

# 黄土邓肯-张模型有限元计算参数的试验

高江平<sup>1</sup>, 李 芳<sup>2</sup>

(1. 长安大学 特殊地区公路工程教育部重点实验室, 陕西 西安 710064;

2. 长安大学 建筑工程学院, 陕西 西安 710061)

**摘 要:**为配合有限元计算分析的需要,从工地现场取样,进行了黄土的室内三轴试验,并对试验结果进行了分析,得到了邓肯-张非线性模型有限元计算的 8 个参数。黄土的有限元参数随着试样的压实度和试验时围压的不同而变化。在含水量保持不变的情况下,邓肯-张  $E-\mu$  模型的 8 个参数中,参数  $K, n, R_f, C, \varphi, G$  均随压实度的提高而增大; $F, D$  随  $K$  的变化规律不明显。在含水量和压实度保持不变的情况下进行三轴试验,土样的  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f, (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}, E_i, R_f$  均随  $\sigma_3$  的增大而增大,  $\mu_i$  随  $\sigma_3$  的增大而减小,  $D$  随  $\sigma_3$  变化的规律不明显。

**关键词:**道路工程; 邓肯-张模型; 黄土; 参数; 试验

**中图分类号:**U414.1; TU43

**文献标识码:**A

## Experiments on Parameters of Duncan-Chang Model for Loess

GAO Jiang-ping<sup>1</sup>, LI Fang<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory for Special Area Highway Engineering of Ministry of Education, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 2. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, Shaanxi, China)

**Abstract:** In order to meet the needs of the computation with the finite element method, using the loess samples taken from the construct site, the triaxial experiment of loess is carried out to get the eight parameters of Duncan-chang ( $E-\mu$ ) Model. The parameters of finite element for loess are changed with the degree of compaction and the surrounding pressure. When the moisture is kept constant, six parameters ( $K, n, R_f, C, \varphi, G$ ) in Duncan-chang ( $E-\mu$ ) Model are changed to larger and larger with the increasing of the degree of compaction; and the other two parameters ( $F, D$ ) have no obvious changing rule. When the moisture content and the degree of compaction are kept constant, the triaxial experiment is carried out, the sample's  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f, (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}, E_i$  and  $R_f$  are changed to larger and larger with increasing of the surrounding pressure; and  $\mu_i$  is changed to smaller and smaller,  $D$  has no obvious changing rule. 3 tabs, 6 figs, 6 refs.

**Key words:** road engineering; Duncan-zhang Model; loess; parameter; experiment

## 0 引 言

邓肯-张双曲线模型能较好地反映土体的非线

性态,概念清楚,易于理解,在岩土工程和地下工程的数值分析中得到广泛应用。在作数值计算时,必须要得到具体的参数值。随着西部大开发,黄土

地区工程的设计、计算和施工阶段对结构分析的要求在不断提高,并且希望分析计算既不要太复杂,又能贴近实际工程。本文在甘肃定西高速公路工点取样,通过常规三轴试验,得到黄土的邓肯-张模型参数值<sup>[1-2]</sup>。

## 1 邓肯-张模型

### 1.1 双曲线应力-应变关系

康得纳(Kondner)和柴拉斯高(Zelasko)在1963年指出,凝聚性和非凝聚性土的应力-应变关系可以用双曲线方程表示

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\epsilon_1}{(1/E_i) + [\epsilon_1/(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}]}$$
 (1)

式中:  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  为主应力差;  $\epsilon_1$  为轴应变;  $E_i$  为初始模量,是双曲线初始点的斜率;  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$  为主应力差极限,是应变趋于无限大的主应力差。

### 1.2 初始模量

简布(Janbu)在1963年指出,凝聚土和非凝聚土的初始模量都是侧限压力的指数函数,可表示为

$$E_i = KP_a(\sigma_3/P_a)^n$$
 (2)

式中:  $P_a$  为大气压;  $K$  为无因次基数(试验参数),可能小于100,也可能大于3 500;  $n$  为无因次指数(试验参数),一般在1.0~0.2之间。

### 1.3 抗剪强度

在工程实践中必须要控制各部位土体的应变。对于应变强化的土体,通常认为15%~20%应变为屈服强度,相应的应力称为抗剪强度(在三轴试验中称为破坏应力差)  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 。应力超过抗剪强度(即应变超过屈服应变)的土体,就认为发生了塑流。为便于判断发生塑流,引入  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ ,并用破坏比  $R_f$  将它与  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$  相联系,即

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}$$
 (3)

式中:  $R_f$  值小于1.0,一般在1.0~0.5之间。

### 1.4 摩尔-库仑(Mohr-Coulomb)准则

根据摩尔-库仑准则,抗剪强度可以表示为

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2C\cos\varphi + 2\sigma_3\sin\varphi}{1 - \sin\varphi}$$
 (4)

式中:  $C$ 、 $\varphi$  分别为土体的粘聚力和内摩擦角。

### 1.5 切线模量

在每个小主应力  $\sigma_3$  为常数的应力-应变关系曲线上,任一点的切线模量  $E_t$  为

$$E_t = \frac{\partial(\sigma_1 - \sigma_3)}{\partial\epsilon_1}$$
 (5)

对式(1)进行微分,并整理得

$$E_t = E_i \left[ 1 - \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \right]^2$$
 (6)

将式(2)~式(4)代入式(6),即可得到由邓肯(Duncan)和张(Zhang)于1970年提出的土体非线性模型

$$E_t = KP_a \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \left[ 1 - \frac{R_5(1 - \sin\varphi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2\cos\varphi + 2\sigma_3\sin\varphi} \right]^2$$
 (7)

### 1.6 应力发挥程度

在计算中常用应力发挥程度(也称应力水平)  $\delta$  来衡量土体发挥的程度

$$\delta = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}$$
 (8)

如果  $\delta < 1.0$ ,则土体抗剪强度尚未充分发挥;  $\delta = 1.0$ ,强度恰好发挥;  $\delta > 1.0$ ,则土体发生塑流。 $\delta$ 值愈大,塑流变形愈大,但该值不超过  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}/(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 。

可见,邓肯-张  $E \sim \mu$  模型具有8个参数,即:  $K$ 、 $n$ 、 $R_f$ 、 $C$ 、 $\varphi$ 、 $G$ 、 $F$ 、 $D$ 。

## 2 试验简介

土样取自甘肃某工地,按现行《公路土工试验规程》<sup>[3]</sup>规定的方法,经颗粒分析、液塑限试验,确定该黄土为重粉质土壤;经室内击实试验测定,其最佳含水量为13.2%,最大干密度为18.62(kN·m<sup>-3</sup>)。试验的最佳含水量若按压实度93%考虑,制样干密度为17.35(kN·m<sup>-3</sup>),对该土样进行饱和固结排水三轴剪切试验,试样直径  $d=3.91$  cm,高  $h=8.0$  cm,侧向应力分别为  $\sigma_3=0.1、0.2、0.3、0.4$  MPa,试验剪切速率为0.003 2(mm·min<sup>-1</sup>)。试样编号、密度、含水量等见表1<sup>[4-6]</sup>。

表 1 土样最佳含水量和压实度

试样编号	压实度/%	试样制备	
		干密度/(kN·m <sup>-3</sup> )	含水量/%
1	90	16.775	14
2	93	17.364	14
3	95	17.658	14

## 3 试验结果整理

分别给出试样1、2、3的参数确定方法(注:本文各图中的图(a)、(b)、(c)依次与试样1、2、3对应)。

### 3.1 土的应力-应变关系曲线

按照文献[3]中三轴剪切试验计算方法,计算应

力-应变、体应变,并绘制应力差、体应变与轴应变的关系曲线(图 1),其中  $\sigma_3$  为围压。

3.2 抗剪强度-摩尔-库仑强度参数

剪应力与正应力成直线关系,用库仑方程表示

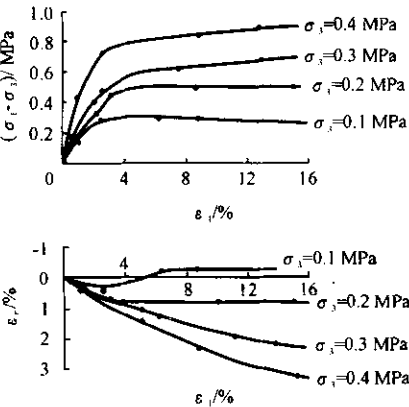
$$\tau = C + \sigma \tan \varphi$$

绘制摩尔-库仑强度包线(图 2),求出强度参数  $C$ 、 $\varphi$  值(表 3)。

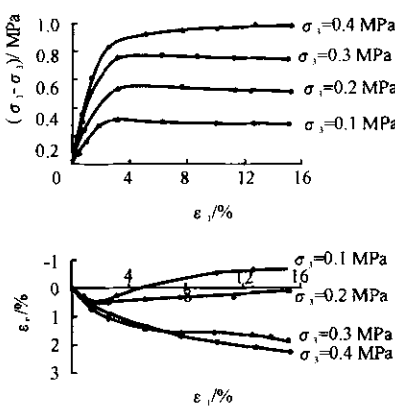
3.3 土的应力-应变非线性参数

求出  $E \sim \mu$  模型的 8 个计算参数( $K$ 、 $n$ 、 $R_f$ 、 $C$ 、 $\varphi$ 、 $G$ 、 $F$ 、 $D$ )。

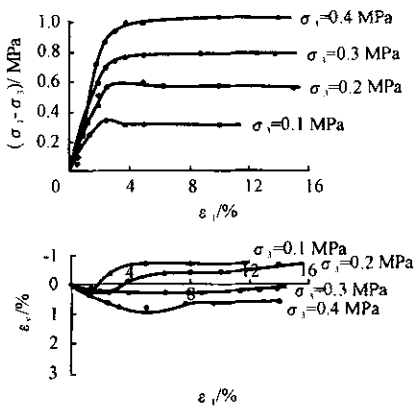
(1) $C$ 、 $\varphi$  由三轴试验即摩尔-库仑强度包线确定



(a) 试样1三轴剪应力、体应变  $\varepsilon_2$  与轴应变关系曲线

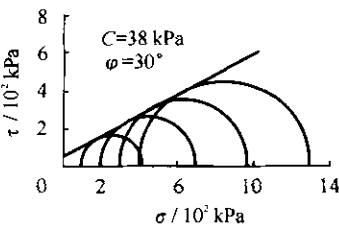


(b) 试样2三轴剪应力、体应变  $\varepsilon_2$  与轴应变关系曲线

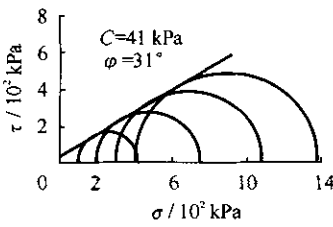


(c) 试样3三轴剪应力、体应变  $\varepsilon_2$  与轴应变关系曲线

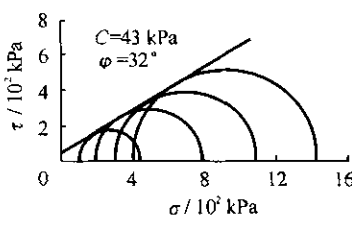
图 1 三轴剪应力、体应变与轴应变关系曲线



(a) 试样1三轴剪切摩尔强度包线

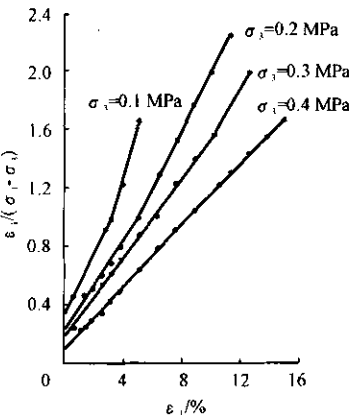


(b) 试样2三轴剪切摩尔强度包线

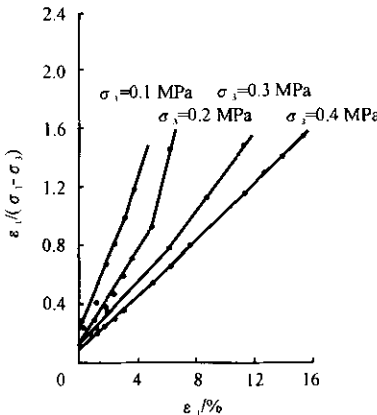


(c) 试样3三轴剪切摩尔强度包线

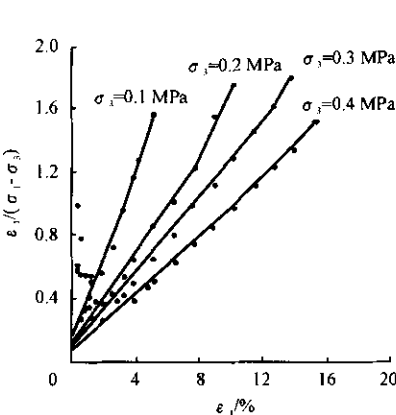
图 2 三轴剪切摩尔强度包线



(a) 试样1  $\varepsilon_2/(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \varepsilon_1$  关系线



(b) 试样2  $\varepsilon_2/(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \varepsilon_1$  关系线



(c) 试样3  $\varepsilon_2/(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \varepsilon_1$  关系线

图 3  $\varepsilon_2/(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \varepsilon_1$  关系线

(图 2)。

(2) 根据  $\varepsilon_2/(\sigma_1 - \sigma_3) = a + b \varepsilon_1$  关系式,绘制  $\varepsilon_2/(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \varepsilon_1$  关系线(图 3),由该直线确定  $a$ 、 $b$  值, $a$  为该纵坐标截距, $b$  为该线的斜率,根据  $a$ 、 $b$  即可求得该级应力  $\sigma_3$  作用下的切线模量  $E_t = 1/a$ ,主应力差的渐近值  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} = 1/b$ 。

(3) 根据  $E_t = K P_a (\sigma_3 / P_a)^n$  关系式,绘制  $\lg E_t \sim \lg (\sigma_3 / P_a)$  关系线(图 4),由该线的截距及斜率可确定出参数  $K$ 、 $n$ 。

(4) 由轴向应变和侧向应变绘制关系线(图 5),直线的斜率即为泊松比系数  $D$ 。

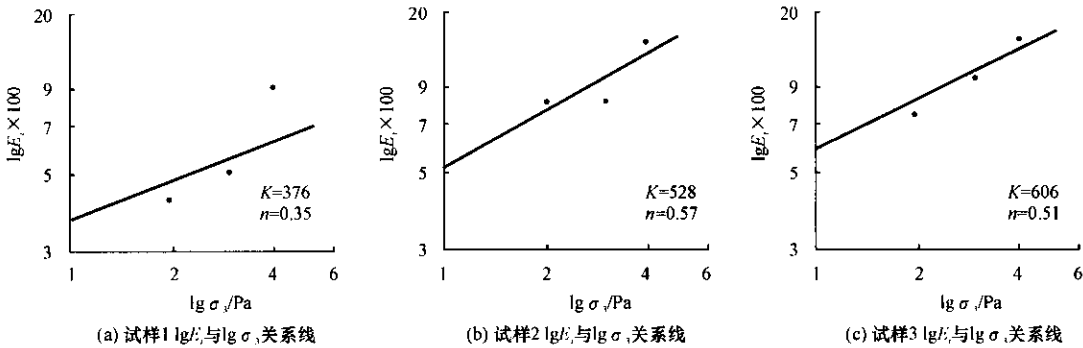
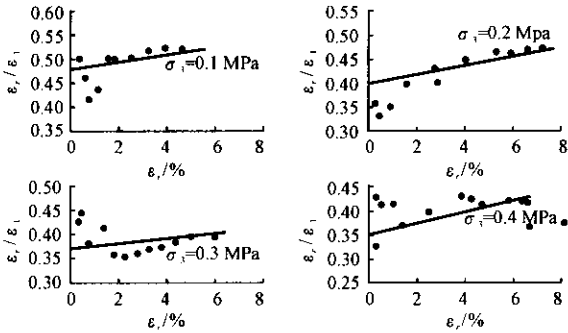
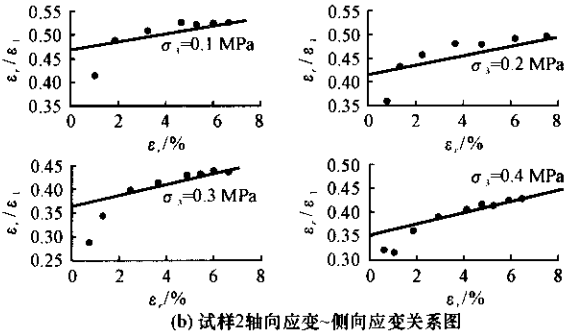


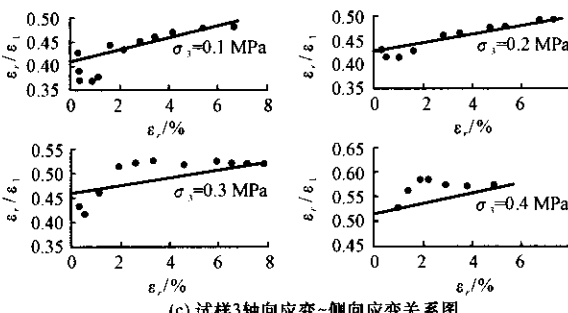
图 4 切线模量  $E_t$  与  $\lg \sigma_3$  关系线



(a) 试样1轴向应变~侧向应变关系图



(b) 试样2轴向应变~侧向应变关系图



(c) 试样3轴向应变~侧向应变关系图

图 5 轴向应变  $\epsilon_1$  ~侧向应变  $\epsilon_r$  关系图

(5)由  $R_f=(\sigma_1-\sigma_3)_f/(\sigma_1-\sigma_3)_{ult}$  关系式, 求出  $R_f$  值。

(6)绘制  $\mu_i \sim \lg \sigma_3/P_a$  关系线(图 6), 从图中求得  $G$ 、 $F$  值, 其中  $\mu_i$  为切线泊松比,  $G$  为截距,  $F$  为斜率。

4 试验结果

试样 1、2、3 的  $E \sim \mu$  模型参数计算结果见表 2。

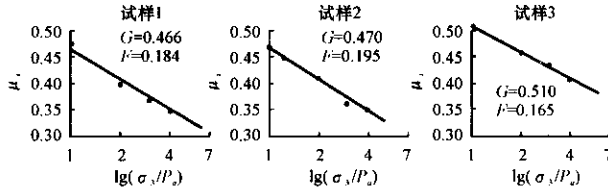


图 6  $E \sim \mu$  模型强度参数  $\mu_i \sim \lg \sigma_3/P_a$

试样 1、2、3 号的  $E \sim \mu$  模型的 8 个参数计算结果见表 3。

表 2  $E \sim \mu$  模型参数计算表

试样号	$\sigma_3/$ MPa	$(\sigma_1-\sigma_3)_f/$ MPa	$a \times 100$	$E_t =$ 1/a	b	$(\sigma_1-\sigma_3)_{ult}/$ MPa	$R_f$	$\mu_i$	D
1	0.1	0.320	0.335	298.5	0.225	0.444	0.72	0.478	1.05
	0.2	0.505	0.238	420.2	0.154	0.676	0.78	0.400	1.43
	0.3	0.683	0.196	510.2	0.133	0.752	0.91	0.370	1.03
	0.4	0.892	0.110	909.1	0.107	0.954	0.95	0.351	1.21
2	0.1	0.311	0.190	526.3	0.248	0.403	0.77	0.470	0.82
	0.2	0.549	0.122	819.7	0.159	0.629	0.87	0.415	1.00
	0.3	0.778	0.120	833.3	0.108	0.926	0.84	0.365	1.07
	0.4	0.980	0.080	1250.0	0.090	1.111	0.88	0.352	1.15
3	0.1	0.346	0.165	606.1	0.254	0.394	0.88	0.515	1.50
	0.2	0.588	0.132	757.6	0.143	0.699	0.84	0.460	0.78
	0.3	0.785	0.102	984.8	0.118	0.844	0.93	0.428	0.87
	0.4	1.036	0.078	1282.0	0.095	1.053	0.98	0.410	1.20

表 3  $E \sim \mu$  模型 8 个参数汇总表

试样号	试样密度/ ( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ )	K	n	$R_f$	C/kPa	$\varphi/(^\circ)$	G	F	D
1	16.775	376	0.35	0.84	38	30	0.466	0.184	1.18
2	17.364	528	0.57	0.84	41	31	0.470	0.195	1.01
3	17.658	606	0.51	0.91	43	32	0.510	0.165	1.09

5 结 语

(1)采用工程用黄土进行室内三轴试验, 根据三轴剪应力、体应变与轴应变关系曲线、三轴剪切摩尔强度曲线、切线模量  $E_t$  与  $\sigma_3$  关系线、轴向应变~侧

(下转 21 页)

参考文献:  
References:

[1] 周志刚,郑健龙.公路土工合成材料设计原理及工程应用[M].北京:人民交通出版社,2001.  
ZHOU Zhi-gang, ZHENG Jian-long. Geotechnical Principles and Application [M]. Beijing: People's Communications Press, 2001.

[2] 钱家欢.土工原理与计算[M].北京:中国水利水电出版社,1996.  
QIAN Jia-huan. Geotechnical Principles and Calculation [M]. Beijing: China Water Conservancy and Electricity Press, 1996.

[3] 王亚玲,孙建民,周玉利.土工格栅在旧路改建中的应用[J].公路交通科技,2005,22(3):67-69.  
WANG Ya-ling, SUN Jian-min, ZHOU Yu-li. Application on Geogrid in Reconstruction of Pavement[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2005,22(3):67-69.

[4] 杨晓华.土工格室加固饱和黄土地基性状及承载力

[J].长安大学学报:自然科学版,2004,24(3):5-8.  
YANG Xiao-hua. Bearing Capacity and Behavior of Saturated Loess Foundation Reinforced by Geocell[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2004,24(3):5-8.

[5] 葛折圣,黄晓明.运用损伤力学理论预测沥青混合料的疲劳性能[J].交通运输工程学报,2003,3(1):40-42.  
GE Zhe-sheng, HUANG Xiao-ming. Prediction of Asphalt Mixtures Fatigue Properties Using Damage Mechanics[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2003,3(1):40-42.

[6] 周志刚,郑健龙,李强.土工加筋材料处治填挖交界路基非均匀沉降设计方法研究[J].中国公路学报,2003,16(1):27-31.  
ZHOU Zhi-gang, ZHENG Jian-long, LI Qiang. Study of the Design Method of Using Geonets to Treat the Unequal Settlement of Subgrade at the Cut to Fill Location[J]. China Journal of Highway and Transport, 2003,16(1):27-31.



(上接 13 页)

向应变关系图、 $E \sim \mu$  模型强度参数  $\mu_i \sim \lg \sigma_3 / P_a$  关系图,得到了邓肯-张非线性模型有限元计算的 8 个参数。

(2)在含水量保持不变的情况下,随着试样压实度的提高,邓肯-张  $E \sim \mu$  模型的 8 个参数中,参数  $K$ 、 $n$ 、 $R_f$ 、 $C$ 、 $\varphi$ 、 $G$  均随压实度  $K$  的提高而增大, $F$ 、 $D$  随  $K$  的变化规律均不明显。

(3)在含水量和压实度保持不变的情况下,三轴试验时,土样的主应力差  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 、主应力极限差  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 、初始模量  $E_i$ 、破坏比  $R_f$  均随围压  $\sigma_3$  的增大而增大;切线泊松比  $\mu_i$  随  $\sigma_3$  的增大而减小,泊松比系数  $D$  随  $\sigma_3$  变化的规律性不明显。

参考文献:  
References:

[1] 刘祖典.黄土力学与工程[M].西安:陕西科学技术出版社,1997.  
LIU Zu-dian. Loess Mechanics and Engineering [M]. Xi'an: Shaanxi Science and Technology Press, 1997.

[2] 高江平,俞茂宏,胡长顺,等.加筋土挡墙滑动破裂面的大型模型试验[J].长安大学学报:自然科学版,2005,25(6):6-9.

GAO Jiang-ping, YU Mao-hong, HU Chang-shun, et al. Large Model Experiment on Sliding Rupture of Reinforced Earth Retaining Wall [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2005,25(6):6-9.

[3] JTJ051-93.公路土工试验规程[S].  
JTJ051-93. Test Specification for Soils in Highway [S].

[4] 张学言,闫澍旺.岩土塑性力学基础[M].天津:天津大学出版社,2004.  
ZHANG Xue-yan, YAN Shu-wang. Fundamentals of Geotechnics Plasticity [M]. Tianjin: Tianjin University Press, 2004.

[5] 景宏君,张斌.黄土路基强度规律[J].交通运输工程学报,2004,4(2):14-18.  
JING Hong-jun, ZHANG Bin. Loess Subgrade Strength Law [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2004,4(2):14-18.

[6] 李海深,杨果林,邹银生.加筋土挡土墙动力特性分析[J].中国公路学报,2004,17(2):28-31.  
LI Hai-shen, YANG Guo-lin, ZOU Yin-sheng. Analysis of Dynamic Character of Reinforced Earth Retaining Wall [J]. China Journal of Highway and Transport, 2004,17(2):28-31.