

# 容量受限型设施定位模型及遗传算法

王来军<sup>1,2</sup>, 胡大伟<sup>1</sup>, 史忠科<sup>2</sup>

(1. 长安大学 汽车学院, 陕西 西安 710064; 2. 西北工业大学 自动化学院, 陕西 西安 710072)

**摘要:**针对公路枢纽规划,建立了一类容量受限型设施定位问题的数学模型,给出了求解该模型的遗传算法。对模型目标函数、约束条件的构成和限制进行了分析,建立了简洁、合理的关系式。站场的容量受限使得模型更能反映实际情况,优化后的总费用也比随机建站的费用大大缩减。鉴于该问题属于 NP-hard 问题,采用符号编码方式的遗传算法,合理体现了问题的特点并使得问题规模得到有效控制。通过某城市公路枢纽规划的实际应用,表明提出的模型和算法实用可行。

**关键词:**交通工程;公路枢纽;设施定位;整数规划;遗传算法

中图分类号:U491.13

文献标识码:A

## Model and genetic algorithms applying to a type of constrained facility location problem

WANG Lai-jun<sup>1,2</sup>, HU Da-wei<sup>1</sup>, SHI Zhong-ke<sup>2</sup>

(1. School of Automobile, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China;

2. School of Automatization, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, Shaanxi, China)

**Abstract:** Based on the actual characteristic of highway hub plan, a mathematical model is built for solving a type of constrained facility location problem (CFLP). Some analysis of objective function and constraint condition are performed, and some relational expressions are given. The limit of the hub capability makes the model and the optimization results reasonable. Because of the NP-hard nature of the solution space, a genetic algorithm using symbolic coding is proposed. Symbolic coding method makes the model scale decrescent and reflect its characteristics. The model is applied to a government-funded traffic project. The results indicate that this method is efficient and effective. 3 tabs, 3 figs, 8 refs.

**Key words:** traffic engineering; highway hub; facility location; integer programming; genetic algorithms

## 0 引言

经过多年的发展和建设,中国交通运输业已具有一定的规模,目前中国干线公路已初步形成网络,客、货运输条件明显改善。截至 2004 年底,中国公

路通车里程达到  $185.6 \times 10^4$  km,一大批高速公路、大型桥梁和长大隧道的贯通,对国民经济和社会的发展有着巨大的推动作用。但随着经济的高速增长和交通工具数量的急剧上升,中国的交通网暴露出诸多问题,其发展距离现代化水平还有相当大的差

距。交通枢纽是中国或区域交通运输系统的重要组成部分,其定位、规划的合理与否,将直接影响该区域乃至相邻区域的交通状况。在这方面的研究中,设施定位问题则是长期以来的焦点和重点之一。

设施定位问题(Facility Location Problems, FLP)的分支问题非常繁多<sup>[1]</sup>,如根据目标设施的个数可分为单设施定位问题 and 多设施定位问题;根据设施的容量是否受到限制可分为容量受限型。FLP 的应用范围也相当宽广,但是重点集中于交通运输、物流系统规划<sup>[2]</sup>。目前,国内外研究的重点应是多设施定位问题,与单设施定位问题相比更具复杂性。本文针对公路交通运输中的设施规划,研究一类容量受限的多设施定位问题,给出相应的优化数学模型,并建立行之有效的求解算法。

## 1 建立模型

对某一给定区域,给定潜在的设施集合以及需求点集合,假定每个设施点的供给量(或容量)受到限制且设施位置给定,各个需求点的需求量也固定不变。则问题归结为:从这些潜在的设施点中按照一定的范围选择适当的位置来建立一定容量的设施,使得在各个需求点的需求都能得到满足的前提下,交通费用和建设费用的总和达到最小。

以总费用为目标函数,得到问题的模型为

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} d_j x_{ij} + \sum_{i \in I} f_i y_i \quad (1)$$

$$\text{s. t} \quad \sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in J \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \forall i \in I; \forall j \in J \quad (3)$$

$$N_l \leq \sum_{i \in I} y_i \leq N_u \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} d_j x_{ij} \leq V_i y_i \quad \forall i \in I \quad (5)$$

$$V_i^l \leq V_i y_i \leq V_i^u \quad \forall i \in I \quad (6)$$

$$x_{ij}, y_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I; \forall j \in J \quad (7)$$

式中: $I$  为潜在设施点的集合; $J$  为需求点(客源)的集合; $c_{ij}$  为从  $i$  点到  $j$  点的单位交通运输费用; $f_i$  为在设施点  $i$  建立设施的建设费用; $d_j$  为需求点  $j$  的需求量; $V_i$  为设施点  $i$  的实际容量(规模),如站场的旅客日处理能力。

显然,式(1)中,第一部分表示将要发生的交通运输费用,第二部分表示实际产生的建设费用。可以看出,基于目标函数,综合考虑交通、运输和合理建站,将有利于合理确定站场的规模、数量以及位置,求出科学合理的布局方案。

模型的决策变量为  $x_{ij}$  和  $y_i$ ,都是  $0 \sim 1$  变量。

其中, $x_{ij}$  表示是否将需求点  $j$  分配给设施  $i$ ,即区域  $j$  的旅客是否交由站场  $i$  来处理,如处理,则值为 1,反之为 0; $y_i$  表示是否在潜在设施点  $i$  建立设施或站场,如建立,则值为 1,反之为 0。

约束条件中,式(2)保证了一个需求点只能分配给一个潜在设施,这是将问题简化的一个重要措施。式(3)表示只有在站场建立以后,才能对客源进行分配,即  $y_i = 0$  时, $x_{ij}$  无效,从而保证了需求点不会被分配给没有被选中的潜在设施点。式(4)是对站场数量的一个限制,该限制可以根据相应的统计数据或者经验得出,其中, $N_l$  表示最小建站数量, $N_u$  表示最大建站数量,它们都是已知的。式(5)表示站场的容量务必大于或等于它所处理的客源的需求量之和。式(6)是潜在设施点站场的容量(规模)限制,即任一设施点所建站场的处理能力都是限定的, $V_i^u$ 、 $V_i^l$  分别表示其上下限,也都是已知的。

需要注意的是,在实际求解模型式(1)时,可以将约束条件式(3)去掉,因为它实际是冗余的,可以通过其他条件推导得出。

## 2 求解算法

不管是容量受限型设施定位问题(Capacitated Facility Location Problems),还是非容量受限型设施定位问题(Uncapacitated Facility Location Problems),它们都属于非多项式时间问题,即 NP 问题。在求解此类问题的理论算法研究方面,拉格朗日松弛法(Lagrangian Relaxation)长期以来占据主导地位,如 Christofides<sup>[3]</sup> (1983)、Beasley (1993)、Holmberg (1999)等;在问题的实际求解研究方面,一些近似算法则被广泛应用,如 Shmoys<sup>[4]</sup> (1997)、Scaparra (2002)等。本文所建立的模型同样属于 NP 问题,而且需要在实际中应用,因此需要利用高性能算法来进行求解。

遗传算法是一类全局优化的随机搜索算法,它具有易操作、全局优化、高效、适应性强等一系列优点<sup>[5-6]</sup>。鉴于此,本文采用遗传算法对所建模型进行求解,并根据交通运输中实际问题的具体特点进行必要调整和改进。

采用遗传算法求解模型式(1)的简化流程如图 1 所示。

根据容量受限型问题的具体特点,本文设计了遗传算子和具体的操作方法。

(1)染色体编码方法。遗传算法的编码方法大体可以分为:二进制编码方法、实数(值)编码方法和

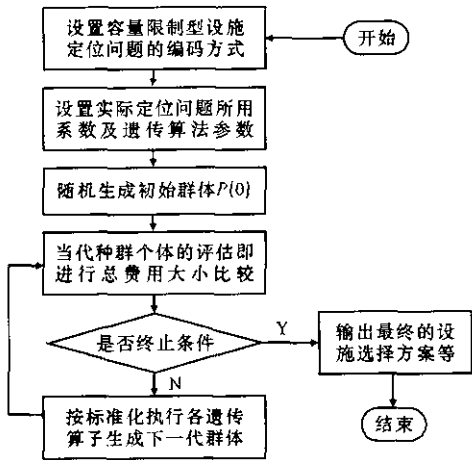


图 1 遗传算法求解流程

符号编码方法。根据各种编码方法的特点和本文问题的实际情况,本文采用了符号编码方式,即如果一个设施点被选中,则标识为一种符号;否则,标识为另外一种符号。很显然,这样做可以有效地缩小遗传搜索空间,降低算法的计算复杂性,而且简单明了便于理解。这里,所采用的符号分别为“0”和“1”,相应表示在设施点不建立站场或建立站场。具体形式如图 2 所示。

1	0	1	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1	0	1	1	0

图 2 染色体编码图例

不同于非容量受限型问题,由于最终建立的站场数量受到限制,所以染色体中“1”的数量必须加以控制,以免产生无效染色体,即对应的解不可行。

(2)交叉算子。由于容量受限,染色体中“1”的数量受到限制,随机的交叉将导致大量无效染色体的产生。为此在算法的第一步即初始群体的产生时,就需要采取一定的措施,使得每个个体的“1”的分布符合一定的规律。然后,在交叉时就可以通过对交叉点的控制来达到消除子代无效染色体的目的。本文采用设置固定交叉点的单点交叉算子(图 3)。

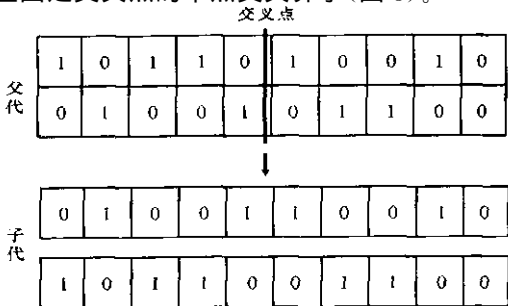


图 3 染色体交叉示例

(3)变异算子。同样,由于染色体中“1”的数量受到限制,在设计变异算子时,本文采用“成对变异”的策略,即如果某一基因位上的基因发生变化,则必然在另外的任一基因值不同的基因位上同时发生相反的变化,从而使得变异后的染色体仍有效。

由于站场容量的限制,在进行遗传操作时,很可能有极少数的染色体无效(比如总的容量还不足以满足总的需求量),此时,可以进行强制变异,如增加染色体中“1”的数量,从而保证所有遗传操作都是在问题的可行域中进行。

(4)适应度函数。因为选建站场的目的是总体的费用最小,问题属于优化问题中的最小化问题,所以个体的适应度评价应作适当的变换,使之符合最大化的要求即可。令适应度函数为

$$F(Z)=M-f(Z) \tag{8}$$

式(8)右边第一项为给定的充分大的正数,如在所有设施点都建立站场时总的费用;第二项即模型式(1)中的目标函数。

(5)全局收敛性。为了保证算法的全局收敛性,本文采用了最优保留策略及进化策略。

### 3 实际应用

针对前述所建模型和确定的算法,实际应用于某公路枢纽规划中的站场选址<sup>[7-8]</sup>。

#### 3.1 输入数据

在针对中国西部某一城市的人口分布、交通布局、经济发展等情况做了详细的分析后,给出一组数据,见表 1,进而得出模型所需的部分参数。

在表 1 中,客源点、潜在设施点的坐标都是按照 1:1 000 的比例进行放缩的,需求量是参照当地实际情况拟定的。潜在设施点的建站规模同投资费用一般是成正比的,但是如果是对已有站点进行改造或扩建,则应该具体对待。

#### 3.2 参数设置

在算法参数的设置方面,基于普通遗传算法的设置习惯,充分考虑具体问题的特点,并根据实际操作经验,确定了基本参数,见表 2。

#### 3.3 分配原则

向站场具体分配客源时,本文采用就近兼顾站场容量的原则,即首先将客源分配给广义距离最近的站场,如果该站场已经容量饱和,则该客源将重新分配给次近站场,依次类推,直至最终分配。这样分配,将满足容量的约束,并符合人们出行的习惯。

表 1 求解模型的输入数据表

客源点	坐标标识/成对	33.2,5.8,8.2,2.7,15.1,7.8,12.8,7.0,11.9,6.3,10.7,6.4,19.4,6.8,37.0,7.4,6.5,9.4,7.4,10.5,7.5,11.3,7.5,13.9,8.3,13.9,7.7,15.0,8.0,15.1,8.3,16.7,4.17,7.5,14.7,6.7,12.6,6.5,18.5,7,29.3,3.6,35.1,1.5,37.9,1.8,34.1,0,33.8,6.5,33.4,6.2,33.0,5.6,43.4,3.9
	需求 量/万人	0.66,0.79,0.066,0.052,0.13,0.13,0.066,0.66,0.039,0.026,0.039,0.066,0.092,0.118,0.105,0.066,0.079,0.052,0.197,0.066,0.105,0.144,0.223,0.105,0.066,0.079,0.039,0.052,0.039,0.197
潜在设施点	坐标标识/成对	14.1,8.4,12.9,7.4,12.0,8.0,34.2,5.1,13.8,6.4,8.9,2.8,19.7,7.0,44.5,3.8,32.0,3.4,34.8,0
	建站规模/级	2,1,1,2,1,2,1,1,1,1

表 2 基本参数设置

遗传参数		其他参数	
群体大小	50	潜在设施/个	10
交叉概率	0.7	客源点数/个	30
终止代数	300	站场下限	4
变异概率	0.1	站场上限	6

3.4 输出结果

按照前面给出的算法设计,本文建立了仿真程序,得到如表 3 所列结果。

对应表 3,设总费用为 2 415.6 万元。与此相比较,随机给出一种可行解,如在 1、3、5、6、9 建站,对应的总费用 5 191.8 万元;而如果对初始群体进行平均,则对应的总费用为 4 552.8 万元。由此可见,该结果符合当地的实际发展状况,进而说明本文的模型和算法合理实用,效果明显。

表 3 仿真输出结果

站场序号	1	4	6	10
站场等级/级	1	1	1	2
分配方案	3~7,11~21	1,22,23,27~30	2,9,10	8,24~26

4 结 语

(1)针对当前的公路交通运输,给出了一类容量受限型设施定位模型。对模型的目标函数和约束条件进行了分析、讨论,建立了简洁合理的数学关系式。

(2)针对实际情况,在模型中考虑站场的容量限制,使得模型更能反映实际情况,优化后的总费用也比随机建站的费用大大缩减。

(3)鉴于该问题属于 NP 问题,采用符号编码方式的遗传算法,合理体现了问题的特点并使得问题规模得到有效控制。

(4)通过某城市公路枢纽规划的实际应用,表明本文提出的模型合理实用,求解方法快速、有效,对公路运输系统的规划建设和研究具有参考价值。

参考文献:

References:

[1] Andreas K, Andreas D. Facility location models for distribution system design [J]. European Journal of Operational Research, 2005, 162(1): 4-29.

[2] Benat S. An improved branch and bound method for the uncapacitated competitive location problem [J]. Annals of Operations Research, 2003, 122(1-4): 43-58.

[3] Christofides N, Beasley J E. Extensions to a Lagrangean relaxation approach for the capacitated warehouse location problem [J]. European Journal of Operational Research, 1983, 12(1): 19-28.

[4] Shmoys D B, Tardos E, Aardal K. Approximation algorithms for facility location problems [C]//Proceedings of the 29th Annual ACM Symposium on Theory of Computing, 1997, 265-274.

[5] 周 明. 遗传算法原理及应用[M]. 北京:国防工业出版社, 1999.

ZHOU Ming. Genetic algorithms theory and applications [M]. Beijing: Defence Industry Press, 1999.

[6] Haldun A, Cem S. Solving large-scale maximum expected covering location problems by genetic algorithms: A comparative study [J]. European Journal of Operational Research, 2002, 141(3):480-494.

[7] 徐双应. 公路货运站网络系统及运作模式[J]. 交通运输工程学报, 2004, 4(3):69-72.

XU Shuang-ying. Network system and operation models of freight transportation station [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2004, 4(3): 69-72.

[8] 杨 珺,杨 超,马云峰. 带有双重容量限制的 FIP 问题研究[J]. 中国公路学报, 2004, 17(4):85-88.

YANG Jun, YANG Chao, MA Yun-feng. Flow interception problem with double capacitated service [J]. China Journal of Highway and Transport, 2004, 17(4): 85-88.