

优化经验贝叶斯事故黑点识别与排序方法

田 准^{1,2}, 张生瑞¹

(1. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064; 2. 西安建筑科技大学 土木工程学院, 陕西 西安 710055)

摘 要:为了对道路交通事故黑点进行准确有效识别和排序,提出基于事故统计数据及事故预测模型的优化经验贝叶斯黑点识别方法,并对该方法的工程实用性进行了优化。同时,从事故发生危险程度、安全治理可提升空间 2 个方面提出了优化经验贝叶斯黑点排序方法。选取 2 个城市的信号交叉口事故数据,利用基于事故统计数据的黑点识别方法对城市 A 的总事故黑点、伤亡事故黑点分别进行了识别,并按照事故发生危险程度进行了总事故黑点排序;利用基于事故预测模型的黑点识别方法对城市 B 的事故黑点进行识别,并分别按照事故发生危险程度、安全治理可提升空间 2 种排序规则进行了黑点排序。结果表明:在 95% 的显著性水平下,城市 A 共识别出 24 个总事故黑点及 18 个伤亡事故黑点;在 99% 的显著性水平下,城市 B 共识别出 15 个事故黑点;优化经验贝叶斯法在识别准确性、消除事故数随机波动及趋中心回归现象影响方面优于事故率法和质量控制法;基于安全治理可提升空间的排序指标倾向于筛选出安全治理投资收益比高的地点,基于事故发生危险程度的排序指标则倾向于筛选出与事故期望值偏离较大的地点。

关键词:交通工程;交通安全;信号交叉口;事故黑点识别与排序;经验贝叶斯;交通事故统计与分析

中图分类号:U491.31 **文献标志码:**A **DOI:**10.19721/j.cnki.1671-8879.2019.05.013

Identification and ranking of accident black spots using advanced empirical Bayes method

TIAN Zhun^{1,2}, ZHANG Sheng-rui¹

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 2. School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, Shaanxi, China)

Abstract: To accurately and effectively identify and rank traffic accident black spots, an accident-data-based and an accident-prediction-model-based advanced empirical Bayes method was proposed. In addition, the practicability of the identification methods has been optimized. Furthermore, risk of accident involvement and safety benefits of treatment, two ranking criteria of black spots were suggested. Accident data for signalized intersections in two cities were collected. The accident-data-based advanced empirical Bayes method was used to identify total accident black spots and fatal and injury accident black spots in city A. The total number of accident black spots identified in city A were subsequently ranked according to the risk of accident involvement. Concurrently, black spots in city B were identified by the accident-prediction-model-

收稿日期:2019-02-19

基金项目:陕西省教育厅专项科研计划项目(18JK0450);西安建筑科技大学青年科技基金项目(QN1712)

作者简介:田 准(1983-),女,陕西西安人,西安建筑科技大学讲师,长安大学工学博士研究生,E-mail:tianzhun@xauat.edu.cn。

通讯作者:张生瑞(1963-),男,陕西佳县人,教授,博士研究生导师,E-mail:zhangsr@chd.edu.cn。

based advanced empirical Bayes method, and were ranked according to risk of accident involvement and safety benefits of treatment two criteria. The results show that 24 total accident black spots and 18 fatal and injury accident black spots were identified in city A at 95% confidence level, while 15 black spots were identified in city B at 99% confidence level. The advanced empirical Bayes method is superior to the rate quality control and accident rate methods regarding accuracy, the ability to eliminate the impact of random fluctuation and the regression-to-the-mean effect of accident frequency. The ranking criterion of the safety benefits of treatment favors the locations that are more cost-effective to treat, while the ranking criterion of the risk of accident involvement favors the locations with higher deviation from the expected values. 7 tabs, 4 figs, 35 refs.

Key words: traffic engineering; traffic safety; signalized intersection; black spot identification and ranking; empirical Bayes; traffic accident statistical analysis

0 引 言

减少道路交通事故、降低损失意义重大。很多国家早已意识到此问题的严重性,相继设立并开展了道路交通安全改善项目,这些项目的主要目的有 2 个方面:①识别出道路上存在交通安全隐患的地点,即交通事故黑点;②确定相关治理措施,改善道路黑点的交通安全状况。其中,准确有效识别事故黑点是改善道路交通安全的前提和先决条件,对道路交通安全改善项目的顺利实施具有重要意义。

常见的事故黑点识别方法有事故率法^[1-2]、事故频数法^[3-4]、当量事故频数法^[2]。在黑点识别的相关研究中也这些方法作为基础的方法,进行改进或与其他方法结合提高识别效率和精度。这些方法简单明了、计算方便,但也有其局限性。如事故频数法未考虑交通量对事故数的影响,即 2 个具有相同事故频数的地点,其危险程度不一定相同,而该方法则将其视为相同。事故率法应用于小交通量道路时会产生偏差,且该方法假设事故频数与交通量成线性关系,这一假设与实际情况未必相符。另外,需要注意的是,以上 3 种黑点识别方法都以某点发生的事故数据为基本依据。在某一地点发生的事故数或事故率应是一个随机变量,其值会随时间的推移而上下浮动,其真实值是不能完全准确预测出来的。因此,仅根据在某一地点观测到的事故数据来进行黑点识别会降低结果的准确性。

随着道路交通安全研究工作的开展,对事故发生的特点规律有了更深入的了解,越来越多的新方法和新技术应用于交通事故黑点的识别。如利用累计频率曲线法^[5-7]确定黑点识别的临界值,该方法可视为以事故率法与当量事故法为基础的改进算法。

另外,K-均值算法^[8]、基于密度的聚类(DBSCAN)算法^[5]、灰色关联分析^[9]、模糊聚类法^[10]、粗糙集理论^[10]等聚类分析法在事故黑点识别研究中也得到较多的应用,该方法除了进行黑点识别,还可以进行事故黑点的成因分析^[3],但各聚类算法均有一定的适用条件和局限性^[11],虽然理论上在同一个类别中识别出的事故黑点被视为具有相同的危险程度,但实际上每个事故黑点的危险程度都有可能不同。周伟等引入交通冲突技术,以道路上的交通冲突数量替代交通事故数量从而进行黑点识别^[12-13]。在交通事故样本量过小不能支持数据分析的情况下应用交通冲突技术较好,但冲突观测的准确性、交通冲突类型与不同事故类型之间的关联性还有待进一步研究^[14]。

引入统计学的相关技术,将数据波动的影响考虑在内,提高黑点识别的准确性是目前世界上认可度较高的一种研究思路^[15]。一些黑点识别方法就是基于这样的思路发展并完善起来的,如 1956 年 Norden 等基于统计质量控制原理提出了一种新的黑点识别方法——质量控制法^[16]。该方法的基本假定是某一地点在一段时间内发生的交通事故数,可以近似地用泊松分布来表示,并得出某地点事故率临界值的计算公式。该方法识别事故黑点的标准是当某地点实际事故率达到或超过该地点的事故率临界值时,该地点可确定为事故黑点。质量控制法将某点发生的交通事故数视为随机变量,这是相较于事故频数(率)法及当量事故法的优势所在。然而,该方法确定某点交通事故的分布特征时仅利用了历史事故数据,需注意的是历史事故数据通常不能准确反映出某点长期的事故分布特征,因而得出的交通事故分布函数存在一定的偏差,影响黑点识

别结果的准确性。

近年来,随着统计学理论不断发展,黑点识别方法也趋于完善,计算机技术也为这些方法的实现提供了可能。目前已用于事故黑点识别的统计学方法包括:泊松分布^[17]、负二项分布^[18]、泊松-对数正态分布^[19]、零堆积泊松-负二项分布^[20]、泊松-Tweedie 分布^[21]、考虑异质性的随机效应模型^[22]、潜类别模型(latent-class model)^[23]、马尔科夫转换模型(Markov switching model)^[24]等。利用贝叶斯理论及经验贝叶斯理论进行黑点识别较多、认可度高^[15,25-29],该类方法将待识别地点的多方面信息结合起来,进行黑点判别,得到的结果更加精确。本文优化经验贝叶斯方法在已有方法基础上进行优化,根据获得信息类型的不同,又可将此方法细分为 2 类:基于事故统计数据的黑点识别方法;基于事故预测模型的黑点识别方法。

1 优化经验贝叶斯黑点识别方法

1.1 基于事故统计数据的黑点识别

从交通事故发生的角度,可将贝叶斯定理表示为^[29]

$$P(\psi/x) = \frac{P(x/\psi)P(\psi)}{\sum P(x/\psi)P(\psi)} \quad (1)$$

式中: ψ 为某地点发生的交通事故数; $P(\psi)$ 为 ψ 的先验分布; $P(x/\psi)$ 为在给定 ψ 值情况下有 x 个观测值的概率,称为观测值的概率分布; $P(\psi/x)$ 为在给定观测值 x 的情况下 ψ 的后验分布。

利用上述定理识别事故黑点基于以下 2 点假设:

(1) 对于任一地点 i , 当该地点的事故率 $\tilde{\lambda}_i$ 等于一已知值 λ , 则该点发生的事故数 N_i 服从泊松分布, 其分布期望值为 λV_i , 则观测值的概率分布 $P(\cdot)$ 可表示为

$$P(N_i=n|\tilde{\lambda}_i=\lambda, V_i)=\frac{(\lambda V_i)^n}{n!}e^{-\lambda V_i} \quad (2)$$

式中: V_i 为一段时间内通过该地点的交通量; n 为某点发生的事故数。

(2) 待识别地点所属区域范围内事故率概率分布函数 $f_R(\lambda)$ 服从伽玛分布 $\Gamma(\cdot)$ (先验分布), 可表示为

$$f_R(\lambda)=\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\lambda^{\alpha-1}e^{-\beta\lambda} \quad (3)$$

式中: α, β 为伽玛分布的 2 个参数, 数值可由矩法估计 (methods of moments estimate, MME) 来

确定^[29]

$$\beta=\bar{x}/s^2, \alpha=\bar{x}\beta \quad (4)$$

式中: \bar{x} 为事故率观测样本的均值; s^2 为事故率观测样本的方差。

得到区域事故率的概率分布函数 $f_R(\lambda)$ 后, 将其与待识别地点 i 的历史事故数据信息结合起来, 由贝叶斯定理即可得到地点 i 事故率的概率密度函数 $f_i(\lambda | N_i, V_i)$, 其仍服从伽玛分布 (后验分布), 它的 2 个分布参数 α_i 和 β_i 可由下式计算

$$\alpha_i=\alpha+N_i, \beta_i=\beta+V_i \quad (5)$$

识别事故黑点时, 把待识别地点 i 的事故率 $\tilde{\lambda}_i$ 超过区域事故率 X_R 看作一个事件, 当这一事件的概率大于一给定置信水平 δ 时, 该地点就可确定为事故黑点, 这一过程可用数学表达式描述为

$$P(\tilde{\lambda}_i > X_R | N_i, V_i) = 1 - \int_0^{X_R} \frac{\beta_i^{\alpha_i}}{\Gamma(\alpha_i)} \lambda^{\alpha_i-1} e^{-\beta_i \lambda} d\lambda > \delta \quad (6)$$

上述方法中, 先验分布的参数 α, β 采取了矩法估计来确定, 使得由 α, β 值确定的伽玛分布的均值和方差与观测值的均值和方差相等。Morris 等对经验贝叶斯理论分布参数估计的方法进行了细致的研究^[30-31], 将其方法与上文中的 α, β 估计方法进行比较可知, 在前述的 2 点假设前提下, 某点发生交通事故数的边缘分布应为负二项分布, 而非上文中提到的伽玛分布, 因此基于伽玛分布利用式 (4) 进行的矩法估计存在偏差。针对这一问题, 本文以负二项分布为基础对参数估计的方法进行修正, 可得如下表达式

$$\beta=\frac{V^* \bar{x}}{V^* s^2 - \bar{x}}, \alpha=\bar{x}\beta \quad (7)$$

式中: V^* 为交通量观测值的调和平均值。

这一参数估计方法修正了之前方法中存在的偏差和错误, 最终的识别结果也得到了优化和改进。

从上述事故黑点识别方法可知, 优化经验贝叶斯法结合了 2 个方面的信息进行黑点识别: 待识别地点所在区域的事故特征信息; 待识别地点的历史事故数据。质量控制法仅参考了历史事故数据进行黑点识别, 但由于事故发生的随机波动性和趋中心回归现象 (regression to the mean effect) 的存在, 仅利用历史事故数据无法精确反映出某地点的事故特征或规律, 而优化经验贝叶斯法可消除随机波动及趋中心回归现象的影响, 得到更为精确的结果。

上文提到的黑点识别方法需要经过一系列繁琐的计算过程, 实际操作性不强, 不能够快速、简便地

识别出事故黑点。为提高该方法的可操作性及实用性,本文对该方法进行了优化,可由式(6)引入临界事故率的概念,当式(6)中的概率值恰好等于 δ 时 i 点对应的事故率,即计算使得下式成立的临界事故率 λ_{ci} 为

$$1 - \int_0^{X_R} \frac{\beta_i^{\alpha+\lambda_{ci}V_i}}{\Gamma(\alpha+\lambda_{ci}V_i)} \lambda \alpha + \lambda_{ci} V_i^{-1} e^{-\beta_i \lambda} d\lambda = \delta \quad (8)$$

识别事故黑点时,将某一地点的事故率 $\tilde{\lambda}_i$ 与计算得到的临界事故率 λ_{ci} 进行比较,若 $\tilde{\lambda}_i > \lambda_{ci}$,则该点被确定为事故黑点。

根据区域的交通事故数据估计出分布参数,取任意交通量 V_i 并计算对应的临界事故率 λ_{ci} ,绘制 $V_i-\lambda_{ci}$ 临界事故率曲线用于事故黑点识别与治理,将某地点的观测值坐标与曲线图进行比较,若观测数据点落在曲线与坐标系围合的范围之外,则该点确定为事故黑点。

1.2 基于事故预测模型的黑点识别

前文所述经验贝叶斯黑点识别方法依据的数据基础为待识别地点的历史事故数据,以及待识别地点所属区域范围内区域事故率,即利用待识别地点及所属区域的交通安全特征两方面线索进行识别。本节针对待识别地点的交通安全特征进行经验贝叶斯黑点识别,即利用待识别地点道路和交通特点,以及待识别地点历史事故特点进行黑点识别。

(1)根据事故预测模型及待识别地点的相关道路、交通特征计算事故数预测值及其方差。该预测值服从参数为 α, β 的伽玛分布(先验分布), α, β 的表达式为

$$\begin{cases} \beta = \frac{E(Y)}{V(Y)} = \frac{E(Y)}{E(Y)^2/\kappa} = \frac{\kappa}{E(Y)} \\ \alpha = \beta E(Y) = \kappa \end{cases} \quad (9)$$

式中: $E(Y)$ 为根据事故预测模型得到的待识别地点事故数预测值; $V(Y)$ 为 $E(Y)$ 值的方差; κ 为伽玛分布的形状参数。

(2)确定黑点识别的参照值,该值的作用类似于第1.1节中区域事故率 X_R ,取待识别地点事故数预测值的50%分位值 X_{50} 作为参照值,计算式为

$$\int_0^{X_{50}} \left(\frac{\kappa}{E(Y)} \right) \lambda^{\kappa-1} e^{-\frac{\kappa}{E(Y)} \lambda} / \Gamma(\kappa) d\lambda = 0.5 \quad (10)$$

(3)利用经验贝叶斯过程对待识别地点的事故数预测值进行优化,该过程利用待识别地点的事故数预测值及事故数观测值进行优化计算,得到经验贝叶斯事故数优化值 E_{eb} ,该值相较于事故数预测值更加精确,可反映出待识别地点更真实的安全水

平。 E_{eb} 值可通过下式计算^[32]

$$E_{eb} = aE(Y) + (1-a)N \quad (11)$$

$$a = \frac{1}{1+V(Y)/E(Y)} \quad (12)$$

式中: N 为待识别地点事故数观测值。

(4)经验贝叶斯事故数优化值 E_{eb} 服从参数为 α_1 及 β_1 的伽玛分布(后验分布),可推导出该分布的参数及概率密度函数 $f_{E_{eb}}(\lambda)$ 如下

$$\beta_1 = \frac{E_{eb}}{V(E_{eb})} = \frac{\kappa}{E(Y)} + 1, \alpha_1 = \beta_1 E_{eb} = \kappa + N \quad (13)$$

$f_{E_{eb}}(\lambda) =$

$$\left[\frac{\kappa}{E(Y)} + 1 \right]^{\kappa+N} \lambda^{\kappa+N-1} e^{-\left[\frac{\kappa}{E(Y)} + 1 \right] \lambda} / \Gamma(\kappa+N) \quad (14)$$

式中: $V(E_{eb})$ 为经验贝叶斯事故数优化值的方差。

(5)进行黑点识别。把待识别地点的 E_{eb} 值超过 X_{50} 看作一个事件,当这一事件的概率大于置信水平 δ 时,该地点就可确定为事故黑点,这一过程可用数学表达式描述为

$$\begin{aligned} 1 - \int_0^{X_{50}} f_{E_{eb}}(\lambda) d\lambda = \\ 1 - \int_0^{X_{50}} \left[\frac{\kappa}{E(Y)} + 1 \right]^{\kappa+N} \lambda^{\kappa+N-1} e^{-\left[\frac{\kappa}{E(Y)} + 1 \right] \lambda} / \\ \Gamma(\kappa+N) d\lambda > \delta \end{aligned} \quad (15)$$

本节中临界事故率曲线的绘制方法与第1节有一定的区别,具体过程如下:

将式(15)稍作调整,给定一置信水平 δ ,即令待识别地点的 E_{eb} 值超过 X_{50} 这一事件的概率等于 δ

$$\begin{aligned} 1 - \int_0^{X_{50}} \left[\frac{\kappa}{E(Y)} + 1 \right]^{\kappa+N_c} \cdot \\ \lambda^{\kappa+N_c-1} e^{-\left[\frac{\kappa}{E(Y)} + 1 \right] \lambda} / \Gamma(\kappa+N_c) d\lambda = \delta \end{aligned} \quad (16)$$

式中: N_c 为待识别地点的临界事故率。

类似地,在事故预测模型已知的前提下,由以上过程可得到任意待识别地点 i 的事故数预测值 $E(Y)_i$ 值与 N_{ci} 值,由多个散点坐标 $(E(Y)_i, N_{ci})$ 在坐标系中绘制 $E(Y)_i-N_{ci}$ 曲线,即得到临界事故率曲线。利用该图进行黑点识别时,以某地点 i 的事故数预测值 $E(Y)_i$ 及事故数观测值 N_i 为横、纵坐标,将 $(E(Y)_i, N_i)$ 坐标与曲线图进行比较,若该数据点的纵坐标(即 N_i 值)大于曲线图在该处的纵坐标 N_{ci} ,则该点确定为事故黑点。这一方法与原方法相比,可操作性较强,识别速度快,提高了工作效率。

2 黑点排序方法

从道路交通安全治理的程序上来说,在对事故

黑点进行识别之后,需要有针对性地制定合理的交通安全治理方案或改善措施。黑点治理措施的实施需要大量资金的支持,而当资金有限只能对其中一部分黑点进行治理时,就需要判断具体应治理哪些黑点。

对黑点危险程度或“黑”度排序可作为判断的依据,排名越靠前表示危险程度越高,越需要优先进行治理。除了根据黑点的危险程度进行排序之外,还可根据黑点治理后安全可提升空间的大小进行排序。安全可提升空间对交通安全治理工作具有重要意义,优先治理安全可提升空间较大的黑点,将会在等额资金条件下获得更大的安全效益,即具有更高的投资效益比。

黑点排序需对其危险程度或“黑”度进行量化描述。根据黑点识别方法的不同,可考虑构建不同的量化指标。事故率法可直接利用各点的事件率值作为排序依据。质量控制法可利用某点事件率与临界事件率之间的差异构建排序的量化指标 D ,其表达式如下

$$D=(R_i-C_{ci})M_i$$

(17)

式中: R_i 为某地点 i 的事件率; C_{ci} 为某地点 i 的临界事件率; M_i 为通过该点的百万车公里数。

D 值越大表明该点的危险程度越高,排名越靠前。

在第 1.1 节介绍的优化经验贝叶斯方法中,各点的临界事件率未在识别过程中计算出来,无法与质量控制法采用相同的排序指标。本文认为可利用式(6)计算得到的概率值作为排序指标,即当该点事件率 $\hat{\lambda}_i$ 超过区域事件率 X_R 的概率越大,该点排名越靠前。

以上所述将某点事件率 $\hat{\lambda}_i$ 超过区域事件率 X_R 的概率值作为排序指标,该指标可间接反映出某点的危险程度,但不能反映出某点经过治理后安全性能可提升的空间。本文提出利用第 1.2 节介绍的经验贝叶斯事件数优化值 E_{cb} 与事件预测模型得出的事件数预测值 $E(Y)$ 构建排序指标。经验贝叶斯事件数优化值 E_{cb} 代表了某点安全水平的精确估计,该值与事件模型预测值 $E(Y)$ 的差值可较好表示某点经治理后安全水平可提升的空间。

另外,经验贝叶斯事件数优化值 E_{cb} 与事件模型预测值 $E(Y)$ 的比值 $E_{cb}/E(Y)$ 可较为直接的表示某点发生事件的风险程度,该比值作为排序指标其意义在于:交通安全管理部门对排名靠前的黑点进行治理,进而保证管辖地区各地点的事件风险程度

基本保持在同一水平,以提升整个区域的交通安全环境。

3 实例验证

3.1 数据来源

本文利用加拿大 2 个城市地区的事件与交通数据进行实例研究。从城市 A 获取到 89 个信号控制交叉口 3 年内发生的交通事故数量,且对不同严重程度的事件数,以及交叉口各进口道的日交通量之和分别进行了统计。从城市 B 获取到 75 个 4 路信号控制交叉口 1 年内发生的交通事故数量,以及每个交叉口 2 条交叉道路各自的年平均日交通量。以上数据均来自于 2 个城市的交通管理部门,数据中所有交叉口均用序号进行区别。表 1~表 4 为城市 A 及城市 B 的交通量及事件统计数据。

根据城市 B 的 4 路信号控制交叉口交通量与事件数据,构建了事件预测模型,该模型为负二项分布的广义线性回归模型,模型的具体构建方法见文献[33]~文献[35]。该模型针对事件数据所具有的非负性、小样本、过离散特点可进行较好拟合^[15]。模型具体形式为

$$E(Y)=0.825\ 3\left(\frac{A_1}{1\ 000}\right)^{0.619\ 5}\left(\frac{A_2}{1\ 000}\right)^{0.407\ 7}$$

(18)

式中: A_1 、 A_2 分别为交叉口 2 条交叉道路的年平均日交通量。

如前所述,事件预测模型的预测值服从参数为 α 、 β 的伽玛分布(先验分布),本模型中预测值服从形状参数 κ 为 8.40 的伽玛分布。

3.2 基于事件统计数据的黑点识别结果

城市 A 的事件统计数据中对事件发生的严重程度进行了分类,本文按照基于事件统计数据的优化经验贝叶斯方法,选取 95% 的显著性水平,分别利用事件总数及伤亡事件数对该市 89 个信号交叉口进行黑点识别。在识别总事件黑点时,关键参数均在表 5 详细列出。根据区域的事件统计数据估计出分布参数,取任意交通量 V_i 值并依据式(8)计算对应的临界事件率 λ_{ci} 值。

分别针对总事件数及伤亡事件数进行黑点识别,对于交通安全管理工作具有实际意义。例如,在基于总事件数进行的黑点识别结果中,某点未被识别,而在基于伤亡事件数进行的黑点识别结果中该点却被识别出。这一结果说明该点发生伤亡事件的危险程度较高,尽管未被第 1 种方法识别为事件黑点,但在安全治理工作中仍需要对该点给予充分的关注。

表 1 交通量及事故数据(城市 A)
Tab. 1 Traffic and collision data (city A)

交叉口 序号	日交通量/ (veh·d ⁻¹)	3 年事故 总数	3 年伤亡 事故数	交叉口 序号	日交通量/ (veh·d ⁻¹)	3 年事故 总数	3 年伤亡 事故数	交叉口 序号	日交通量/ (veh·d ⁻¹)	3 年事故 总数	3 年伤亡 事故数
1	32 332	49	19	31	17 301	34	14	61	30 037	77	35
2	21 818	7	2	32	37 315	37	13	62	9 146	23	9
3	15 235	12	5	33	29 158	25	9	63	28 388	3	1
4	17 761	1	0	34	21 021	1	0	64	27 354	59	24
5	6 946	5	1	35	14 794	14	5	65	15 022	18	7
6	35 270	10	4	36	47 983	1	0	66	4 643	1	0
7	33 802	1	0	37	17 326	25	11	67	34 264	14	6
8	4 909	3	1	38	32 419	34	13	68	43 250	27	11
9	21 107	10	3	39	32 105	7	2	69	5 302	1	0
10	32 660	11	4	40	21 373	15	5	70	31 036	27	11
11	23 614	16	7	41	28 189	4	1	71	44 518	68	30
12	20 834	16	5	42	10 041	5	2	72	28 201	31	14
13	42 693	34	13	43	33 551	2	0	73	7 076	10	3
14	49 820	8	3	44	34 382	2	0	74	30 108	38	13
15	20 344	22	8	45	16 099	4	1	75	20 424	39	13
16	26 775	22	7	46	28 467	40	15	76	34 908	1	0
17	20 220	6	2	47	25 755	32	11	77	16 393	29	12
18	31 662	31	13	48	40 378	35	14	78	45 253	40	18
19	32 286	7	2	49	17 767	43	19	79	17 959	41	19
20	5 927	1	0	50	28 760	3	1	80	25 494	16	6
21	40 035	15	6	51	14 895	5	2	81	48 443	38	15
22	17 764	23	10	52	22 022	21	7	82	45 818	2	0
23	44 015	27	9	53	24 331	38	13	83	39 535	62	24
24	32 668	29	11	54	26 991	8	3	84	32 577	100	35
25	45 562	1	0	55	44 211	14	6	85	34 310	19	8
26	49 650	1	0	56	13 792	3	1	86	36 604	11	4
27	31 413	25	10	57	36 189	17	5	87	21 027	8	2
28	11 058	5	1	58	20 311	6	2	88	26 271	52	23
29	32 162	4	1	59	49 423	51	18	89	42 113	53	19
30	45 843	20	7	60	19 964	1	0				

图 1、图 2 分别为基于城市 A 的事故统计数据
的临界总事故率曲线图以及临界伤亡事故率曲线图
识别结果。

由图 1、图 2 可知:在 95%的显著性水平下,基于
总事故数进行的黑点识别方法共识别出 24 个事故黑
点;基于伤亡事故数进行的黑点识别方法共识别出
18 个事故黑点。为将优化经验贝叶斯黑点识别方法
与其他方法进行对比,又利用质量控制法对事故黑点
进行了识别,共识别出 20 个事故黑点,见图 3。

3.3 基于事故预测模型的黑点识别结果

利用城市 B 获取的事故统计数据、交通量数据
及构建出的 4 路信号控制交叉口事故预测模型,按
第 1.2 节介绍的优化经验贝叶斯方法对其进行黑点

识别,并在显著性水平 δ 分别为 99%、95%及 90%
的条件下绘制出临界事故率曲线,应用该曲线进行
黑点识别,如图 4 所示。由图 4 可知,在 99%的显
著性水平下共有 15 个交叉口被识别为事故黑点。

3.4 黑点排序

对于城市 A,根据前文介绍的优化经验贝叶斯
法,利用式(6)计算得到的某点事故率超过区域事故
率 X_R 的概率值作为黑点排序指标,同时,利用质量
控制法和事故率法分别对 89 个信号交叉口进行了
危险程度的排序。为对比这 3 种方法,将优化经验
贝叶斯法识别出的排名前 20 位黑点列出,并将这
20 个交叉口在其他 2 种方法中的排序名次同时列
出,如表 6 所示。

表 2 交通量及事故数据(城市 B)
Tab. 2 Traffic and collision data (city B)

交叉口 序号	交叉道路 一交通量/ (veh·d ⁻¹)	交叉道路 二交通量/ (veh·d ⁻¹)	年事故 总数	交叉口 序号	交叉道路 一交通量/ (veh·d ⁻¹)	交叉道路 二交通量/ (veh·d ⁻¹)	年事故 总数	交叉口 序号	交叉道路 一交通量/ (veh·d ⁻¹)	交叉道路 二交通量/ (veh·d ⁻¹)	年事故 总数
1	19 406	2 116	11	26	9 508	5 254	19	51	12 860	8 767	6
2	8 569	6 906	6	27	17 932	11 489	9	52	16 341	11 943	8
3	26 323	4 605	16	28	21 734	4 075	8	53	26 456	9 424	39
4	24 711	22 086	44	29	28 519	2 140	5	54	9 243	2 411	5
5	28 285	1 171	4	30	15 840	6 236	5	55	15 737	9 419	20
6	32 679	10 596	5	31	19 920	11 229	27	56	11 930	4 014	9
7	18 693	10 682	19	32	27 622	2 475	9	57	11 415	6 303	3
8	16 394	7 973	27	33	25 326	13 864	21	58	36 107	14 142	41
9	21 244	11 547	16	34	43 238	7 689	16	59	16 956	8 082	11
10	29 716	12 868	25	35	29 894	14 546	10	60	21 586	7 645	20
11	14 734	11 650	25	36	22 815	4 513	7	61	28 204	10 135	15
12	14 154	1 615	17	37	22 843	21 450	9	62	39 052	13 300	22
13	25 778	5 165	9	38	26 109	3 884	5	63	13 175	4 526	9
14	28 800	7 012	3	39	26 842	3 956	9	64	24 366	9 092	18
15	12 356	1 594	5	40	13 920	10 157	16	65	13 410	2 117	3
16	33 795	9 382	16	41	27 020	2 360	14	66	28 341	12 419	42
17	28 963	12 632	35	42	17 137	5 894	5	67	25 779	13 485	4
18	28 001	3 239	8	43	14 999	5 788	3	68	16 405	11 963	7
19	15 917	2 418	8	44	15 678	6 690	5	69	17 206	17 007	20
20	18 801	14 187	29	45	12 794	9 095	9	70	36 305	23 437	25
21	44 853	899	22	46	23 725	20 678	16	71	25 597	8 299	7
22	24 070	13 825	10	47	16 232	13 717	22	72	27 371	4 158	6
23	12 437	10 918	23	48	30 138	5 899	11	73	12 356	7 891	9
24	28 487	8 746	33	49	12 670	3 570	2	74	28 490	13 776	25
25	30 654	24 725	25	50	15 869	11 976	3	75	14 678	11 942	30

表 3 城市 A 数据统计
Tab. 3 Data statistics of city A

数据类型	统计指标			
	最小值	最大值	均值	标准差
交叉口日交通量/(veh·d ⁻¹)	4 643	49 820	27 842.38	11 887.56
3 年事故总数	1	100	20.87	19.64
3 年伤亡事故数	0	35	7.97	8.02

表 4 城市 B 数据统计
Tab. 4 Data statistics of city B

数据类型	统计指标			
	最小值	最大值	均值	标准差
交叉道路一交通量/(veh·d ⁻¹)	8 569	44 853	22 073.470	8 152.712
交叉道路二交通量/(veh·d ⁻¹)	899	24 725	8 971.707	5 453.492
年事故总数	2	44	15.000	10.000

由表 6 可知,质量控制法与优化经验贝叶斯法排序结果较为相近,而事故率法与优化经验贝叶斯法排序结果差距较大。利用优化经验贝叶斯法得到的排名前 20 位黑点中,未在质量控制法列表中出现

的黑点数为 3 个,分别是第 74、37、22 号交叉口,也就是说,当有限资金仅能对排序前 20 位的黑点进行安全治理时,这 3 个交叉口在优化经验贝叶斯法列表中将被纳入治理名单,而在质量控制法列表中

表 5 城市 A 总事故黑点识别计算过程

Tab. 5 Computation process of black spots identification in city A

交叉口 序号	事故率/ (起·百万车公里 ⁻¹)	参数 α_i	参数 β_i	$P(\bar{\lambda}_i > X_R N_i, V_i)$	交叉口 序号	事故率/ (起·百万车公里 ⁻¹)	参数 α_i	参数 β_i	$P(\bar{\lambda}_i > X_R N_i, V_i)$
1	1.38	50.31	37.22	★0.999 991 0	46	1.28	41.31	32.98	★0.999 745 0
2	0.29	8.31	25.70	0.004 987 2	47	1.13	33.31	30.01	★0.994 176 4
3	0.72	13.31	18.49	0.536 012 7	48	0.79	36.31	46.03	0.782 542 5
4	0.05	2.31	21.26	0.000 014 9	49	2.21	44.31	21.27	★1.000 000 0
5	0.66	6.31	9.42	0.426 248 0	50	0.10	4.31	33.30	0.000 000 5
6	0.26	11.31	40.43	0.000 145 2	51	0.31	6.31	18.12	0.020 843 5
7	0.03	2.31	38.83	0.000 000 0	52	0.87	22.31	25.93	0.834 057 6
8	0.56	4.31	7.19	0.330 164 6	53	1.43	39.31	28.46	★0.999 949 4
9	0.43	11.31	24.92	0.057 199 6	54	0.27	9.31	31.37	0.001 107 1
10	0.31	12.31	37.58	0.001 209 1	55	0.29	15.31	50.22	0.000 094 4
11	0.62	17.31	27.67	0.323 252 5	56	0.20	4.31	16.91	0.004 688 2
12	0.70	17.31	24.63	0.512 246 0	57	0.43	18.31	41.44	0.018 131 0
13	0.73	35.31	48.56	0.617 988 4	58	0.27	7.31	24.05	0.004 020 7
14	0.15	9.31	56.37	0.000 000 0	59	0.94	52.31	55.93	★0.982 139 4
15	0.99	23.31	24.09	0.934 529 3	60	0.05	2.31	23.67	0.000 003 3
16	0.75	23.31	31.13	0.639 978 6	61	2.34	78.31	34.70	★1.000 000 0
17	0.27	7.31	23.95	0.004 201 7	62	2.30	24.31	11.83	★0.999 996 8
18	0.89	32.31	36.48	0.910 744 8	63	0.10	4.31	32.90	0.000 000 6
19	0.20	8.31	37.17	0.000 024 6	64	1.97	60.31	31.77	★1.000 000 0
20	0.15	2.31	8.30	0.035 169 6	65	1.09	19.31	18.26	★0.955 865 0
21	0.34	16.31	45.65	0.001 261 9	66	0.20	2.31	6.90	0.075 187 4
22	1.18	24.31	21.26	★0.988 117 4	67	0.37	15.31	39.33	0.005 914 3
23	0.56	28.31	50.01	0.134 804 6	68	0.57	28.31	49.17	0.156 609 6
24	0.81	30.31	37.58	0.793 460 4	69	0.17	2.31	7.62	0.051 105 3
25	0.02	2.31	51.70	0.000 000 0	70	0.79	28.31	35.80	0.754 301 7
26	0.02	2.31	56.18	0.000 000 0	71	1.39	69.31	50.56	★0.999 999 9
27	0.73	26.31	36.21	0.594 425 3	72	1.00	32.31	32.69	★0.971 818 6
28	0.41	6.31	13.92	0.107 684 1	73	1.29	11.31	9.56	0.943 409 0
29	0.11	5.31	37.03	0.000 000 3	74	1.15	39.31	34.78	★0.997 799 7
30	0.40	21.31	52.01	0.003 930 5	75	1.74	40.31	24.18	★0.999 999 4
31	1.79	35.31	20.76	★0.999 998 3	76	0.03	2.31	40.04	0.000 000 0
32	0.91	38.31	42.67	0.939 710 9	77	1.62	30.31	19.76	★0.999 941 8
33	0.78	26.31	33.74	0.722 286 0	78	0.81	41.31	51.36	0.830 925 1
34	0.04	2.31	24.83	0.000 001 6	79	2.08	42.31	21.48	★1.000 000 0
35	0.86	15.31	18.01	0.767 925 0	80	0.57	17.31	29.73	0.220 763 7
36	0.02	2.31	54.35	0.000 000 0	81	0.72	39.31	54.86	0.592 083 0
37	1.32	26.31	20.78	★0.997 397 5	82	0.04	3.31	51.98	0.000 000 0
38	0.96	35.31	37.31	★0.961 635 2	83	1.43	63.31	45.10	★0.999 999 8
39	0.20	8.31	36.97	0.000 027 1	84	2.80	101.31	37.48	★1.000 000 0
40	0.64	16.31	25.22	0.377 498 7	85	0.51	20.31	39.38	0.079 245 9
41	0.13	5.31	32.68	0.000 004 0	86	0.27	12.31	41.89	0.000 201 8
42	0.45	6.31	12.81	0.158 147 5	87	0.35	9.31	24.84	0.016 007 0
43	0.05	3.31	38.55	0.000 000 0	88	1.81	53.31	30.58	★1.000 000 0
44	0.05	3.31	39.46	0.000 000 0	89	1.15	54.31	47.93	★0.999 639 9
45	0.23	5.31	19.44	0.004 283 3					

注:★表示该点为识别出的黑点; $\alpha=1.311\ 8$; $\beta=1.812\ 7$; $\bar{x}=0.723\ 7$; $s^2=0.399\ 2$; $V^*=22.365\ 5$; $X_R=0.684\ 4$ 。

将被剔除。另外,优化经验贝叶斯法列表与质量控制法列表前 10 位包含的黑点完全相同,但这些黑点中未在事故率法列表出现达到了 3 个。质量控制法与优化经验贝叶斯法的排序差值多为 0~2,平均差

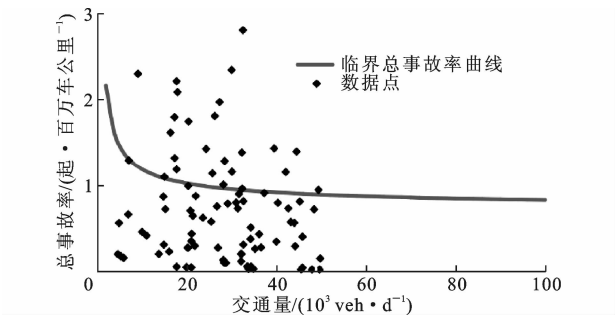


图 1 优化经验贝叶斯事故黑点识别结果(基于总事故数,城市 A)

Fig.1 Advanced empirical Bayes identification of accident black spots (based on total accidents, city A)

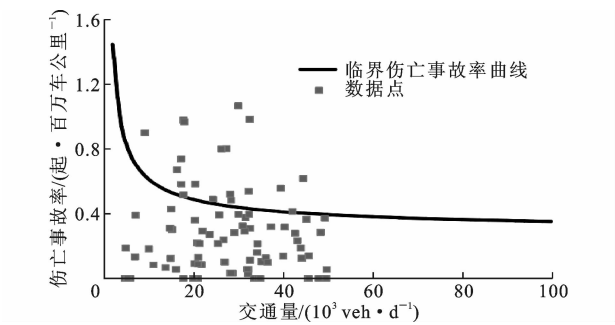


图 2 优化经验贝叶斯事故黑点识别结果
(基于伤亡事故数,城市 A)

Fig.2 Advanced empirical Bayes identification of accident black spots (based on fatal and injury accidents, city A)

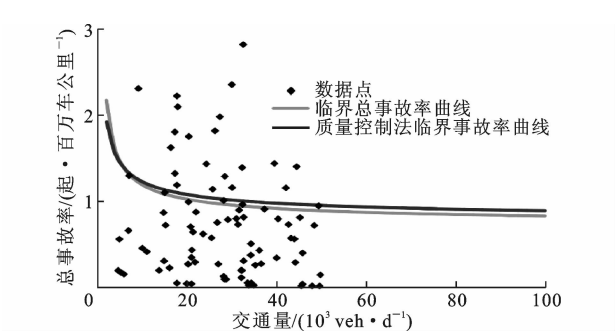


图 3 优化经验贝叶斯黑点识别法与质量控制法对比

Fig.3 Comparisons of advanced empirical Bayes method and rate quality control method

距为1.5,前 20 位排名的差距和为 30;事故率法与优化经验贝叶斯法的排序差值为 0~13,且有 3 个黑点的排序差值超过 10,平均差距为 4.95,前 20 位排序差值之和为 99。质量控制法相较于事故率法的黑点识别排序结果更接近于优化经验贝叶斯法,从方法的原理上也可解释这一现象。质量控制法与优化经验贝叶斯法都将某点发生的交通事故数视为随机变量,与实际相符,而事故率法未考虑到事故发生的随机特征,与另 2 种方法有较大差别,其识别与排序结果的差异也说明了这一问题。优化经验贝叶

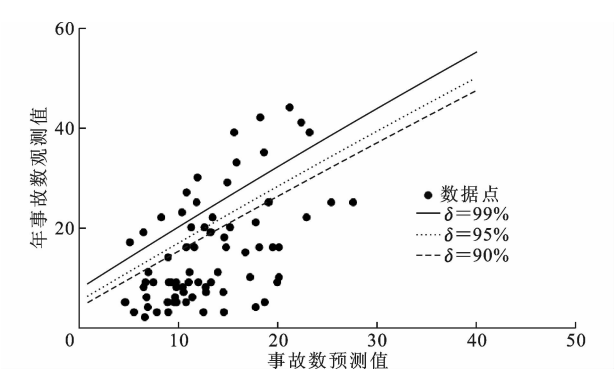


图 4 基于事故预测模型的临界事故率曲线及黑点识别结果

Fig.4 Critical curves based on accident prediction model and results of black spot identification

表 6 黑点排序结果对比(城市 A)

Tab.6 Comparisons of ranking of black spots (city A)

交叉口 序号	EB 排序 结果	RQC 排 序结果	AR 排序 结果	EB 与 RQC 排序差值	EB 与 AR 排序差值
61	1	1	1	0	0
84	2	2	6	0	4
64	3	4	4	1	1
49	4	3	7	1	3
88	5	6	2	1	3
79	6	7	3	1	3
71	7	5	9	2	2
83	8	8	21	0	13
75	9	9	14	0	5
31	10	10	15	0	5
62	11	11	17	0	6
1	12	15	11	3	1
53	13	12	19	1	6
77	14	13	24	1	10
46	15	14	20	1	5
89	16	18	13	2	3
74	17	21	12	4	5
37	18	26	5	8	13
47	19	17	26	2	7
22	20	22	16	2	4

注:EB 为优化经验贝叶斯法;RQC 为质量控制法;AR 为事故率法。

斯法与质量控制法的差别在于,优化经验贝叶斯法结合了 2 个方面的信息(即区域事故特征与具体地点的历史事故数据)进行黑点识别,而质量控制法仅参考了历史事故数据这一个方面的信息。需要指出的是,由于事故发生的随机波动性和趋中心回归现象的存在,仅利用历史事故数据无法精确反映出某地点的事故分布特征,而优化经验贝叶斯法可消除随机波动及趋中心回归现象的影响,能够得到更为

精确的结果。

对于城市 B,利用经验贝叶斯事故数优化值 E_{cb} 与事故预测模型得出的事故数预测值 $E(Y)$ 构建排序指标。采用 2 种排序指标:第 1 种为经验贝叶斯事故数优化值 E_{cb} 与事故模型预测值 $E(Y)$ 的差值;第 2 种为经验贝叶斯事故数优化值 E_{cb} 与事故模型预测值 $E(Y)$ 的比值。这 2 种排序指标的侧重点不同,对于交通安全管理工作具有不同的意义。表 7 为城市 B 黑点排序结果对比。

表 7 黑点排序结果对比(城市 B)

Tab. 7 Comparisons of ranking of black spots (city B)

交叉口 序号	$E(Y)$	E_{cb}	$E_{cb}-E(Y)$	$\frac{E_{cb}}{E(Y)}$	排序差值 ($E_{cb}-E(Y)$)	排序差值 ($\frac{E_{cb}}{E(Y)}$)	排序结果 差值
53	15.67	30.86	15.19	1.97	3	1	2
66	18.30	34.54	16.24	1.89	2	2	0
75	11.98	22.57	10.59	1.88	9	3	6
12	5.18	9.69	4.51	1.87	18	4	14
8	10.88	19.98	9.10	1.84	11	5	6
26	6.55	12.01	5.45	1.83	17	6	11
21	8.34	15.14	6.81	1.82	16	7	9
4	21.26	37.56	16.30	1.77	1	8	7
24	15.91	27.10	11.18	1.70	8	9	1
23	10.42	17.39	6.96	1.67	15	10	5
11	11.89	19.57	7.68	1.65	14	11	3
58	22.42	35.94	13.52	1.60	4	12	8
17	18.68	29.94	11.26	1.60	7	13	6
20	14.98	23.96	8.98	1.60	12	14	2
31	14.12	22.19	8.08	1.57	13	15	2

由表 7 可知:2 种指标的排序结果差异较大,排序差距介于 0~14 之间,平均差为 5.5。分析产生这一差距的原因是 2 种排序指标的目不同。第 1 种排序指标更倾向于筛选出事故频数更高的地点,治理这些地点可获得更大的投资效益比。第 2 种排序指标则倾向于筛选出与事故期望值偏离较大的地点,而对事故频数的考虑较少。

第 1 种排序指标能够反映出某点经过治理后安全性能可提升的空间。第 2 种排序指标表示某点发生事故的风险程度,对排名靠前的黑点进行治理,从而保证管辖地区各地点的事故风险程度基本保持在同一水平。在排序时可考虑将 2 种排序指标合并,根据工作重点的不同对 2 种指标赋以相应的权重。

4 结 语

(1)结合贝叶斯理论对经验贝叶斯事故黑点识别方法进行了优化,根据获得信息类型的不同,提出

了 2 种黑点识别方法,即基于事故统计数据的黑点识别方法,以及基于事故预测模型的黑点识别方法。与传统的黑点识别方法相比,这 2 种方法将事故数视为随机变量,其中,基于事故统计数据的黑点识别方法结合了区域事故特征信息、某点历史事故数据 2 个方面的信息进行黑点识别;而基于事故预测模型的黑点识别方法结合某点的道路和交通特征信息、历史事故数据 2 个方面的信息进行黑点识别。这 2 种方法在理论和逻辑上均优于传统方法,可获得更加精确的识别结果。本文提出了基于这 2 种方法的临界事故率曲线绘制与使用方法,减少了黑点识别的计算量,提高了交通安全治理工作的效率。2 种方法均适用于任何道路类型的黑点识别工作,具有较好的应用前景。

(2)在 2 种黑点识别方法的基础上,提出了黑点排序的方法,构建排序指标。分别从事故发生危险程度、安全治理可提升空间方面提出了不同的排序指标。

(3)利用 2 种黑点识别方法分别对 2 个城市的信号控制交叉口进行了黑点识别,并分别利用不同排序指标对 2 个城市的事事故黑点进行了排序,结果表明本文方法优于传统方法。

(4)本文仅根据事故总数及伤亡事故数进行了黑点识别,而对事故的描述包括多个方面的信息:如事故类型、事故发生时的碰撞角度与方位、事故主要成因等。后续进行黑点识别时可以考虑这些信息,获得更具针对性的识别结果,为安全治理工作提供支持。

参考文献:

References:

[1] 胡新民,刘 涛,张天华,等.道路黑点识别与改善[J].交通运输工程学报,2004,4(1):106-109.
HU Xin-min, LIU Tao, ZHANG Tian-hua, et al. Highway black spot recognition and improvement[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2004,4(1):106-109.

[2] 肖 慎,过秀成,宋俊敏.公路交通事故黑点鉴别方法研究[J].公路交通技术,2003,19(2):70-73.
XIAO Shen, GUO Xiu-cheng, SONG Jun-min. Research on black point identification way of highway traffic accidents [J]. Technology of Highway and Transport,2003,19(2):70-73.

[3] 沙海云,陈彦美,柴 干.公路交通事故黑点分析系统的设计[J].中国安全科学学报,2007,17(10):75-80.

- SHA Hai-yun, CHEN Yan-mei, CHAI Gan. Design on cause analysis system for road black spots[J]. China Safety Science Journal, 2007, 17(10): 75-80.
- [4] 过秀成, 盛玉刚, 潘昭宇, 等. 公路交通事故黑点总体特征分析[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2007, 37(5): 930-933.
- GUO Xiu-cheng, SHENG Yu-gang, PAN Zhao-yu, et al. Analysis of general characteristics for highway traffic accident black spots[J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition, 2007, 37(5): 930-933.
- [5] 耿 超, 彭余华. 基于动态分段和 DBSCAN 算法的交通事故黑点路段鉴别方法[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2018, 38(5): 131-138.
- GENG Chao, PENG Yu-hua. Identification method of traffic accident black spots based on dynamic segmentation and DBSCAN algorithm [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2018, 38(5): 131-138.
- [6] 温惠英, 吴亚平, 漆巍巍. 山区公路事故黑点鉴别及其成因分析模型[J]. 重庆交通大学学报: 自然科学版, 2016, 35(4): 137-140.
- WEN Hui-ying, WU Ya-ping, QI Wei-wei. Models of identification and formulation cause analysis on accident black spots of mountainous highway[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University: Natural Science Edition, 2016, 35(4): 137-140.
- [7] 杨 轸, 唐 莹, 方守恩. 双曲正切函数在事故黑点鉴别中的应用[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2011, 43(10): 143-148.
- YANG Zhen, TANG Ying, FANG Shou-en. Application of hyperbolic tangent function for accident prone location identification[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2011, 43(10): 143-148.
- [8] 郭 璘, 周继彪, 董 升, 等. 基于改进 K-means 算法的城市道路交通事故分析[J]. 中国公路学报, 2018, 31(4): 270-279.
- GUO Lin, ZHOU Ji-biao, DONG Sheng, et al. Analysis of urban road traffic accidents based on improved K-means algorithm[J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, 31(4): 270-279.
- [9] 王 健, 卢锡凤. 基于聚类分析的高速公路事故黑点鉴别及成因分析研究[J]. 公路交通技术, 2016, 32(5): 114-119.
- WANG Jian, LU Xi-feng. Highway black spot verification and cause analysis based on cluster analysis [J]. Technology of Highway and Transport, 2016, 32(5): 114-119.
- [10] 林 丽, 张永强, 高敏杰. 道路交通事故黑点成因鉴别与改善对策[J]. 南京林业大学学报: 自然科学版, 2010, 34(6): 157-160.
- LIN Li, ZHANG Yong-qiang, GAO Min-jie. Formation cause identification and improvement of the road traffic accidents black spots[J]. Journal of Nanjing Forestry University: Natural Science Edition, 2010, 34(6): 157-160.
- [11] 陈彦伟, 字仁德, 孙连超. 鉴别道路交通事故黑点的聚类分析方法研究[J]. 交通标准化, 2011(11): 110-113.
- CHEN Yan-wei, YU Ren-de, SUN Lian-chao. Discrimination of traffic accident black-spot based on clustering analysis method[J]. Transportation Standardization, 2011(11): 110-113.
- [12] 周 伟, 罗石贵. 路段交通事故多发点的冲突判定方法[J]. 中国公路学报, 2000, 13(1): 81-86.
- ZHOU Wei, LUO Shi-gui. Traffic conflict identification of road accident black spots[J]. China Journal of Highway and Transport, 2000, 13(1): 81-86.
- [13] 孙连超, 邵毅明, 颜雪丽, 等. 基于 TCT 的公路交通事故黑点鉴别方法研究[J]. 重庆交通大学学报: 自然科学版, 2012, 31(1): 63-67.
- SUN Lian-chao, SHAO Yi-ming, YAN Xue-li, et al. Identification of highway traffic accident black-spots based on traffic conflict technique [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University: Natural Science Edition, 2012, 31(1): 63-67.
- [14] 郭延永, 刘 攀, 吴 瑶, 等. 考虑异质性的贝叶斯交通冲突模型[J]. 中国公路学报, 2018, 31(4): 296-303.
- GUO Yan-yong, LIU Pan, WU Yao, et al. Bayesian traffic conflict model accounting for heterogeneity[J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, 31(4): 296-303.
- [15] LORD D, MANNERING F. The statistical analysis of crash-frequency data: A review and assessment of methodological alternatives [J]. Transportation Research Part A, 2010, 44: 291-305.
- [16] NORDEN M, ORLANSKY J, JACOBS H. Application of statistical quality-control techniques to analysis of highway-accident data [J]. Highway Research Board Bulletin, 1956(117): 17-31.
- [17] 崔洪军, 申晓静, 赵述捷, 等. 基于交通事故间距分布特征的事故黑点鉴定新方法[J]. 武汉理工大学学报, 2012, 34(2): 54-58.
- CUI Hong-jun, SHEN Xiao-jing, ZHAO Shu-jie, et al. New traffic accident black spots identification

- method based on abnormal accidents space[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2012, 34 (2): 54-58.
- [18] AMOROS E, MARTIN J L, LAUMON B. Comparison of road crashes incidence and severity between some French counties[J]. Accident Analysis and Prevention, 2003, 35(4): 537-547.
- [19] LORD D, MIRANDA-MORENO L F. Effects of low sample mean values and small sample size on the estimation of the fixed dispersion parameter of Poisson-Gamma models for modeling motor vehicle crashes: A Bayesian perspective[J]. Safety Science, 2008, 46(5): 751-770.
- [20] CAFISO S, DI GRAZIANO A, DI SILVESTRO G, et al. Development of comprehensive accident models for two-lane rural highways using exposure, geometry, consistency and context variables [J]. Accident Analysis and Prevention, 2010, 42(4): 1072-1079.
- [21] DEBRABANT B, HALEKOH U, BONAT W H, et al. Identifying traffic accident black spots with Poisson-Tweedie models [J]. Accident Analysis and Prevention, 2018, 111: 147-154.
- [22] BARUA S, EL-BASYOUNY K, ISLAM M T. Effects of spatial correlation in random parameters collision count-data models[J]. Analytic Methods in Accident Research, 2015, 5: 28-42.
- [23] HEYDARI S, FU L, MIRANDA-MORENO L F, et al. Using a flexible multivariate latent class approach to model correlated outcomes: A joint analysis of pedestrian and cyclist injuries[J]. Analytic Methods in Accident Research, 2017, 13: 16-27.
- [24] MQLYSHKINA N V, MANNERING F L. Zero-state Markov switching count-data models: An empirical assessment [J]. Accident Analysis and Prevention, 2010, 42(1): 122-130.
- [25] HAUER E. On the estimation of the expected number of accidents [J]. Accident Analysis and Prevention, 1986, 18(1): 1-12.
- [26] HAUER E, PERSAUD B. Common bias in before-and-after accident comparisons and its elimination[J]. Transportation Research Record, 1983 (905): 164-174.
- [27] HAUER E, PERSAUD B. Problem of identifying hazardous locations using accident data[J]. Transportation Research Record, 1984(975): 36-42.
- [28] PERSAUD B, HAUER E. Comparison of two methods for debiasing before-and-after accident studies [J]. Transportation Research Record, 1984 (975): 43-49.
- [29] HIGLE J, WITKOWSKI J. Bayesian identification of hazardous locations[J]. Transportation Research Record, 1988(1185): 24-31.
- [30] MORRIS C. Parametric empirical Bayes inference: Theory and applications[J]. Journal of the American Statistical Association, 1983, 78(381): 47-55.
- [31] MORRIS C. Determining the accuracy of Bayesian empirical Bayes estimators in familiar exponential families[J]. Statistical Decision Theory and Related Topics, 1988, 1: 251-263.
- [32] HAUER E. Empirical Bayes approach to the estimation of “unsafety”: The multivariate regression method[J]. Accident Analysis and Prevention, 1992, 24 (5): 457-477.
- [33] HAUER E, NG J, LOVELL J. Estimation of safety at signalized intersections [J]. Transportation Research Record, 1988(1185): 48-61.
- [34] KULMALA R. Safety at rural three-and four-arm junctions: Development and application of accident prediction models[J]. VTT Publications, 1995, 233: 104-112.
- [35] MAHER M, SUMMERGILL I. A comprehensive methodology for the fitting of predictive accident models[J]. Accident Analysis and Prevention, 1996, 28(3): 281-296.