

文章编号:1671-8879(2019)05-0088-09

# 装配式混凝土空心板铰缝横向弯矩计算

易汉斌<sup>1,2</sup>, 俞 博<sup>2</sup>

(1. 长沙理工大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410076; 2. 江西省长大桥隧研究设计院有限公司, 江西 南昌 330025)

**摘 要:**针对传统铰接板法将铰缝构造视为一个无横向抗弯刚度的铰时,无法求解铰缝的横向弯矩值,且现行规范中也无关于铰缝横向弯矩的计算方法问题,将装配式混凝土空心板结构比拟成正交异性板,利用正交异性板挠曲面微分方程,推导出对边简支矩形板横向弯矩的解析解公式,并利用 MATLAB 编制了相应的计算程序。以跨径 10、13、16、20 m 的预应力混凝土空心板为例,通过对不同跨径  $L$  和桥宽  $B$  的参数分析,探讨了空心板铰缝弯矩的分布规律。由于按照理论推导的铰缝横向弯矩求解复杂,因此根据参数分析结果,提出了铰缝横向抗弯的双折线设计计算方法。该方法在计算出跨中截面弯矩设计值的基础上,可根据建议设计曲线得到其他截面铰缝横向弯矩最大值。研究表明:在车辆荷载作用下,铰缝最大横向弯矩分为正弯矩和负弯矩,理论计算的方法证明,铰缝横向正弯矩效应与负弯矩效应相差不大;随着荷载从中心位置向一侧横向变化时,铰缝产生横向负弯矩且最大值出现在桥宽中心位置,同一跨径不同桥宽空心板跨中截面的横向弯矩值与其他各截面横向弯矩的比值基本一致;横向弯矩沿纵向分布的曲线与传统铰接板假设的正弦半波相差较大。提出的方法可为铰缝的抗弯设计提供理论参考。

**关键词:**桥梁工程;空心板;铰缝;正交异性板法;横向弯矩

**中图分类号:**U441

**文献标志码:**A

**DOI:**10.19721/j.cnki.1671-8879.2019.03.010

## Calculation of transverse bending moments of shear key of assembled concrete hollow slabs

YI Han-bin<sup>1,2</sup>, YU Bo<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410076, Hunan, China; 2. Jiangxi Long-span Bridge & Tunnel Research and Design Institute Co. Ltd., Nanchang 330025, Jiangxi, China)

**Abstract:** Amid at the traditional articulated plate method regarded the hinge joint structure as a hinge without transverse bending stiffness, the transverse bending moment of the hinge joint cannot be solved, and there was no calculation method for the transverse bending moment of the hinge joints in existing codes. Therefore, based on the orthotropic plate method, the precast concrete hollow slab structure was compared to the orthotropic plate. The orthotropic plate deflection differential equation and an analysis of transverse bending of the rectangular plate simply supported edges of the solution formula were derived. MATLAB was used as the corresponding calculation program. Taking spans of 10, 13, 16, and 20 m of prestressed concrete

收稿日期:2019-04-25

基金项目:国家自然科学基金项目(51108249)

作者简介:易汉斌(1985-),男,江西进贤人,高级工程师,工学博士,E-mail:272864631@qq.com。

hollow slabs as examples, through parametric analysis of different span  $L$  and bridge width  $B$ , the distribution regularity of the hinge moment of the hollow slab were discussed. Because the theoretical calculation of the horizontal bending moment of the joint was complicated, so according to the results of the parametric analysis, the calculation method of the double-fold design of the transverse bending of the joint was proposed. Based on the calculation of the mid-section bending moment design value, the design calculation method obtains the maximum transverse bending moment of the other section joints according to the recommended design curve. The results show that the maximum lateral bending of the joint is under the vehicular load. The moment is divided into a positive and negative bending moment. The theoretical calculation method proves that the lateral positive bending moment effect of the joint seam is not much different from the negative bending moment effect. When the load laterally changes from one center position to the other side, the transverse negative bending moment of joint seam forms, and the maximum value appear at the center of the bridge width. The ratio of the transverse bending moment of the mid-span section of the hollow span in the same span is the same as that of the other sections. The curve of the transverse bending moment along the longitudinal direction is difference with the sinusoidal half-waves assumed by the traditional hinge plates. The proposed method can provide a theoretical reference for joint bending design. 4 tabs, 15 figs, 25 refs.

**Key words:** bridge engineering; hollow slab; shear key; orthotropic plate method; transverse bending moment

## 0 引言

装配式空心板桥的使用始于 20 世纪 70 年代<sup>[1]</sup>。从 20 世纪 90 年代起,开始逐步摒弃浅铰缝构造,转而使用深铰缝构造<sup>[2]</sup>。据统计,中国 20 m 以下的中小跨径公路桥梁基本上采用装配式空心板结构<sup>[3]</sup>。经过几十年的运营,由于装配式空心板桥铰缝构造设计及施工的先天缺失,加之后期车辆超载、环境侵蚀等因素影响,大量的空心板桥特别是带有浅铰缝构造的空心板出现了铰缝开裂病害,并最终形成了单板受力现象。

铰缝病害已严重影响了装配式空心板桥梁使用的安全性以及该桥型的发展。为此,中国学者针对铰缝受力及破坏机理展开了大量研究,围绕着铰缝受力机理主要进行了 3 个方面的研究<sup>[4-9]</sup>。①铰缝的抗剪试验及理论研究,如叶见曙等设计了测试铰缝抗剪性能的试验,观察了在剪力作用下试件受力全过程及破坏形态,结合试验结果提出了结合面光滑情况下的铰缝抗剪强度和承载力的计算公式<sup>[4]</sup>;种永峰对 3 种不同铰接缝型式的板梁桥进行试验指出,配有横向钢筋同时配有门筋的铰接缝型式没有显著提高荷载的横向分布,但有利于提高铰接缝的整体性和抗剪能力<sup>[5]</sup>;王刚用能量法推导了计算铰

接力的正则方程和铰缝抗剪强度的计算方法<sup>[9]</sup>。②带铰缝构造的空心板破坏性试验,王铁成等分析不同荷载等作用下铰缝在桥梁板上横向分布特征,并对梁桥的开裂、破坏等试验现象进行了观测<sup>[6]</sup>;王渠等设计并制作了 1 跨 8 m 足尺模型,开展了车辆荷载作用下铰缝构造的破坏类型、破坏位置、开裂荷载等破坏模式的试验研究,指出重载作用下试验梁铰缝破坏过程,即在弯拉应力作用下沿空心板与铰缝的结合面底部向上开裂,最后形成通缝<sup>[8]</sup>。③铰缝的疲劳性试验,如唐先习等研究了铰缝的疲劳性能,并指出当疲劳次数超过 200 万后,由于疲劳幅值的增加,疲劳荷载对浅铰缝的破坏产生较大的影响,而对深铰缝则未产生较明显的影响<sup>[7]</sup>。此外,现有空心板铰缝开裂的通常加固措施为施加体外横向预应力,利用预压应力消除铰缝横向弯矩产生的弯拉应力<sup>[10-16]</sup>。上述文献均未对铰缝的抗弯性能进行研究,而新建空心板桥铰缝的配筋设计,以及旧桥铰缝施加体外预应力的加固设计均需求解铰缝的横向弯矩设计值。虽然通过有限元数值仿真分析能求解铰缝的剪切及弯拉应力,但是离散的数值解对铰缝构造配筋设计以及揭示铰缝受力规律性问题还是不够的,现有规范中也无关于铰缝横向弯矩的计算方法<sup>[17]</sup>。目前关于空心板内力解析解的推导主要基

于正交异性板法,如 Cusens 等推导了计算空心板等效板刚度的方法<sup>[18]</sup>。Bakht 等基于正交异性板法推导了多梁式桥横向剪力的解析解,以及装配式混凝土板桥上部结构各向刚度的计算公式,并分析了剪力的分布规律<sup>[19-20]</sup>。加拿大公路桥梁规范(CAN/CSA-S6-00)中的桥梁结构分析方法指出,正交异性板法能够用于分析装配式混凝土空心板梁桥,对于靠剪力来横向传力的桥梁,则需要建立横向抗弯刚度为零的数值模型<sup>[21]</sup>。Heins 研究了板壳理论中挠度和弯矩的级数表达式随级数项的收敛性<sup>[22]</sup>。上述研究也未涉及对铰缝横向弯矩解析解的推导。

为此,本文基于正交异性板法推导了装配式混凝土空心板桥铰缝横向弯矩的求解公式,并通过参数分析得出其分布规律,提出了常用空心板跨径对应的建议设计曲线,通过查图表可以得到铰缝横向弯矩值,以期对铰缝抗弯设计理论提供依据。

## 1 正交异性板挠曲面方程及其解

文献[21]认为装配式混凝土空心板梁桥上部结构可以比拟成正交异性板。其荷载及内力的正方向如图 1 所示。图 1 中: $M_x$ 、 $M_y$ 、 $V_x$ 、 $V_y$  分别为  $x$ 、 $y$  方向单位宽度的弯矩和剪力; $M_{xy}$ 、 $M_{yx}$  分别为平行于  $x$ 、 $y$  方向单位宽度的扭矩。坐标轴平行于弹性主向, $xy$  平面为板的中面,则其挠曲面方程可以写成<sup>[22-23]</sup>

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (D_{xy} + D_{yx} + D_1 + D_2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y) \quad (1)$$

式中: $D_x$ 、 $D_y$  分别为  $x$ 、 $y$  方向单位抗弯刚度; $D_{xy}$ 、 $D_{yx}$  分别为  $x$ 、 $y$  方向单位抗扭刚度; $D_1$ 、 $D_2$  分别为  $x$ 、 $y$  方向单位耦合抗弯刚度; $q(x, y)$  为作用在  $xOy$  平面内任意一点的内力; $w$  为其挠曲面方程表达式。

为统一单位量,令  $x' = x/L$ , 即  $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{L \partial x'}$ ; 令  $y' = y/b$ , 即  $\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{b \partial y'}$ , 则式(1)可表示为

$$\theta^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x'^4} + 2\alpha \frac{\partial^4 w}{\partial x'^2 \partial y'^2} + \frac{1}{\theta^2} \frac{\partial^4 w}{\partial y'^4} = \frac{L^2 b^2}{(D_x D_y)^{0.5}} \varphi(x', y') \quad (2)$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{D_{xy} + D_{yx} + D_1 + D_2}{2(D_x D_y)^{0.5}} \\ \theta = \frac{b}{L} \left( \frac{D_x}{D_y} \right)^{0.25} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $L$  为板单元长度; $b$  为 1/2 板单元宽度; $\alpha$ 、 $\theta$  为常

量参数; $\varphi(x', y')$  为  $q(x, y)$  的量纲一化表达式。

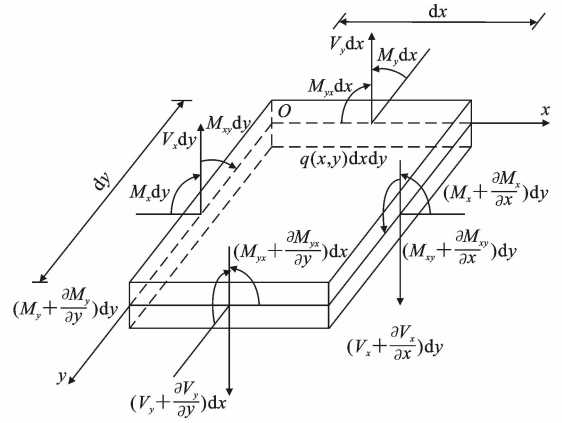


图 1 正交异性板内力

Fig. 1 Internal force of orthotropic plate

$x$  和  $y$  方向单位宽度的弯矩  $M_x$  和  $M_y$ , 扭矩  $M_{xy}$  和  $M_{yx}$  可表示为

$$\begin{cases} M_x = - \left( D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y = - \left( D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} = - D_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ M_{yx} = - D_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (4)$$

装配式简支混凝土空心板的内力通过叠加原理可求解出式(1)中的解  $w$ , 如图 2 所示。图 2 中,  $w_{01}$ 、 $w_{02}$  分别为有限条元两侧界限的挠度幅。两解结果相叠加, 则有

$$w^q = w^w + w^p \quad (5)$$

式中: $w^q$  为任意荷载下的挠曲面方程; $w^w$  为边界沉陷解; $w^p$  为正交异性板的 Navier 解, 边界沉陷解具体求解过程可参考文献[24], 即

$$w^w = \sum_m \left\{ [ (A_m^w \cosh(k_{1m}y) + C_m^w \cosh(k_{2m}y)) \cdot (F_{m1} + F_{m2}) + (B_m^w \sinh(k_{1m}y) + D_m^w \sinh(k_{2m}y)) (F_{m1} - F_{m2}) ] + \sum_b b_{mb} \sin(\zeta_n(y+b)) \right\} \sin(\lambda_m x) \quad (6)$$

$$\begin{cases} A_m^w = \frac{\lambda_m^2 \mu_x - k_{2m}^2}{2(k_{1m}^2 - k_{2m}^2) \cosh(k_{1m}b)} \\ B_m^w = \frac{\lambda_m^2 \mu_x - k_{2m}^2}{2(k_{1m}^2 - k_{2m}^2) \sinh(k_{1m}b)} \\ C_m^w = \frac{k_{1m}^2 - \lambda_m^2 \mu_x}{2(k_{1m}^2 - k_{2m}^2) \cosh(k_{2m}b)} \\ D_m^w = \frac{k_{1m}^2 - \lambda_m^2 \mu_x}{2(k_{1m}^2 - k_{2m}^2) \sinh(k_{2m}b)} \end{cases} \quad (7)$$

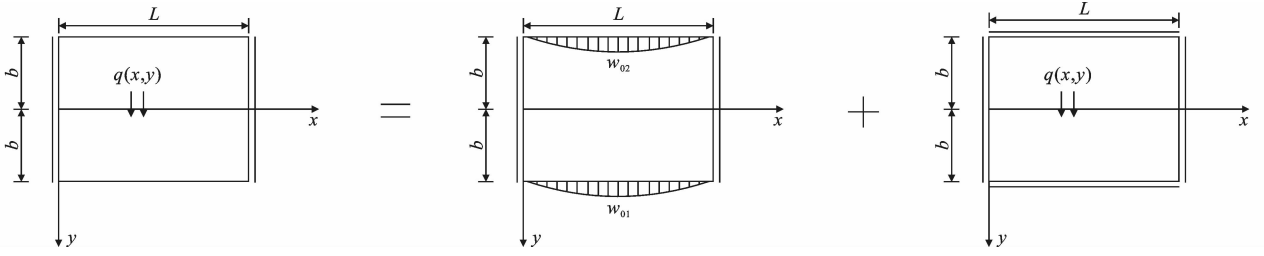


图 2 荷载作用下对边简支正交异性板解的叠加原理

Fig. 2 Superposition principle of solution for orthotropic plates with simply supported edges under loads

$$\begin{cases} k_{1m} = \lambda_m \left[ \frac{H}{D_y} + \frac{1}{D_y} (H^2 - D_x D_y)^{0.5} \right]^{0.5} \\ k_{2m} = \lambda_m \left[ \frac{H}{D_y} - \frac{1}{D_y} (H^2 - D_x D_y)^{0.5} \right]^{0.5} \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $A_m^w$ 、 $B_m^w$ 、 $C_m^w$ 、 $D_m^w$  均为待定参数;  $k_{1m}$ 、 $k_{2m}$  为式(1)变换后其特征方程的 2 个实根;  $m$ 、 $n$  取值为  $(1, +\infty)$ ;  $\mu_x = D_2/D_y$ ;  $\lambda_m = m\pi/L$ ;  $H = (D_{xy} + D_{yx} + D_1 + D_2)/2$ ;  $F_{m1}$ 、 $F_{m2}$  为未知量。

在板问题中,有时候需要减少边界条件数量(合并边界条件),把其中的扭矩  $M_{yx}$  表示成微段上的竖向力,得到辅助剪力  $R_y$ ,在铰接板中其等于  $V_y$ 。

其边界条件  $R_{y|y=\pm b}$  可表示为

$$R_{y|y=\pm b} = - \left( D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^3} + (D_2 + D_{yx} + D_{xy}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y} \right) \Big|_{y=\pm b} = 0 \quad (9)$$

令  $H_{m1} = F_{m1} + F_{m2}$ ,  $H_{m2} = F_{m1} - F_{m2}$ , 则

$$\begin{aligned} H_{m1} &= \sum_n b_{nm} [(-1)^n - 1] \zeta_n (\zeta_n^2 + \mu_{Ry} \lambda_m^2) / 2 [ (A_m^w k_{1m}^3 \sinh(k_{1m}b) + C_m^w k_{2m}^3 \sinh(k_{2m}b)) - \mu_{Ry} \lambda_m^2 (A_m^w k_{1m} \sinh(k_{1m}b) + C_m^w k_{2m} \sinh(k_{2m}b)) ] = \sum_n b_{nm} H_{nm1} \\ H_{m2} &= \sum_n b_{nm} [(-1)^n + 1] \zeta_n (\zeta_n^2 + \mu_{Ry} \lambda_m^2) / 2 [ (B_m^w k_{1m}^3 \cosh(k_{1m}b) + D_m^w k_{2m}^3 \cosh(k_{2m}b)) - \mu_{Ry} \lambda_m^2 (B_m^w k_{1m} \cosh(k_{1m}b) + D_m^w k_{2m} \cosh(k_{2m}b)) ] = \sum_n b_{nm} H_{nm2} \end{aligned}$$

式中:  $\zeta_n = n\pi/2b$ ;  $\mu_{Ry} = D_2 + D_{yx} + D_{xy}/D_y$ ;  $b_{nm} = a_{nm}/D_x \lambda_m^4 + 2H \lambda_m^2 \zeta_n^2 + D_y \zeta_n^4$ ;  $H_{nm1}$ 、 $H_{nm2}$  为定义的参数;  $a_{nm}$  为与荷载  $q$  有关的量<sup>[25]</sup>。

$$\begin{aligned} w^q &= \sum_m \sum_n \left\{ b_{nm} [ (A_m^w \cosh(k_{1m}y) + C_m^w \cosh(k_{2m}y)) H_{nm1} + (B_m^w \sinh(k_{1m}y) + D_m^w \sinh(k_{2m}y)) H_{nm2} + \right. \\ &\quad \left. \sin(\zeta_n(y+b)) ] \sin(\lambda_m x) \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

由式(4)可得  $y$  方向单位宽横向弯矩  $M_y$  为

$$\begin{aligned} M_y &= - \sum_m \sum_n b_{nm} \left\{ D_y [ (A_m^w k_{1m}^2 \cosh(k_{1m}y) + C_m^w k_{2m}^2 \cosh(k_{2m}y)) H_{nm1} + (B_m^w k_{1m}^2 \sinh(k_{1m}y) + D_m^w k_{2m}^2 \sinh(k_{2m}y)) H_{nm2} - \right. \\ &\quad \left. \zeta_n^2 \sin(\zeta_n(y+b)) ] - D_2 \lambda_m^2 [ (A_m^w k_{1m}^2 \cosh(k_{1m}y) + C_m^w k_{2m}^2 \cosh(k_{2m}y)) H_{nm1} + (B_m^w k_{1m}^2 \sinh(k_{1m}y) + D_m^w k_{2m}^2 \sinh(k_{2m}y)) H_{nm2} + \right. \\ &\quad \left. \sin(\zeta_n(y+b)) ] \right\} \sin(\lambda_m x) \end{aligned} \quad (11)$$

按式(9)求解  $M_y$  需要先确定  $D_y$  和  $D_2$ , 根据文献 11, 如果能够估计铰缝的有效高度  $t$ , 则装配式混凝土空心板梁桥可以按图 3 进行简化计算。图 3 中:  $d$  为空心板截面高度;  $b_1$  为板宽;  $h_{cr}$  为空隙高度。经简化后,  $D_y$  和  $D_2$  计算为

$$\begin{cases} D_y = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} \approx \frac{Et^3}{12} \\ D_1 = D_2 = \mu D_y \approx \frac{\mu Et^3}{12} \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $E$ 、 $\mu$  分别为混凝土的弹性模量和泊松比。

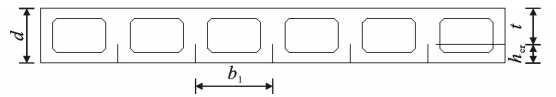


图 3 空心板桥刚度等效示意

Fig. 3 Sketch of hollow slab bridge equivalent

## 2 铰缝横向弯矩计算

### 2.1 横向弯矩分布与荷载位置的关系

以图 4 中的肖江大桥为例, 跨径  $L=20$  m, 计算得到该桥各向刚度, 见表 1。桥梁尺寸与荷载作用位置如图 5 所示。

荷载  $P=70$  kN 作用 A、B、C 位置横向弯矩的分布见图 6、图 7。由图 6 可知, 荷载  $P$  作用在 A 点的弯矩峰值大于作用在 B 点时, 即荷载(如轮载)作用在靠近桥宽中心处产生的横向弯矩最大; 另外,

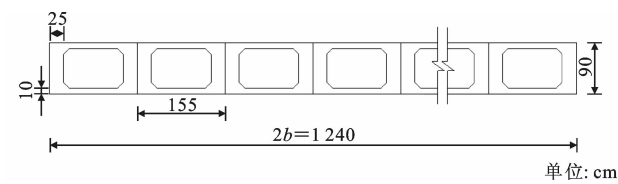


图 4 肖江大桥装配式预应力混凝土空心板断面  
Fig. 4 A prefabricated prestressed concrete hollow slab section of Xiaojiang Bridge

表 1 空心板桥截面特性参数

Tab. 1 Cross section characteristic parameters of a hollow slab bridge			
参数	参数值	参数	参数值
截面抗弯惯性矩 $I_x/\text{cm}^4$	6 751 822	截面抗扭惯性矩 $J_{xy}/\text{cm}^4$	1 3353 086
$x$ 方向单位抗弯刚度 $D_x$	43 560E	$x$ 方向单位抗扭刚度 $D_{xy}$	73 069G
$y$ 方向单位抗弯刚度 $D_y$	$Et^3/12$	$y$ 方向单位抗扭刚度 $D_{yx}$	$Et^3/6.9$
单位耦合抗弯刚度 $D_1、D_2$	$\mu Et^3/12$	$\alpha=\sqrt{D_x/D_{xy}}$	1.07
桥跨径 $L/\text{m}$	20	桥宽 $2b/\text{m}$	12.4

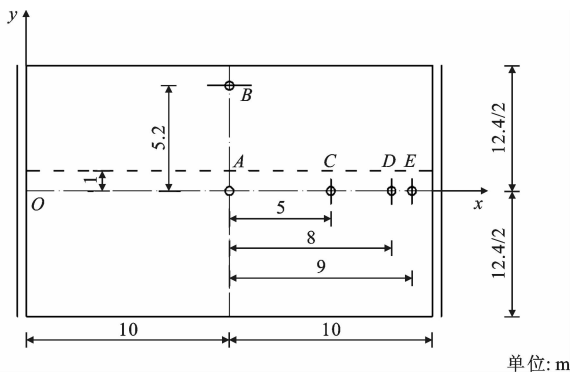


图 5 桥梁尺寸与荷载作用位置示意  
Fig. 5 Sketch of bridge size and load position

弯矩峰值在局部均布荷载作用范围的中心位置。值得注意的是,荷载作用在桥宽外缘时桥跨中心位置产生横向负弯矩。这是求解弯矩最大时最不利布置的依据。图 7 为横向弯矩沿纵向的分布。由图 7 可知:荷载  $P$  作用在  $A$  点的弯矩峰值大于作用在  $C$  点,即荷载作用在靠近桥跨中心处产生的横向弯矩最大;弯矩的峰值出现在局部均布荷载作用范围的纵向中心位置;另外,横向弯矩的纵向分布与传统铰接板法假设的正弦半波相差较大。

2.2 横向弯矩计算的最不利布置

由上述横向弯矩随荷载  $P$  作用位置变化规律可知,横向弯矩计算的车辆荷载最不利布置分为正弯矩和负弯矩 2 种情况,护栏按恒载作用在桥宽向外缘,在桥宽中心位置产生负弯矩。以图 8 所示桥

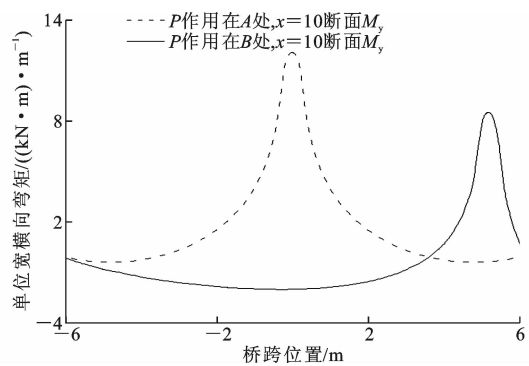


图 6 横向弯矩沿横桥向分布  
Fig. 6 Lateral bending moment distributions along transverse bridge

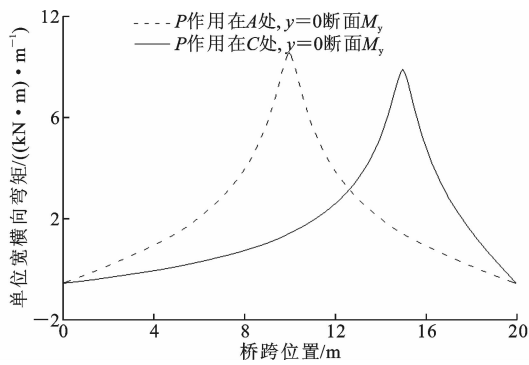


图 7 横向弯矩沿纵桥向分布  
Fig. 7 Lateral bending moment distributions along longitudinal bridge

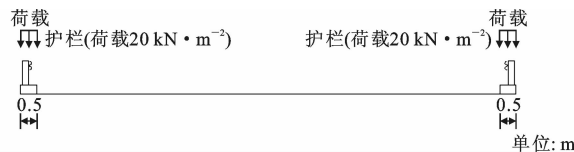


图 8 两侧护栏二期恒载  
Fig. 8 Secondary dead load of side rails

梁为例,分析了其产生的弯矩分布规律。  
2.2.1 护栏自重引起的横向弯矩  
一般护栏是在空心板间的铰缝混凝土浇筑完以后,以分布荷载形式作用于空心板桥宽两侧,可以在桥宽中心位置产生横向负弯矩,使得桥面上缘沿横桥向产生拉应力。  
2.2.2 车辆荷载引起横向正弯矩的最不利布置  
轮载作用于桥宽中心位置大于作用于两侧,因此,车辆荷载沿桥宽中心线向两侧布置将产生最大的横向正弯矩,具体布置如图 10 所示,其弯矩分布如图 11 所示。  
2.2.3 车辆荷载引起横向负弯矩的最不利布置  
轮载作用于桥宽两侧会在桥宽中心位置产生负弯矩,因此,车辆荷载沿桥宽两侧布置将产生最大的

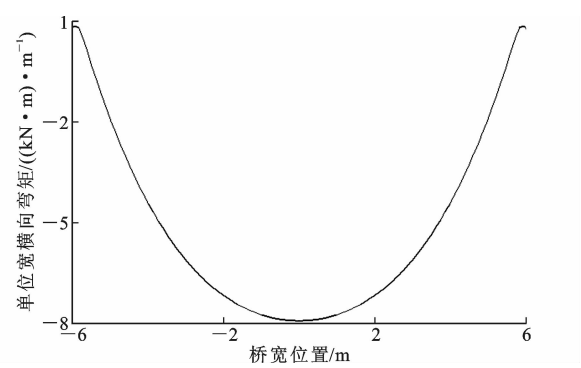


图 9 护栏荷载作用下弯矩分布  
Fig. 9 Bending moment distributions of bridge guardrail

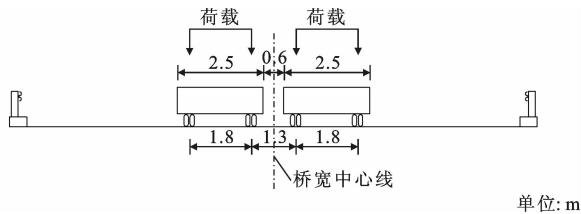


图 10 最大横向正弯矩最不利车辆荷载布置形式  
Fig. 10 Maximum transverse positive bending moment of most unfavorable vehicle load arrangement

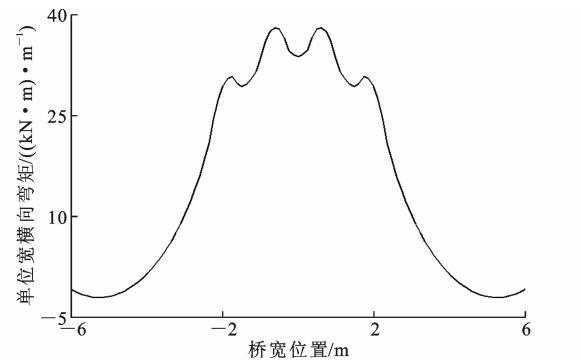


图 11 车辆荷载作用下正弯矩分布  
Fig. 11 Positive moment distributions under vehicle load

横向负弯矩,具体布置如图 12 所示,其弯矩分布如图 13 所示。

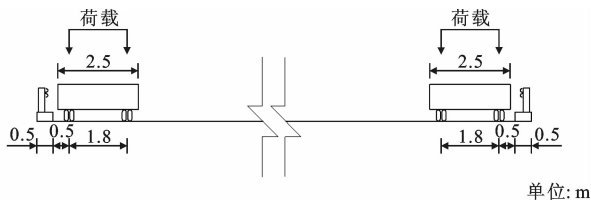


图 12 最大横向负弯矩最不利车辆荷载布置形式  
Fig. 12 Maximum negative bending moment of most unfavorable vehicle load arrangement

#### 2.2.4 组合作用结果分析

由上述算例可知:最大横向正弯矩=护栏恒载+

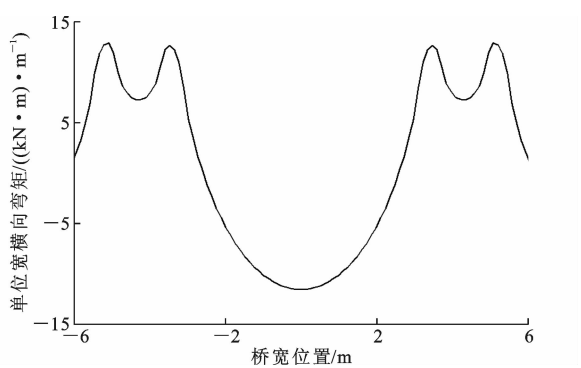


图 13 车辆荷载作用下负弯矩分布  
Fig. 13 Negative moment distributions under vehicle load

车辆最不利横向正弯矩 $= -8 + 36 = 28 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ;最大横向负弯矩=护栏恒载+车辆最不利横向负弯矩 $= -8 + (-12) = -20 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 。

由此可见,护栏恒载和车辆荷载组合作用下,铰缝上缘和下缘的横桥向都有可能出现拉应力,并且两者差异不大。

### 3 空心板横向弯矩设计值计算

#### 3.1 计算方法与步骤

基于正交异性板法计算空心板铰缝的弯矩,计算过程可分为 2 个步骤:①计算空心板桥各向刚度,按式(12)取值;②计算铰缝横向弯矩设计值。

把计算的空心板桥各向刚度值代入式(11),按最不利布载求解汽车荷载产生的横向最大正弯矩以及栏杆恒载产生的横向负弯矩,因式(11)仍很复杂,本文采用 MATLAB 语言编写的计算程序,并按式(11)进行组合,即

$$M_{ud} = 1.0M_{dead} + 1.4(1+\mu)M_{max} \quad (13)$$

式中: $M_{ud}$ 为单位长度铰缝横向正弯矩设计值( $\text{kN} \cdot \text{m}/\text{m}$ ); $M_{dead}$ 为栏杆恒载引起的单位长度铰缝横向负弯矩,在该组合中对铰缝受力是有利的,因此其组合系数为 1.0; $M_{max}$ 为最不利布载情况下,汽车荷载引起的单位长度铰缝横向正弯矩值,因为是汽车荷载效应,所以组合系数取为 1.4,同时考虑冲击作用,另乘以 $(1+\mu)$ 。

#### 3.2 常见空心板梁桥铰缝横向弯矩分布规律

中国目前使用的空心板截面形式多样,主要有圆形孔和方形孔 2 种,无论开孔形式怎样,其挖空率在一定的范围内变化。以 2008 年出版的公路桥涵通用图:1 m 板宽,跨径  $L$  分别为 10、13、16、20 m,对应梁高  $H$  分别为 0.6、0.7、0.8、0.9 m 的预应力混凝土空心板为例,探讨横向弯矩分布的规律。图 14 为公路桥涵通用图提供的空心板尺寸图,可知,

空心板底板和顶板厚度不变,方形孔高度  $h$  随梁高  $H'$  变化。不同跨径空心板桥各向刚度见表 2。

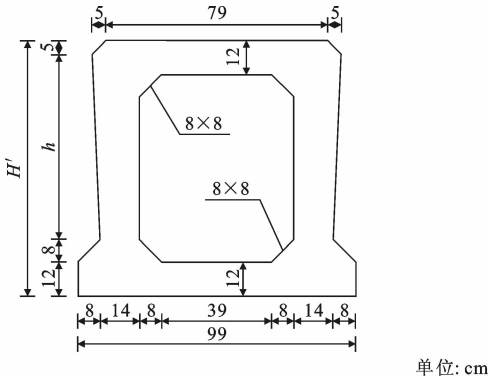


图 14 公路桥涵通用图空心板尺寸

Fig. 14 Hollow plate size of highway bridges and culverts general figure

表 2 不同跨径空心板桥特性

Tab. 2 Different span hollow slab bridge characteristics

参数	$L/\text{m}$	$H/\text{m}$	$D_x/$ ( $10^8 \text{ N} \cdot \text{m}$ )	$D_{xy}$ 或 $D_{yx}/$ ( $10^8 \text{ N} \cdot \text{m}$ )	$D_y/$ ( $10^8 \text{ N} \cdot \text{m}$ )
参数 值	10	0.6	9.01	8.61	7.88
	13	0.7	13.10	13.10	11.00
	16	0.8	18.10	18.50	14.60
	20	0.9	24.10	24.80	18.80

一般情况下,弯矩在跨中截面最大。表 3 列举了跨径为 10、13、16、20 m 的预应力混凝土空心板在不同桥宽下,栏杆恒载和汽车活载在跨中产生的最大横向弯矩。表 3 中  $M_{Q1}$ 、 $M_{Q2}$ 、 $M_{Q3}$  分别为从桥宽中心向横向两侧布置 1 辆、2 辆、3 辆车产生的最大横向弯矩,值得注意的是  $M_{Q3}$  已经按 3 车道考虑折减系数为 0.78,  $M_{\max}$  为前三者之间的最大

表 3 不同跨径和桥宽空心板桥栏杆二期恒载和汽车活载产生的最大横向弯矩

Tab. 3 Maximum lateral bending moment due to dead load of guardrail and vehicle live load of different span and wide hollow slab bridge

( $\text{kN} \cdot \text{m}$ )  $\cdot \text{m}^{-1}$

跨径/m	桥宽 $2b/\text{m}$	$M_{\text{dead}}$	$M_{Q1}$	$M_{Q2}$	$M_{Q3}$	$M_{\max}$	$M_Q = (1 + \mu)M_{\max}$	$M_{\text{ud}} = 1.0M_{\text{dead}} + 1.4M_Q$
10	8	−5.0	27.4	30.4		30.4	43.7	56.2
	10	−4.8	30.5	37.5	24.0	37.5	54.0	70.8
	12	−4.2	31.9	40.4	28.5	40.4	58.2	77.3
	14	−3.6	32.9	42.6	31.8	42.6	61.3	82.3
	16	−3.0	33.5	44.0	33.9	44.0	63.4	85.7
	18	−2.7	34.0	45.0	35.0	45.0	64.8	88.1
	20	−2.4	34.3	45.7	35.8	45.7	65.8	89.6
13	8	−6.2	28.7	32.6		32.6	44.7	56.3
	10	−6.4	32.5	41.2	26.8	41.2	56.4	72.6
	12	−6.0	34.4	45.2	32.7	45.2	61.9	80.7
	14	−5.5	35.9	48.2	37.1	48.2	66.1	87.0
	16	−4.9	36.8	50.3	40.0	50.3	68.9	91.6
	18	−4.2	37.5	51.7	41.7	51.7	70.8	94.9
	20	−3.7	38.0	52.8	43.0	52.8	72.3	97.5
16	8	−7.1	29.9	34.6		34.6	45.7	56.8
	10	−7.7	34.6	44.8	20.0	44.8	59.1	75.1
	12	−7.6	37.1	50.1	27.1	50.1	66.1	85.0
	14	−7.3	39.0	54.1	32.7	54.1	71.5	92.8
	16	−6.8	40.3	57.0	36.6	57.0	75.2	98.5
	18	−6.1	41.3	59.0	39.0	59.0	77.9	102.9
	20	−5.5	42.1	60.5	41.0	60.5	79.9	106.4
20	8	−8.1	31.7	37.4		37.4	47.1	57.8
	10	−9.2	37.6	49.9	32.9	49.9	62.9	78.8
	12	−9.5	41.1	57.2	42.8	57.2	72.1	91.4
	14	−9.5	43.8	63.0	50.6	63.0	79.4	101.7
	16	−9.2	45.9	67.3	56.4	67.3	84.8	109.5
	18	−8.7	47.4	70.3	60.1	70.3	88.6	115.3
	20	−8.1	48.6	72.7	63.1	72.7	91.6	120.1

值; $M_Q$  为在  $M_{\max}$  基础上考虑汽车冲击作用的汽车荷载效应代表值; $M_{ud}$  为栏杆恒载和汽车活载作用效应的组合值,即为铰缝横向弯矩设计值。

由表 3 可知,栏杆恒载在桥宽中心产生横向负弯矩,并随桥宽变化而变化。经过比较可以看出,横向布置 2 辆车时,在桥宽中部产生最大横向正弯矩,且其随桥宽的增加而变大。

以跨径 20 m 空心板桥为例,表 4 为在汽车荷载作用下的各截面最大横向弯矩。由表 4 可以看出,车辆荷载引起的最大弯矩在跨中截面达到最大,其总的趋势是越靠近支座,弯矩越小。以跨中截面弯矩作为参考值,则可以得到其他截面弯矩与跨中截面弯矩比值的规律,见图 15。由图 15 可知,不同桥宽空心板对应的弯矩与跨中截面比值基本一致。根据此规律,本文提出了简化的双折线设计方法进行铰缝抗弯设计,如图 15 中建议设计曲线。双折线设计方法即按图 14 先计算跨中截面弯矩设计值,其他截面弯矩设计值则按图 15 所示折线计算得到;仍以 20 m 跨径桥宽为 10 m 的空心板为例,其  $L/8$  截面处铰缝的横向弯矩设计值计算过程为:

①查表 3 可知跨中截面的弯矩设计值  $M_{ud}=78.8\text{ (kN}\cdot\text{m)/m}$ ;

②根据图 15 可知,建议设计曲线的斜线段方程为  $y=4Lx$ ;直线段为  $y=1$ ,则  $L/8$  截面处铰缝的横向弯矩设计值  $M_{ud}=39.75\text{ (kN}\cdot\text{m)/m}$ 。

表 4 20 m 跨径空心板桥的最大横向弯矩  
Tab. 4 Maximum transverse bending moments of  
20 m span hollow slab bridge (kN·m)·m<sup>-1</sup>

桥宽 2b/m	桥跨位置			
	L/8	L/4	3L/8	L/2
8	23.1	33.5	36.1	37.4
10	29.0	44.4	49.0	49.9
12	32.0	50.5	56.6	57.2
14	34.4	55.4	62.7	63.0
16	36.1	59.1	67.3	67.3
18	37.2	61.4	70.1	70.3
20	38.0	63.3	72.6	72.7

## 4 结 语

(1)车辆荷载作用下,铰缝最大横向弯矩分为正弯矩和负弯矩,正弯矩是车辆荷载横向由中心向两侧布置,负弯矩是车辆荷载沿两侧对称布置,栏杆二期恒载引起负弯矩在桥宽中间铰缝达到最大。通过理论计算证明,铰缝横向正弯矩效应与负弯矩效应差异不显著。

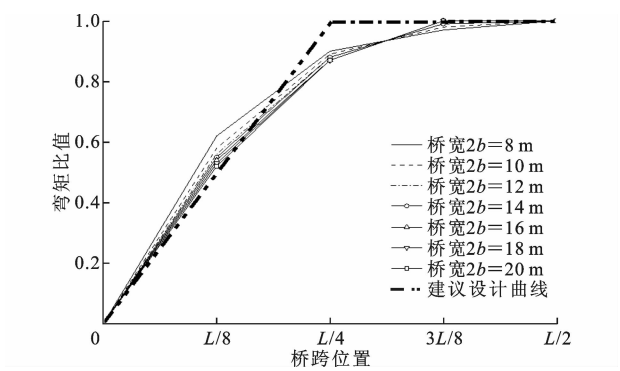


图 15 20 m 跨径空心板桥最大横向弯矩比值  
Fig. 15 Maximum transverse bending moment ratios of  
20 m span hollow slab bridge

(2)铰缝横向弯矩值理论推导公式求解仍很复杂,基于参数分析结果,可按表 3 查得常见空心板桥的横向弯矩值,用于铰缝抗弯计算。

(3)铰缝横向弯矩最大值出现在跨中,沿桥跨可以简化成双折线分布,采用双折线设计方法可以简便求解出空心板各截面的铰缝横向弯矩。

(4)本文仅给出了标准跨径空心板的铰缝横向弯矩设计值,针对非标准跨径的空心板铰缝横向弯矩设计值也可以采用本文方法求解。整个空心板铰缝横向弯矩设计值计算是后续研究的重点。

## 参考文献:

### References:

[1] 杜红静. 装配式空心板桥横向加固结构分析方法研究[D]. 西安:长安大学,2012.  
DU Hong-jing. Study on structural analysis method of assembly hollow slab bridge with transverse strengthening[D]. Xi'an:Chang'an University,2012.

[2] 陈悦驰,吴庆雄,陈宝春. 装配式空心板桥铰缝破坏模式有限元分析[J]. 工程力学,2014,31(增):51-58.  
CHEN Yue-chi, WU Qing-xiong, CHEN Bao-chun. Failure mode of hinged joint in assembly voided slab bridge by finite element analysis[J]. Engineering Mechanics,2014,31(S):51-58.

[3] 杨继新. 装配式空心板桥铰缝受力性能研究[D]. 呼和浩特:内蒙古工业大学,2009.  
YANG Ji-xin. Study on mechanical properties of fabricated hollow slab bridge hinge joints under the load [D]. Hohhot:Inner Mongolia University of Technology,2009.

[4] 叶见曙,刘九生,俞 博,等. 空心板混凝土铰缝抗剪性能试验研究[J]. 公路交通科技,2013,30(6):33-39.  
YE Jian-shu, LIU Jiu-sheng, YU Bo, et al. Experiment on shear property of hinge joints of concrete hollow slab[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development,2013,30(6):33-39.



- [5] 种永峰. 空心板梁铰接缝模型实验研究[D]. 西安: 长安大学, 2008.  
ZHONG Yong-feng. Study on the hinge joint model experiment of hollow slab beam bridge[D]. Xi'an: Chang'an University, 2008.
- [6] 王铁成, 徐 辉, 赵少伟. 桥梁板结构优化试验研究[J]. 中南公路工程, 2006, 31(3): 45-48.  
WANG Tie-cheng, XU Hui, ZHAO Shao-wei. Bridge slab structure optimization based on experimental research[J]. Central South Highway Engineering, 2006, 31(3): 45-48.
- [7] 唐先习, 尹月西, 国 伟, 等. 铰接板桥铰缝疲劳性能试验研究[J]. 水利与建筑工程学报, 2015, 13(1): 6-10.  
TANG Xian-xi, YIN Yue-you, GUO Wei, et al. Experimental research on fatigue performance of hinge joints of hinged slab bridge[J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2015, 13(1): 6-10.
- [8] 王 渠, 吴庆雄, 陈宝春. 装配式空心板桥铰缝破坏模式试验研究[J]. 工程力学, 2014, 31(增): 115-120.  
WANG Qu, WU Qing-xiong, CHEN Bao-chun. Experimental study on failure mode of hinged joint in assembly voided slab bridge[J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(S): 115-120.
- [9] 王 刚. 铰接板梁桥的剪力铰强度分析[J]. 上海铁道学院学报, 1994, 15(3): 20-25.  
WANG Gang. Strength analysis of shear pin in shear-connected slab bridge[J]. Journal of Shanghai Institute of Railway Technology, 1994, 15(3): 20-25.
- [10] 唐洪亮, 于世华. 空心板梁横向连接加固处治方法研究[J]. 公路, 2018, 63(3): 138-141.  
TANG Hong-liang, YU Shi-hua. Research on treatment method of reinforcement for hollow slab beams[J]. Highway, 2018, 63(3): 138-141.
- [11] 黄海新, 安帅锟, 程寿山. 基于反拱行为的空心板桥横向体外预应力加固模型[J]. 公路交通科技, 2018, 35(1): 55-63.  
HUANG Hai-xin, AN Shuai-kun, CHENG Shou-shan. A lateral external prestress reinforcement model for hollow slab bridge based on arching behavior[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2018, 35(1): 55-63.
- [12] 金 辉, 徐 岳, 郑求才, 等. 型钢-混凝土组合加固技术在空心板桥中的应用[J]. 桥梁建设, 2017, 47(1): 114-118.  
JIN Hui, XU Yue, ZHENG Qiu-cai, et al. Application of shaped steel and concrete composite reinforcement technique to hollow slab bridge[J]. Bridge Construction, 2017, 47(1): 114-118.
- [13] 王银辉, 罗 征, 周怀治, 等. 型钢-混凝土组合加固装配式板梁桥铰缝试验[J]. 中国公路学报, 2015, 28(9): 38-45.  
WANG Yin-hui, LUO Zheng, ZHOU Huai-zhi, et al. Experiment on profile steel-concrete composite reinforcement for hinged joints of fabricated plate-girder bridge[J]. China Journal of Highway Transport, 2015, 28(9): 38-45.
- [14] 魏 洋, 胡胜飞, 吴 刚, 等. 横向预应力与压浆加固装配式空心板梁桥试验研究[J]. 公路, 2014, 59(6): 143-149.  
WEI Yang, HU Sheng-fei, WU Gang, et al. Test and study of assembly hollow slab bridges strengthened with transverse prestressing and grouting[J]. Highway, 2014, 59(6): 143-149.
- [15] 季广军. 桥面铺装层植筋加固与体外预应力加固空心板梁的试验研究[J]. 公路, 2013, 58(4): 60-63.  
JI Guang-jun. Study on reinforcement of bridge deck pavement reinforcement and external prestressed reinforced hollow slab beam[J]. Highway, 2013, 58(4): 60-63.
- [16] 郭 蓉, 王荣霞, 赵少伟. 体外预应力植筋复合加固空心板梁抗弯性能试验[J]. 公路交通科技, 2013, 30(4): 40-45.  
GUO Rong, WANG Rong-xia, ZHAO Shao-wei. Experiment of bending performance of hollow slab beam strengthened by planting bars and external prestressing[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2013, 30(4): 40-45.
- [17] JTG D62—2004, 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S].  
JTG D62—2004, Code for design of highway reinforced concrete and prestressed concrete bridges and culverts[S].
- [18] CUSSENS A R, PAMA R P. Bridge deck analysis[M]. London: Wiley (John) & Sons, Limited, 1975.
- [19] BAKHT B, JAEGER L G, CHEUNG M S. Transverse shear in multibeam bridges[J]. Journal of Structural Engineering, 1983, 109(4): 936-949.
- [20] BAKHT B, JAEGER L G. Bridge analysis simplified [M]. New York: McGraw-Hill, 1985.
- [21] CAN/CSA-S6-00, Canadian highway bridge design code[S].
- [22] HEINS C P. Applied plate theory for the engineer[M]. Lexington: Lexington Books, 1976.
- [23] TIMOSHENKO S P, WOINOWSKY-KRIEGER S. Theory of plates and shells[M]. New York: McGraw-Hill, 1959.
- [24] 陈祖坪. 正交异性板的经典解[J]. 天津大学学报, 1986, 19(4): 108-119.  
CHEN Zu-ping. Classical solutions of orthotropic plates[J]. Journal of Tianjin University, 1986, 19(4): 108-119.
- [25] 俞 博, 叶见曙, 张 剑, 等. 装配式混凝土铰接板桥铰缝剪力计算[J]. 深圳大学学报: 理工版, 2010, 28(1): 60-63.  
YU Bo, YE Jian-shu, ZHANG Jian, et al. Transverse shear of fabricated concrete articulate plate bridge [J]. Journal of Shenzhen University: Science and Engineering, 2010, 28(1): 60-63.