

文章编号:1671-8879(2006)04-0045-04

# 立体交叉方案的多层次灰色理论评价

雒 应<sup>1,2</sup>, 叶亚丽<sup>1,2</sup>

(1. 长安大学 特殊地区公路工程教育部重点实验室, 陕西 西安 710064;

2. 山东交通学院 土木工程系, 山东 济南 250023)

**摘 要:**针对立体交叉方案综合评价的多目标、多层次等特点,运用多层次灰色理论的方法,对可比性方案通过综合评价选出最优方案。通过对立交方案因素指标分层及参考数据的确定,采用层次分析和灰色理论相结合的方法,对各层指标相对权重进行了确定和检验。借助灰色关联分析,计算了立交方案的综合关联度。根据关联度越大排序越前的原则,确定出最优方案。工程实例表明,多层次灰色理论应用于立交方案综合评价简单易行,且考虑了各因素的相关影响,结论更符合实际。

**关键词:**道路工程; 立体交叉; 多层次灰色理论; 灰关联度; 权重

**中图分类号:**U412.352

**文献标识码:**A

## Evaluation of interchange schemes by multi-levels grey system theory

LUO Ying<sup>1</sup>, YE Ya-li<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory for Special Area Highway Engineering of Ministry of Education,

Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 2. Department of

Civil Engineering, Shandong Jiaotong University, Jinan 250023, Shandong, China)

**Abstract:** When comprehensively evaluating interchange plans, the evaluation system has those characteristics of multi-targets and multi-layers. According to those features, the multi-levels grey system is applied to the evaluation system to select the most superior scheme from the comparable plans. The level analysis method is combined with grey system theory to decide the relative right weight of every indices in the evaluating system. The synthetical grey related degree of every plans is calculated with grey related analysis method. The biggest one is the best plan. A project example shows that this method is easy and feasible and has a good accordance with the reality. 4 tabs, 6 refs.

**Key words:** road engineering; interchange; multi-level grey system theory; grey related degree; right weight

## 0 引 言

立交方案综合评价是一个多目标、多层次的决策分析过程,它涉及到对方案的功能、社会和环境等诸多因素的综合分析和比较,以选择整体最优的立

交形式。在多目标决策中,各因素是相互影响的,有些因素很难量化,有的因素甚至不可量化,因此各因素之间不能直接判断其影响程度。对于多目标决策的问题,目前国内外普遍使用的方法有层次分析法和模糊评价法<sup>[1-2]</sup>。本文采用灰色理论在各领域中

收稿日期:2005-04-20

作者简介:雒 应(1961-),男,陕西礼泉人,副教授,博士研究生。



的成功经验,结合传统的层次分析法,提出多层次灰色理论评价方法,并成功应用于工程实例。

## 1 因素指标分层及参考数据确定

### 1.1 因素分层及确定

将立交方案需要考虑的因素分为 3 层。第一层为目标层,即为最优立交方案;第二层为准则层,由 7 个因素组成;每个因素下又有若干个子因素组成,即第三层(指标层),见表 1。将指标层各指标作为评价体系的数据列,即比较数据列

$$\{T_i(k)\} = \{T_i(1), T_i(2), \dots, T_i(m)\} \\ i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (1)$$

表 1 立交方案因素指标表

目标层	准则层	指标层
最优立交方案	运行指标 $U_1$	冲突系数 $D_1$ , 交织系数 $D_2$ , 行程时间 $D_3$ , 行驶速度 $D_4$ , 燃油消耗 $D_5$ , 安全系数 $D_6$
	功能指标 $U_2$	平均饱和度 $D_7$ , 最小饱和度 $D_8$ , 最大饱和度 $D_9$
	管理指标 $U_3$	收费站数目 $D_{10}$ , 立交复杂性 $D_{11}$ , 施工难易性 $D_{12}$ , 分期修建适应性 $D_{13}$ , 收费车道数 $D_{14}$
	经济指标 $U_4$	工程造价 $D_{15}$ , 内部收益率 $D_{16}$ , 投资回收期 $D_{17}$ , 效益成本比 $D_{18}$ , 占地面积 $D_{19}$
	技术指标 $U_5$	匝道长度 $D_{20}$ , 路面面积 $D_{21}$ , 桥梁长度 $D_{22}$ , 平曲线半径 $D_{23}$ , 竖曲线半径 $D_{24}$ , 纵面坡度及坡长 $D_{25}$
	环境指标 $U_6$	绿化系数 $D_{26}$ , 与周围景观的协调和发展 $D_{27}$ , 沿线设施布置的合理性 $D_{28}$
	社会指标 $U_7$	对原有社区的分割程度 $D_{29}$ , 公众反应 $D_{30}$

在式(1)的数据列中,有些指标是量纲的数据,例如匝道的长度(m)、匝道的通行能力(veh/h)、工程造价(万元)、行程时间(h);而有些指标是无量纲的,应对这些无量纲的评价指标进行量化。在灰色系统理论分析中,对非量化的灰色指标必须进行白化权函数量化处理,其一般方法是通过建立白化曲线,即将最高与最低评分的白化值顺序取为 0 与 1 (或反之),建立一条曲线,从而求出该项指标的白化值。而最高和最低的数值可以通过一定的统计数据用逻辑推理或试验统计等方法取得,若无此资料,亦可由业主选定的专家小组进行无记名评分得到。

### 1.2 参考方案确定

确定参考方案的原则是,从诸指标因素中选出最佳值组成,运行和功能能力越大越好,管理越合理越好,经济效益、技术指标、环境指标和社会效果越高越好。定性语言用隶属度表示后,指标因素最佳

值即为隶属度最大值。有些指标因素可以采用隶属度函数计算指标因素的隶属度。

### 1.3 定性指标隶属度的确定

对于用定性评语(模糊语言)描述的因素,用模糊数学中隶属度(0~1.0)来表示,即评语好的隶属度大,评语差的隶属度小,中间状态评语集合(差、较差、一般、较好、好)的相应隶属度集合为(0.3, 0.45, 0.6, 0.75, 0.9)。

## 2 立交方案优选

### 2.1 各层指标相对权重系数的确定和检验

#### 2.1.1 确定方法

层次分析法的信息基础主要是对每一层次各因素的相对重要性给出判断,这些判断由数值表示成矩阵形式。在进行系统灰色分析中,因素权重向量  $\alpha$  是一个十分重要的指标,确定方法如下:相对方案的综合合理性,把各指标两两比较,并对比较结果用 1~9 之间的整数来度量构造矩阵  $[T]^{[3]}$ 。1 表示一个指标和另一个指标同等重要;3 表示一个指标比另一个稍微重要;5 表示一个指标比另一个指标明显重要;7 表示一个指标比另一个指标非常重要;9 表示一个指标比另一个指标极端重要;而 2、4、6、8 则表示介于上述之间的重要程度。

(1)通过两两比较判断,得到判断矩阵  $[T]$

$$T_{xx} = 1; T_{xy} > 0; T_{xy} = 1/T_{yx}$$

(2)计算判断矩阵中各行元素的积  $T_i$ ,  $T_i = \prod T_{ij}$ 。

(3)计算  $T_i$  的  $n$  次方根,  $\beta_i = \sqrt[n]{T_i}$ 。

(4)得向量  $\beta, \beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n]^T$  ( $T$  为转置矩阵)

作归一化处理,得  $a_i$ ,  $a_i = \beta_i / \sum \beta_i$ 。即是所求的判断矩阵的特征向量,几个分量  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , 分别表示准则层各因素的相对权重。

但是,由判断矩阵的特征向量得出的相对权重,是根据一定的判断得出的,不可能十分准确,所以还需用 0-1 矩阵法进行一致性检验以考察其判断的合理性。

(1)根据  $T$  作一个 0-1 矩阵  $T'$ ,  $T' = (T'_{ij})$ , 其中

$$T'_{ij} = \begin{cases} 1 & t_{ij} \geq 1 \\ 0 & t_{ij} < 1 \end{cases}$$

(2)根据模糊数学的  $F$  合成也称  $F$  矩阵的乘法<sup>[4]</sup>可知,如果  $T' \cdot T' \leq T'$ , 则  $T$  具有判断一致性,否则判断不合理,应作调整。



2. 1. 2 各层指标权重的确定

(1)第一层元素分目标  $U_1、U_2、U_3、U_4、U_5、U_6$  和  $U_7$  的相对权重系数为  $a_1、a_2、a_3、a_4、a_5、a_6$  和  $a_7$ ，由表 2 通过两两比较建立表 3。以某四路立体交叉工程为例，经专家评分后建立总目标下的两两判断矩阵  $T$ ，见表 3。

表 2 两两比较判断矩阵

$T$	$U_1$	$U_2$	...	$U_n$
$U_1$	$T_{11}$	$T_{12}$	...	$T_{1n}$
$U_2$	$T_{21}$	$T_{22}$	...	$T_{2n}$
...	...	...	...	...
$U_n$	$T_{n1}$	$T_{n2}$	...	$T_{nn}$

注： $T_{xy}$ 为指标  $U_x$  与指标  $U_y$  的相对重要程度

表 3 总目标下的两两判断矩阵

$T$	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$	$U_7$	$T_i$	$\beta_i$	$a_i$
$U_1$	1.0	1.0	2.50	1.0	2.0	2.0	2.0	20.000	1.534	0.204
$U_2$	1.0	1.0	2.50	1.0	2.0	2.0	2.0	20.000	1.534	0.204
$U_3$	0.4	0.4	1.00	0.4	0.8	0.8	0.8	0.032 8	0.614	0.082
$U_4$	1.0	1.0	2.50	1.0	2.0	2.0	2.0	20.000	1.534	0.204
$U_5$	0.5	0.5	1.25	0.5	1.0	1.0	1.0	0.156	0.767	0.102
$U_6$	0.5	0.5	1.25	0.5	1.0	1.0	1.0	0.156	0.767	0.102
$U_7$	0.5	0.5	1.25	0.5	1.0	1.0	1.0	0.156	0.767	0.102

一致性检验:根据  $T$  作一个 0-1 矩阵  $T'$

$$T' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\text{由 } T' \cdot T' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

判断具有一致性,原判断合理。

因此,运行指标、功能指标、管理指标、经济指标、技术指标、环境指标和社会指标可靠程度的相对权重系数  $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7) = (0.204, 0.204, 0.082, 0.204, 0.102, 0.102, 0.102)$ 。

同理计算出第二层各子目标的相对权重系数。

相对指标层  $U_1$  来说,其下有 6 个指标,相对权重系数  $a'_1, a'_2, \dots, a'_6$ ,由表 2 通过两两比较,以上述所提的某四路立体交叉工程为例建立表 4。

表 4 运行指标下的两两判断矩阵

$U_1$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$D_6$	$T_i$	$\beta_i$	$a'_i$
$D_1$	1.0	2.0	2.0	2.0	2	1.250	10.25	1.474	0.181
$D_2$	0.5	1.0	1.0	1.0	1	0.625	5.125	1.313	0.162
$D_3$	0.5	1.0	1.0	1.0	1	0.625	5.125	1.313	0.162
$D_4$	0.5	1.0	1.0	1.0	1	0.625	5.125	1.313	0.162
$D_5$	0.5	1.0	1.0	1.0	1	0.625	5.125	1.313	0.162
$D_6$	0.8	1.6	1.6	1.6	1	1.000	7.600	1.402	0.171

同理计算出相对指标层  $U_2 \sim U_7$  下的各指标相对权重系数。

2.2 立交方案灰色关联分析

2. 2. 1 第二层次因素灰色关联分析

(1)对方案第二层因素序列进行初值化处理。由比较方案序列  $U_i(k)$ ，参考序列  $U_i(o)$ (参考序列可由不同方案中同一因素的最优值组成)。

初值化处理 
$$x_i(k) = \left| \frac{U_i(k)}{U_i(o)} \right|$$

式中: $k = 1, 2, \dots, n$ ,表示方案 1, ..., 方案  $n$ ,  $o$  表示参考方案; $i = 1, 2, \dots, 30$ ,表示第二层 1, 2, ..., 30 因素。

(2)灰关联度分析<sup>[5]</sup>。取  $x_0^{(k)}$  做为灰关联度分析中参考序列,在灰关联空间  $\{P(X); \Gamma\}$  中,有一序列

$$x_i(k) = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n))$$

式中: $i = 0, \dots, m; k = 1, \dots, n \in N$ 。

其灰关联度系数为

$$\gamma(x_0(k), x_i(k)) = \frac{\Delta_{\min} + \zeta \Delta_{\max}}{\Delta_{\alpha_i}(k) + \zeta \Delta_{\max}} \tag{2}$$

式中: $i = 0, \dots, m(m = 30); k = 1, \dots, n; j \in i$ ;  $x_0(k)$ 为参考序列,  $x_i(k)$ 为一特定之比较序列。

$\Delta_{\alpha_i}(k) = ||x_0(k) - x_i(k)||$ :  $x_0(k)$ 和  $x_i(k)$ 之间差的绝对值(模:Norm)。

$$\Delta_{\min} = \frac{\min \cdot \min}{\forall j \in i \forall k} ||x_0(k) - x_j(k)||$$

$$\Delta_{\max} = \frac{\max \cdot \max}{\forall j \in i \forall k} ||x_0(k) - x_j(k)||$$

式中: $\zeta$ 为辨识系数,  $\zeta \in [0, 1]$ (一般取  $\zeta = 0.5$ ),当求得灰关联系数后,灰关联度计算为

$$R_k^F = W_i^F \gamma_i^F(k)$$

式中: $F$ 为第一层各因素,  $F = 1, \dots, 7; W_i^F$ 为评价



因素的权重矩阵。

$$R_K^F = [\omega_1^F, \omega_2^F, \dots, \omega_i^F] \begin{bmatrix} \gamma_1^F(1) & \gamma_1^F(2) & \dots & \gamma_1^F(k) \\ \gamma_2^F(1) & \gamma_2^F(2) & \dots & \gamma_2^F(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_i^F(1) & \gamma_i^F(2) & \dots & \gamma_i^F(k) \end{bmatrix}$$

当  $F = 1$  时,得出准则层第一指标各方案灰关联度。当  $F = 2, 3, 4, 5, 6, 7$  时,分别计算出各方案另外 6 个指标的灰关联度。

## 2. 2. 2 各方案综合关联度的计算

采用前述计算方法和过程,计算出第一层指标的相应关联系数,并根据第一层各指标权重,计算可得各方案综合关联度。

$$R_K = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_7] \begin{bmatrix} \gamma^1(1) & \gamma^1(2) & \dots & \gamma^1(k) \\ \gamma^2(1) & \gamma^2(2) & \dots & \gamma^2(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma^7(1) & \gamma^7(2) & \dots & \gamma^7(k) \end{bmatrix} = [R_1 \ R_2 \ \dots \ R_7]$$

根据关联度越大排序越前原则,得出综合最优方案<sup>[6]</sup>。

## 3 实例分析

某四路立体交叉工程,在规划设计中提出菱形立交和苜蓿叶式立交两种方案。将这两种方案中 30 个指标因素序列进行初值化处理后组成比较方案序列  $U_1(k)$  和  $U_2(k)$ 。取两种方案中各指标因素的最佳值组成参考序列  $U_0(o)$ 。按上述方法进行灰色关联分析,计算第一层关联系数为

$$\gamma(1) = [0.632 \ 0.714 \ 0.603 \ 0.460 \\ 0.690 \ 0.689 \ 0.426]$$

$$\gamma(2) = [0.521 \ 0.877 \ 0.657 \ 0.576 \\ 0.591 \ 0.803 \ 0.574]$$

$$R_k = [0.204 \ 0.204 \ 0.082 \ 0.204 \\ 0.102 \ 0.102 \ 0.102] [\gamma(1) \ \gamma(2)]$$

得  $R_1 = 0.602, R_2 = 0.656$ 。可见,苜蓿叶式立交方案优于菱形立交方案。此分析结果与层次分析法和模糊评价法分析结果一致,但评价中考虑了各种因素的相关影响,因此更具说服力。

## 4 结 语

(1)各方案中定性描述的因素指标用模糊数学的隶属度进行量化处理,以便于评判中数学计算。

(2)用判断矩阵来确定不同层次各因素权重,避免以往评价中利用表格调查和专家评定中主观任意

性、不一致性,使评价结果更符合客观实际。

(3)最优方案一般采用各指标因素的最佳值组成,本文推荐采用各比较方案中指标因素值优选后组成参考方案,目标值是真实的。

(4)用实际方案与参考序列的综合关联度判断优劣,这种方案在其他领域中均得到了充分验证,由于其方法步骤模式固定,便于利用计算机编程计算。

(5)经工程实例验证,多层次灰色理论在立交方案的综合评价中所得结论符合实际,方法简单。

## 参考文献:

## References:

- [1] 高速公路丛书编委会. 高速公路立交工程[M]. 北京: 人民交通出版社, 2001.  
The Series of Books Editorial Board of the Expressway Arranges. The expressway interchange project[M]. Beijing: People's Communications Press, 2001.
- [2] 于 斌. 模糊数学在公路立交综合评价中的应用[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2000.  
YU Bin. The application of fuzzy mathematics in comprehensive appraisal in the highway interchange[D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2000.
- [3] 张爱莉, 姚 刚, 张 利. 大跨度钢桁架施工方案的多层次灰色理论评价[J]. 重庆建筑大学学报, 2003, 25(4): 43 - 48.  
ZHANG Ai-li, YAO Gang, ZHANG Li. Valuation of construction projects of long span steel truss by multi-level grey system theory[J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2003, 25(4): 43 - 48.
- [4] 罗庆成. 灰色关联分析与应用[M]. 南京: 江苏科学技术出版社, 1989.  
LUO Qing-cheng. Grey related analysis and its application[M]. Nanjing: Jiangsu Science and Technology Press, 1989.
- [5] 尚 鑫, 徐 岳. 基于灰色理论的斜拉桥拉索安全性评价[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2004, 24(1): 52 - 55.  
SHANG Xin, XU Yue. Safety-based cables' condition evaluation of cable stayed bridge with grey theory[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2004, 24(1): 52 - 55.
- [6] 吕颖钊, 贺拴海. 缺损钢筋混凝土梁桥模糊可靠性评价模型[J]. 交通运输工程学报, 2005, 5(4): 58 - 62.  
LÜ Ying-zhao, HE Shuan-hai. Fuzzy reliability evaluation of defective RC beam bridge[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2005, 5(4): 58 - 62.