, such as porosity density dimension, porosity distribution dimension and porosity edge shape dimension, are proposed to describe the variations of porosity in soft soil microstructure SEM image. Taking the highway subgrade reinforcement in Zhujiang Delta as an example, this paper analyzes the soil SEM image with fractal dimensions. According to the analysis, these dimensions of the reinforced soft soil diminish in different degrees, which indicate that the distribution area of porosity decreases, the structure units array more tightly, the porosity size distribution becomes uniform, and the edge of porosity turns smooth. All of these results disclose that the distribution and the shape of porosity have fractal feature. Different fractal dimensions show the reinforced effectiveness and the feature variations of soil mass from different views. 1 tab, 4 figs, 15 refs.

**Key words:** road engineering; soft soil subgrade; soil porosity; soil microstructure; fractal dimension; image processing

## 0 引 言

土中孔隙的变化是土体变形的内因, 可直接反

映土体物理力学性质的改变。目前, 用于土体微观结构研究的主要方法有两种: 扫描电镜(SEM)与压汞试验。随着扫描电镜与计算机图像处理技术的发

展,使土的微观结构定量研究水平大大提高。国内外研究人员开发了一系列软件,在微结构量化分析上取得了大量的成果<sup>[1-3]</sup>。然而,微结构信息被提取出来之后,如何合理而正确地分析,进而反映土的宏观性质,达到“微观服务于宏观”的目的就成了土力学专家研究的主要内容。

在土体结构中引入分形理论始于 20 世纪 90 年代初期。Tyler<sup>[4]</sup>、Mcbrathney<sup>[5]</sup>等不少学者研究了粒子和集合体分布的分形特征与规律;谢和平<sup>[6]</sup>在前人研究的基础上对岩土介质的孔隙分形和粒子分形进行了较系统地研究,提出了孔隙分形的量测方法;Kozak 等<sup>[7]</sup>则采用修正的数据分析方法,建立了粒子和集合体分布的分形模型;刘松玉<sup>[8]</sup>、肖树芳<sup>[9]</sup>等提出了用粒度分维来表征粘性土的不均匀性的方法;胡瑞林等<sup>[10]</sup>以 Housdoff 分维计算方法为主,获得了颗粒分布及其大小、表面特征分维、孔隙和接触带分布分维的定量结果。本文以珠江三角洲某高速公路路基加固为例,对动力排水固结法加固前后软土路基的土体 SEM 图像进行处理,针对土体孔隙的微观结构变化,提出了用孔隙度分维、孔隙分布分维和孔隙边缘形状分维 3 个参数来描述孔隙变化情况。研究表明,不同的分形模型可以从不同角度反映土体的强度及变形特征。

## 1 3 种分形模型的构造

根据分形模型的构造过程,可将分形模型分为 3 种<sup>[11]</sup>,即降维生成型、质量守恒型和升维生成型。著名的 Cantor 集及 Sierpinski 垫片就是降维生成型分形模型;Turcotte's 立方体是质量守恒型分形模型;而 Koch 曲线则是升维生成型分形模型。

本文在对土体微结构 SEM 图像进行分形研究时,根据分形维数的构造方式,选用了 3 种分形模型及相应的分形维数:①基于降维生成型模型,用以表征孔隙分布特征的孔隙分布分维;②基于质量守恒模型,用于描述孔隙尺寸大小变化的孔隙度分维;③基于升维生成型模型,用以表示孔隙边缘形状变化情况的孔隙边缘形状分维。

### 1.1 基于降维生成型模型的土孔隙分布分维

根据 Sierpinski 垫片构造的土孔隙分布分维<sup>[12]</sup>,可用于描述孔隙在土体中的分布情况。假设在长×宽的图中(图 1)含有多个孔隙(图 1 中白色封闭区域),以边长为  $\epsilon$  的正方形将图像分割成规格为  $(L/\epsilon) \times (L/\epsilon)$  的正交型格网,且设格网中含有孔隙的格子总数为  $N(\epsilon)$ ,如果改变  $\epsilon$ ,使其在一定值域

范围内变化,则将得到相应的序列值  $N(\epsilon_1)$ ,  $N(\epsilon_2), \dots, N(\epsilon_n)$ 。

将这些数据描绘于双对数坐标系中,即可直观的确定其  $\ln N(\epsilon_n) \sim \ln \epsilon_n$  的对应关系。如果存在线性特征,表明孔隙分布具有分形特征。即有

$$D_f = -\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln N(\epsilon_n)}{\ln \epsilon_n}$$

式中: $D_f$  为孔隙分布分维。

孔隙分布分维值越小,表明孔隙的分布面积越小,颗粒聚集体之间也就越紧密,加固效果越好。反之,表明孔隙的分布面积大,加固效果也越差。

### 1.2 基于质量守恒型模型的土孔隙度分维

根据 Turcotte's 立方体构造的孔隙度分维,可用来模拟土中孔隙数目的变化。对于某一幅图像而言,假定孔隙总数一定。通常用小于某孔隙( $r$ )的孔隙累积数目  $N(\leq r)$  的分布特征来加以刻划孔隙数目的变化。亦即以  $r \sim N(\leq r)$  曲线的形态特征加以表征。由质量分布特征可知,两者具有较好的幂函数对应关系,即

$$N(\leq r) \propto r^{-D_d}$$

并且

$$N(\geq r) = M - N(\leq r)$$

式中: $M$  为孔隙总数,为常量; $N(\geq r)$  为大于某孔径的孔隙数。在总数  $M$  一定时, $N(\leq r)$  与  $N(\geq r)$  具有固定的对应关系,因此可以认为下列关系亦成立

$$N(r) \propto r^{-D_d}$$

这与容量维的定义在形式上完全一致,为此将  $D_d$  定义为孔隙度分维。

具体计算时,以孔径  $r$  为横坐标,大于该孔径的孔隙数  $N(r)$  为纵坐标,在双对数坐标系中确定其对应关系,取其稳定的直线部分的斜率的负值为孔隙度分维值。

显然孔隙度分维的大小可以反映不同孔径的孔隙数目分布的变化情况。 $D_d$  由小变大,表明孔隙均一化程度降低,孔隙间尺寸相差较大。

### 1.3 基于升维型模型的孔隙边缘形状分维

根据 Koch 曲线构造的孔隙边缘形状分维,可用来描述孔隙边缘形状的变化情况。分形计算如图 2 所示。假设图 2 中的封闭曲线为孔隙边缘轮廓线,如果以长度为  $\epsilon_1$  的测尺去测量所有孔隙边缘线长度,则相应的测尺数为  $N(\epsilon_1)$ ;如果改变测尺长度

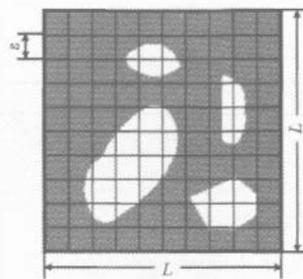


图 1 土孔隙分布分维算法

为  $\epsilon_k$ , 就可以得到另一测尺数为  $N(\epsilon_k)$ 。一系列测尺长度  $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n (n \rightarrow \infty)$ , 将对应一系列的测尺数  $N(\epsilon_1), N(\epsilon_2), \dots, N(\epsilon_n)$ 。

将这些数据描绘于双对数坐标系中, 即可直观地确定其  $\ln N(\epsilon_n) \sim \ln \epsilon_n$  的对应关系。如果存在线性特征, 表明颗粒分布具有分形特征。若线性部分的斜率为  $K$ , 那么有

$$D_b = -\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln N(\epsilon_n)}{\ln \epsilon_n}$$

式中:  $D_b$  为孔隙边缘形状分维,  $D_b$  的改变可以反映边缘形状的变化情况,  $D_b$  越大, 表明孔隙边缘越粗糙; 反之, 表明孔隙边缘越光滑。

## 2 计算实例分析

在珠江三角洲某高速公路动力排水固结施工现场, 用直径为 100 mm 的不锈钢薄壁取土器, 取不同深度固结后的软土进行扫描电镜观察, 并拍摄 SEM 图像进行处理。根据前期对土样所做的压汞试验发现, 加固作用主要影响的是直径在  $0.03 \sim 5.00 \mu\text{m}$  之间的孔隙, 因此可选取放大倍数为 350 倍的图像进行处理。处理时采用自行开发的 Particle 孔隙分析程序。该程序包括图像预处理、图像分割、孔隙数据获取和分形计算<sup>[13]</sup>等几部分。图 3(a) 所示为截取的试验中一幅放大倍数为 350 倍的土的 SEM 图像。对原始图像进行预处理后, 根据孔隙灰度值分布情况, 设定阈值进行二值化处理。图 3(b) 为图 3(a) 经二值化处理后的结果。

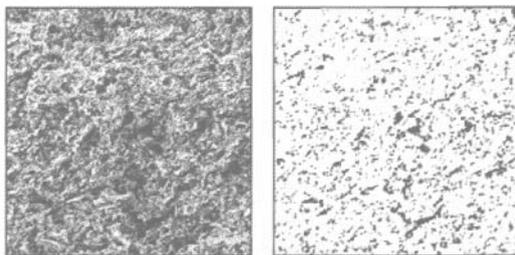


图 3 孔隙的 SEM 图像及二值化结果

图 3 孔隙的 SEM 图像及二值化结果

表 1 为 Particle 程序计算的加固后不同深度土体的 3 种分形维数值及部分结构参数。

由表 1 中数据可以看出, 加固后土体随着深度的增加, 3 种分形维数均有明显减小。表 1 中各分形维数的相关系数均在 97% 以上, 由此可以看出, 孔

表 1 不同土层加固后土体微结构分形维数、结构参数及固结度

项 目	原状土	进入淤泥深度/m			
		1.5	3.0	4.5	6.0
孔隙分布分维 $D_f$	1.696 4	1.698 8	1.688 5	1.636 6	1.539 9
孔隙边缘形状分维 $D_b$	1.613 8	1.611 1	1.600 1	1.554 3	1.456 2
孔隙度分维 $D_d$	1.604 6	1.531 2	1.528 5	1.492 7	1.486 2
孔隙个数	1 707	1 893	1 908	1 925	1 930
孔隙平均面积	96	93	90	88	91
面积变异系数	283.86	98.45	60.59	54.18	59.78
孔隙平均周长	53.84	48.56	48.64	49.39	48.63
周长变异系数	192.30	30.48	104.66	138.73	16.22
固结度 $U/\%$		71.30	57.05	52.95	46.00

注: 表中相关数值均为平均值, 计算以像素为单位; 固结度  $U$  由现场测得的孔隙水压力计算得出。

隙分布及其形状是具有分形特征的。与加固前相比, 加固后的孔隙分布分维值减小, 表明孔隙的分布面积减小, 结构单元体之间排列紧密; 加固后孔隙度分维值减小, 说明加固后孔隙尺寸分布趋于均匀; 加固后孔隙边缘形状分维值减小, 说明了加固后孔隙边缘形状变得规整光滑。由表 1 中数据还可看出, 加固后孔隙个数明显增多, 面积及周长减小, 但面积和周长的变异系数较加固前有很大减少, 这说明, 加固后由于土的压缩, 使得土体孔隙平均面积及周长趋于一致。由此可以推测, 动力排水固结过程中, 土颗粒相互靠拢、相互镶嵌, 造成了土颗粒间距减小, 而孔隙个数的增多, 则说明大孔隙土骨架被压碎, 分裂成了更多的小孔隙。

从宏观上看, 土粒间孔隙、微小裂隙的存在是引起土体内部应力集中的主要原因<sup>[14]</sup>。前面的分析表明, 孔隙是具有分形特征的, 基于这一思想, 可以认为土体的变形、破坏等物理力学性质也将表现出分形特征<sup>[15]</sup>。孔隙不同的分形维数的变化, 可以从不同角度反映土体的固结强度及变形情况。图 4 为对应不同深度土体各分形维数及现场测试的固结度变化趋势图。显然, 土体固结度变化趋势与分形维数是一致的。在实际工程中, 如果能根据合适的分形维数预测地基的强度与变形, 就可以减少现场测试费用, 同时为施工的信息化控制提供可靠的理论依据, 显然具有显著的工程意义。

## 3 结 语

(1) 根据分形模型的构造原理, 提出了 3 种分形

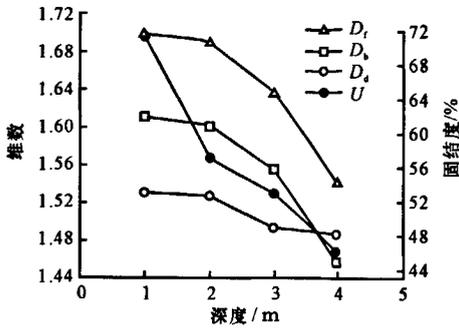


图4 不同土层加固后分形维数及固结度变化趋势

维数:孔隙分布分维  $D_f$ , 孔隙度分维  $D_d$ , 孔隙边缘形状分维  $D_b$ , 分别用于土体 SEM 图像分析, 描述土体孔隙变化的不同特性。

(2) 孔隙分布分维  $D_f$  越小, 表明孔隙的分布面积越小, 颗粒聚集体之间也就越紧密, 加固效果越好; 反之, 表明孔隙的分布面积大, 加固效果也越差。

(3) 孔隙度分维  $D_d$  的大小反映不同孔径的孔隙数目分布的变化情况。  $D_d$  由小变大, 表明孔隙均一化程度降低, 孔隙间尺寸相差较大。

(4) 孔隙边缘形状分维  $D_b$  的改变, 反映边缘形状的变化情况。  $D_b$  越大, 表明孔隙边缘越粗糙; 反之, 表明孔隙边缘越光滑。

(5) 软土中孔隙分布及形状具有分形特征, 加固后土体随着深度的增加, 3 种分形维数均有明显减小, 表明孔隙的分布面积减小, 结构单元体之间排列紧密; 加固后孔隙度分维值减小, 说明加固后孔隙尺寸分布趋于均匀; 加固后孔隙边缘形状分维值减小, 说明加固后孔隙边缘形状变得规整光滑。

(6) 从试验结果可知, 土体固结度与分形维数的变化趋势相一致。 可以选择合适的分形维数预测地基的强度, 为从微观结构反映土体的宏观力学性能架设了桥梁。

## 参考文献:

### References:

[1] Tovey N K. A digital computer technique for orientation analysis of micrographs of soil fabric[J]. Journal of Microscopy, 1980, 120(12): 303 - 315.

[2] Tovey N K, Krinsley D. Mapping of the orientation of fine-grained mineral in soils and sediments[J]. Bulletin of IAEG, 1992, 46(10): 93 - 101.

[3] 施斌. 粘性土击实过程中微观结构的定量评价[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(4): 57 - 62.

SHI Bin. Quantitative assessment of changes of microstructure for clay soil in the process of compaction [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,

1996, 18(4): 57 - 92.

- [4] Tyler S W, Wheatcraft S W. Fractal scaling of soil particle-size distribution analysis and limitations[J]. Soil Sci Soc Am J, 1992, 56: 362 - 369.
- [5] Mcbrathney A B. Comments on "fractal distribution of soil aggregate-size distribution calculated by number and mass"[J]. Soil Sci Soc Am J, 1993, 57: 1393 - 1394.
- [6] 谢和平. 分形几何及其在岩土力学中的应用[J]. 岩土工程学报, 1992, 14(1): 14 - 24.
- XIE He-ping. Fractal geometry and its application to rock and soil materials [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1992, 14(1): 14 - 24.
- [7] Kozak E, Pachepsky Y A. A modified number-based method for estimating fragmentation fractal dimensions of soils[J]. Soil Sci Soc Am J, 1996, 60: 1292 - 1297.
- [8] 刘松玉, 方磊. 试论粘性土粒度分布的分形结构[J]. 工程勘察, 1992, (2): 16 - 20.
- LIU Song-yu, FANG Lei. Fractionated structure of the cohesive soils grain size distribution[J]. Geotechnical Investigation & Surveying, 1992, (2): 16 - 20.
- [9] 肖树芳. 泥化夹层的组构及强度蠕变特性[M]. 长春: 吉林科学技术出版社, 1991.
- [10] 胡瑞林, 官国琳, 李向东, 等. 粘性土微观结构定量模型及其工程地质特征研究[M]. 北京: 地质出版社, 1995.
- [11] 张济忠. 分形[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
- [12] 胡瑞林. 特殊土工程性质的微观机理定量研究[D]. 北京: 中国科学院, 2000.
- [13] 彭瑞东, 谢和平, 鞠杨. 二维数字图像分形维数的计算方法[J]. 中国矿业大学学报, 2004, 33(1): 19 - 24.
- PENG Rui-dong, XIE He-ping, JU Yang. Computer method of fractal dimension for 2-D digital Image[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2004, 33(1): 19 - 24.
- [14] 孔令伟, 吕海波, 汪稔, 等. 海口某海域软土工程特性的微观机制浅析[J]. 岩土力学, 2002, 23(1): 36 - 40.
- KONG Ling-wei, LÜ Hai-bo, WANG Ren, et al. Preliminary analysis of micro-mechanism of engineering properties for soft soil in a sea area of Haikou[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, 23(1): 36 - 40.
- [15] 谢和平. 孔隙与破碎岩体的宏微观力学研究[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(4): 113 - 114.
- XIE He-ping. Macro-micro mechanics of the pore and the fracture rock masses [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, 20(4): 113 - 114.